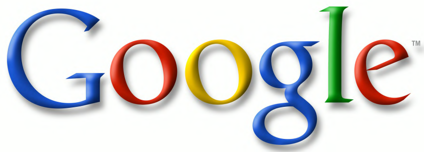








56

ŒUVRES
DIVERSES
DE
M. DE LA HIRE,
DE L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.





MEMOIRES
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Depuis 1666. jusqu'à 1699.

TOME IX.



A PARIS,
PAR LA COMPAGNIE DES LIBRAIRES.

M. DCCXXX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

A PARIS,

Chez { GABRIEL MARTIN, ruë Saint Jacques à l'Etoile.
FRANÇOIS MONTALANT, Quay des Augustins.
JEAN-BAPTISTE COIGNARD Fils, Imprimeur du Roy & de l'Academie Françoise, ruë Saint Jacques.
HYPPOLITE-LOUIS GUERIN, ruë Saint Jacques, à Saint Thomas d'Aquin.



PREFACE.

ENTRE les Ouvrages de Mécanique qui nous restent des Anciens, il n'y a que ceux d'Archiméde où les principes de cette Science soient traités à fond. Mais comme son dessein n'étoit pas d'expliquer les Mécaniques en particulier, mais seulement ce qui étoit nécessaire pour la quadrature de la Parabole qu'il démontre par l'équilibre des Plans, nous ne pouvons juger que par comparaison de ce qu'il auroit pû faire sur toutes les parties de Mécanique. Nous sçavons que plusieurs Anciens en avoient écrit, & qu'ils avoient expliqué l'usage & les avantages qu'on pouvoit retirer des principaux Instrumens dont on se sert ordinairement, & il seroit à souhaiter que nous eussions leurs ouvrages; car nous ne sçaurions douter qu'ils n'eussent une très-grande connoissance de l'effort de toutes les grandes machines, puisqu'ils en faisoient un usage continuel dans la deffense & dans l'attaque des Villes. Mais depuis l'invention de la poudre à canon, toutes les Catapultes, les Beliers, les grandes Tours mouvantes, & une infinité d'autres instrumens de guerre, étant devenus

inutiles, à peine nous reste-t-il une légere connoissance de leur construction; car les descriptions que nous en voïons dans quelques fragmens des Anciens, sont expliquées dans des termes que nous n'entendons pas, & les figures qui les accompagnent sont si grossierement dessinées, qu'on ne peut voir le rapport qu'elles ont pour la plupart avec leur explication.

Puisque les ouvrages des Anciens nous donnent si peu de connoissance de ce qu'ils sçavoient dans la Mécanique, on peut regarder ceux des Modernes comme des originaux, & il y a grande apparence qu'ils n'avoient point examiné à fond toutes les parties de cette Science, qu'on a expliquées depuis peu avec beaucoup de netteté & de subtilité par rapport à la Physique. Enfin si les nouvelles découvertes dans la Mécanique n'ont pas de si grands usages dans la vie civile que celle des Anciens en avoient dans leurs tems, on peut dire assurément qu'elles les surpassent d'autant plus qu'elles sont pour la plupart des explications, & même des démonstrations exactes des effets les plus admirables de la nature.

Entre les Modernes qui ont écrit de Mécanique, il y en a peu qui aïent tâché d'épuiser cette matiére, & quand ils l'auroient fait, les derniers

auront toujours un grand avantage ſur les autres, puiſqu'ils pourront profiter des nouvelles découvertes qui ſe font tous les jours, & enrichir leur Ouvrage de pluſieurs piéces fort conſidérables. Pour les démonſtrations, tant des Anciens que des Modernes, elles ſont fort differentes. La plupart ont ſuivi Archiméde, ou en tout ou en partie; & ils ont tâché d'éclaircir quelques difficultés qui ſe rencontrent dans les Axiomes ou Suppoſitions de cet Auteur. Quelques-uns ſe ſont appliqués ſeulement à démontrer le plus clairement qu'il leur a été poſſible, les propriétés du Levier qu'on peut regarder comme la propoſition fondamentale de toute la Mécanique, puiſque les autres parties s'y peuvent réduire facilement. Il y en a d'autres qui aïant entierement abandonné les principes dont Archiméde s'eſt ſervi, ont fait des ſuppoſitions toutes nouvelles dont ils ſe ſervent pour principes dans leurs démonſtrations. Mais j'ay remarqué que ces ſuppoſitions ne ſont pas ſuffiſantes toutes ſeules pour faire une bonne démonſtration, & qu'ils y en emploïent d'autres ſans en avertir, qui meriteroient d'être démontrées, ou tout au moins d'être bien expliquées. Ce ſont ces ſortes de ſup-

ã ij

positions qui ne paroissant pas également évidentes à tous les hommes, font que ceux qui sont accoûtumés aux démonstrations rigoureuses de la Geométrie, ne demeurent pas pleinement convaincus de quelques propositions où la Physique se trouve mêlée, quoiqu'ils soient demeurés d'accord des principes qui les ont précédé. C'est aussi, comme je crois pour cette raison, que ceux qui ont reconnu ces difficultés, ont mieux aimé faire une supposition de la principale proposition, que de n'en donner qu'une démonstration douteuse ou fondée sur des principes qui n'ont pas une très-grande évidence.

J'ay tâché dans cet Ouvrage de démontrer toutes les propositions à la maniére des anciens Geométres, sans me servir d'autre Axiome ou proposition fondamentale que de celle que tous ceux qui ont écrit de Mécanique ont supposée d'abord; & pour la rendre encore plus évidente, je la démontre dans ma premiére proposition par une autre qui est plus universelle, & dont on ne fait aucun doute dans la Physique, qui est *que dans l'effort des puissances toutes choses étant égales d'un côté & d'autre, les efforts sont égaux.* C'est pourquoi je n'ay pas crû qu'il fût né-

ceſſaire de rapporter ce principe ; puiſque c'eſt un des plus ſimples de toute la Phyſique.

Pour ce qui eſt des trois ſuppoſitions que j'ay faites & que je donne au commencement de cet Ouvrage, je ne crois pas qu'on doive faire difficulté de les recevoir, puiſqu'elles ſont auſſi ſuppoſées par tous ceux qui ont traité de la Mécanique, quoiqu'ils n'en parlent pas ordinairement, & qu'elles ne ſervent que pour faire des démonſtrations éxactes. Car je conſidére d'abord le corps peſant comme n'aïant aucune étenduë ou comme un point Mathématique peſant, afin que les différentes diſtances où il ſe trouve par rapport au centre de la terre & les différens milieux où il eſt, ne puiſſent pas rendre les démonſtrations douteuſes. Mais dans le cours de cet ouvrage je fais voir quels changemens il peut arriver à la peſanteur des corps par rapport aux différentes directions de leurs parties vers le centre de la terre. Et pour ce qui eſt du milieu dans lequel on fait la comparaiſon des corps peſants, j'expliquerai ce qui leur arrive ſuivant la nature du liquide dans mon Traité d'Hydroſtatique qui doit ſuivre celui-cy.

Pour l'ordre que j'ay tenu dans cet Ouvrage, j'ay crû qu'il falloit expliquer d'abord ce qui regarde les principales machines qui sont dans l'usage ordinaire, afin que ceux qui ne veulent sçavoir que les premiers élémens de cette Science, puissent trouver tout d'une suite ce qui leur peut être utile dans l'explication des cinq prémieres machines, & de celles qui y sont rapportées. Mais ils pourront négliger ce qui regarde les centres de gravité, & ce qui est démontré des différentes pesanteurs des corps suivant leurs différentes figures par rapport aux éloignemens du centre de la terre.

Les dernieres propositions de cet Ouvrage contiennent ce qu'on a trouvé de plus curieux dans la Physique par rapport à la Mécanique, comme du mouvement des animaux, de l'effort des cordes moüillées pour élever de grands fardeaux, & de la forme des bras des moulins qui font joüer des pistons & qui sont d'un très-grand usage, avec la construction d'une rouë qui sert à élever de l'eau où le frotement n'est pas sensible, & comme je l'ay fait éxécuter dans le Château de Beaulieu proche de Paris, & dont la premiére invention étoit dûë à M. Desargues, qui étoit un des plus excellens Geométres de notre siécle.

On y trouvera aussi l'explication de quelques problêmes qui passent ordinairement pour curieux : mais je me suis fort étendu sur le Traité de la Percussion, où j'ay démontré en abbrégé & d'une maniére en partie nouvelle, tout ce que j'ay pû trouver de considérable dans les Auteurs qui en ont écrit, & j'y ay ajoûté ce que j'ay crû qui y manquoit. Je rapporte aussi dans la même proposition ce qui regarde les centres du mouvement des corps, ceux de Percussion & d'Oscillation dont l'usage est très-grand dans les horloges à pendule. J'explique ensuite quelle doit être la figure des cordes ou lignes également pesantes ou fléxibles avec les courbures de quelques superficies cylindriques lorsqu'elles sont arrêtées par leurs extrémités ; & je donne dans le même endroit la solution d'un des plus considérables problêmes de la construction des bâtimens.

Enfin je démontre tout ce qui regarde le mouvement & la vitesse des corps qui tombent suivant des plans différemment inclinés, & de ceux qui sont poussés ou jettés, comme les Pierres, les Bombes, & les Jets d'eau, & je finis par les différens accidens de ceux qui se rompent lorsqu'ils sont engagés dans un mur par l'une de leurs extrémités, ou qu'ils sont

ſoutenus par le milieu en équilibre ou ſur les extrémités. On y verra des différences très-conſidérables entre ce que j'en démontre, & ce qu'en a expliqué Galilée, qui a été le premier, que je ſçache, qui ait écrit de ces matiéres, dont on a tiré de très-grandes lumiéres pour la Phyſique.



TRAITÉ

DE

MECANIQUE,

OU L'ON EXPLIQUE TOUT CE QUI EST necessaire dans la pratique des Arts.

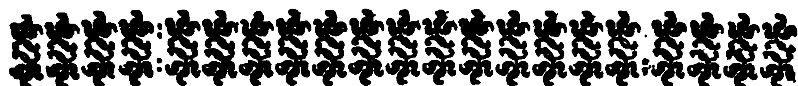
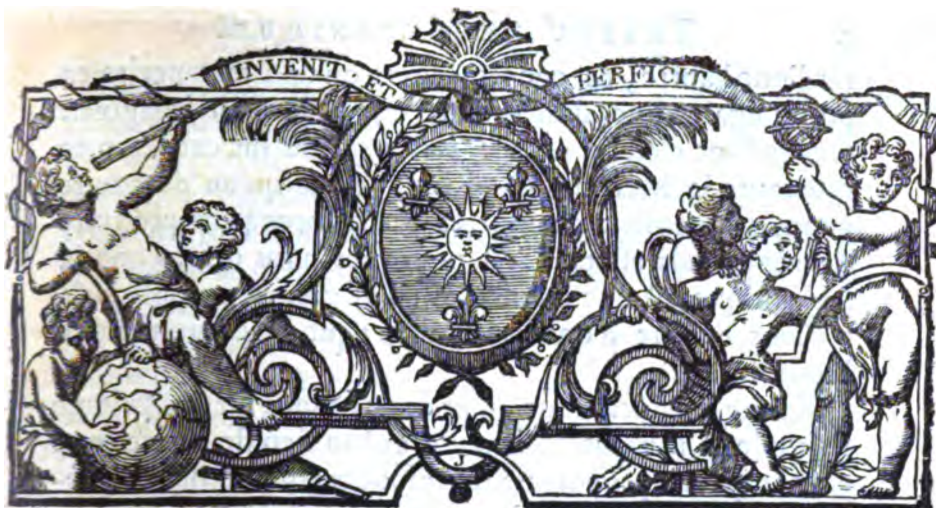


TABLE
DES MATIERES
contenuës dans ce Volume.



TRAITÉ DE MECANIQUE,

OU L'ON EXPLIQUE TOUT ce qui est nécessaire dans la pratique des Arts.

IL n'y auroit rien dans la nature qui fût plus capable d'attirer l'admiration des hommes, que de voir les efforts que peuvent faire les forces mouvantes par le moïen des machines ausquelles on les applique, si elles n'étoient pour la plûpart si communes qu'on les regarde sans y faire aucune attention, & sans considerer que c'est une loy naturelle que deux puissances égales doivent demeurer en équilibre, & qu'il n'est pas possible qu'elles puissent se surmon-

ter l'une l'autre, & encore moins qu'une très-petite en puisse égaler une aussi grande qu'on la peut imaginer. Cependant c'est sur cette même loy, ou sur cet Axiome que toute la Mécanique est fondée, & qu'on démontre geométriquement qu'une très-petite force peut produire de très-grands effets. C'est pourquoi nous disons que la Mécanique est une science qui fait connoître par quels moïens l'effort d'une puissance peut être augmenté à l'infini.

Toute la Mécanique étant donc fondée sur un Axiome si simple & si naturel, il n'y a aucun lieu de douter que tout ce qu'elle propose ne fût toûjours possible dans l'éxécution, si la matiére qu'on y emploïe pouvoit avoir toute l'étenduë & la solidité qui y est nécessaire, & si elle ne résistoit au mouvement par la difficulté que ses parties ont à se mouvoir en frotant l'une contre l'autre. Ce sont ces frotemens que l'on ne considere pas ordinairement dans les machines qui sont les plus ingenieuses dans leur invention, qui les empêchent fort souvent de réüssir quand elles sont executées. Lorsqu'on se sert d'une matiere dont les parties n'ont que très-peu de résistance au mouvement, c'est-à-dire celle dont les parties se dégagent les unes des autres avec une très-grande facilité, comme l'air & l'eau, il n'y a pas de doute que l'éxécution ne réponde toûjours à très-peu prés aux raisonnemens geométriques: & c'est en supposant que l'air est assés fluide pour se mouvoir à la moindre force, qu'on dit qu'il n'est pas possible de mouvoir un corps sur la surface de la terre, sans qu'elle change de position à l'égard du point vers lequel tendent tous les corps pesans; puisqu'il est certain que son centre de gravité doit changer quand il arrive quelque changement à la disposition des parties qui la composent, & que ce centre de gravité doit toûjours être placé dans le point où tendent tous les corps pesans.

Mais comme il n'y a point d'art qui n'ait besoin de la Mécanique, aussi ceux qui en font profession n'y réüssissent qu'à proportion qu'ils en ont une plus parfaite connoissance : car elle n'est pas seulement nécessaire pour la construction des nouvelles machines, mais encore pour la perfection de celles qui sont le plus en usage, & dont il est impossible de se passer. Ce n'est pas que la necessité & l'utilité de ces sortes de machines n'aïent obligé les hommes par la seule experience, à les pousser à un dégré de perfection, peut-être au-delà de ce qu'ils auroient fait s'ils ne les avoient considerées que comme des exercices de l'esprit sans aucune utilité : mais ce n'est que par le moïen de la Mécanique qu'on peut être asseuré qu'elles n'ont aucun deffaut, au moins de ceux qu'on peut facilement éviter.

Les découvertes qu'on fait tous les jours, & les nouvelles machines qui ont été inventées par de très-sçavans Mathématiciens, & par de très-habiles Ouvriers qui connoissoient fort bien les principales loix des Mécaniques, & qui sçavoient d'ailleurs ce qu'ils pouvoient esperer des métaux & du bois dans l'éxécution, font assés connoître qu'on ne doit pas négliger la théorie de cette Science, pour ne s'attacher simplement qu'à la pratique. Et s'il s'est trouvé quelques Ouvriers qui ayent réüssi dans des entreprises assés considerables par la seule pratique, on ne peut pas dire pour cela qu'ils ne sçeussent rien de mécanique, & qu'il vaut bien mieux travailler comme au hasard sans aucune regle, que de se conduire par les lumieres de la raison.

S'il falloit faire voir en particulier toutes les utilités de la Mécanique, il faudroit faire la description de toutes les machines dont on s'est servi en differentes occasions & en differens tems, soit dans la guerre ou dans la paix, & dont on se sert encore à present, tant pour la nécessité que

pour le divertissement. Mais c'est assés de marquer en general, que ce n'est que sur les principes de cette Science que sont fondées toutes les constructions des moulins à eau & à vent pour differens usages, des pressoirs, de la plûpart des machines qui servent à la guerre, & dans l'attaque & la défense des places, dans la construction des édifices ou celles qu'on emploïe pour élever des fardeaux sont en très-grand nombre, qui ont toutes leurs utilités particulieres dans des occasions differentes ; tout ce qui regarde l'élevation des eaux par des pompes, des chapelets, des roües, des vis inclinées, des tuïaux en spirale, & une infinité d'autres : enfin on ne sçauroit nier que l'on ne soit redevable à la Mécanique d'une infinité d'ouvrages très utiles & très curieux qui se font par le moïen du tour.

Les Anciens ont considéré deux parties dans la Mécanique, l'une qui ne regardoit que les raisons de l'augmentation de l'effort des puissances, & qui étoit fondée sur la Géometrie, sur l'Arithmétique & sur les raisonnemens physiques ; l'autre n'avoit pour objet que l'éxecution, & demandoit une connoissance parfaite de tous les matereaux qui entrent dans la composition des machines & des differentes applications qu'on en peut faire.

C'est aussi en suivant les Anciens que nous établissons ordinairement cinq puissances ou machines principales qui servent à mouvoir des fardeaux : sous la premiere on comprend le *Levier* & la *Balance* ; sous la seconde le *Treuil* ou *Vindas* ou *Cabestan* & les *roües dentées* avec leur essieu ; sous la troisiéme la *Poulie* & la *Moufle* ; sous la quatriéme le *Coin* ; & sous la cinquiéme le *Plan incliné* avec la *Vis*. Nous éxaminerons chacune de ces puissances ou machines en particulier, en faisant voir comment elles se peuvent toutes rapporter au levier dont nous traiterons d'abord.

Mais il faut remarquer en general, que dans toutes les machines on peut toûjours considerer trois puissances, dont il y en a une seule qui résiste à l'effort des deux autres & qui doit être placée au milieu ; & l'on distingue ordinairement ces trois puissances de trois noms differens, l'une s'appelle *la puissance mouvante* : l'autre s'appelle *le poids* ou *la puissance* qui est meuë : & la troisiéme est *l'appui* ou la puissance qui soutient, que les Grecs ont appellé *Hypomochlion*, qui est un mot assez en usage dans les Mécaniques & dont nous nous servirons en plusieurs rencontres, & indifferemment avec celui d'appui. Il est facile à voir qu'on peut par-tout substituer une de ces puissances à la place de l'autre, par exemple au lieu du poids la puissance mouvante ou l'hypomochlion, & de même à la place de la puissance mouvante ou de l'hypomochlion quelqu'une des deux autres, comme on le pourra voir en plusieurs rencontres.

Il peut aussi y avoir équilibre entre deux puissances qui seront directement opposées ; mais on ne retire aucun avantage de cette disposition des puissances.

Nous établissons seulement l'équilibre entre ces trois puissances, puisqu'il est évident que si elles sont en équilibre entr'elles, c'est-à-dire que si aucune des trois ne peut être meuë par ses autres, ni les mouvoir, pour peu que l'une soit augmentée, elle pourra mouvoir les autres.

Dans toutes les régles de l'équilibre on considere les machines sans avoir de corps, dont les parties peuvent empêcher l'effet, soit par leur pesanteur propre ou par le frotement qu'elles font les unes contre les autres, & quoi qu'on ne puisse pas donner des régles très-certaines pour déterminer la quantité de frotement, qui se peut rencontrer dans les Machines, on peut néanmoins faire voir comment on peut le diminuer quelquefois, ce qui est d'un grand usage dans la pratique.

Nous démontrerons toutes les propositions de ce traité à la maniere des Geometres, aïant établi quelques hypotheses pour rendre les démonstrations plus simples & plus aisées à comprendre : mais à la fin de cét ouvrage nous apporterons des démonstrations nouvelles des principales régles de Mécanique, où nous ferons voir comment on les peut déduire géometriquement de la constitution des corps qui servent dans la composition de la machine, ce qu'on peut appeller une démonstration physique de l'effet du levier.

DÉFINITIONS GÉNÉRALES.

I.

LA *pesanteur* est l'effort que fait un corps pour descendre.

On distingue la pesanteur relative d'un corps d'avec sa pesanteur absoluë, en ce que celle-cy est considerée absolument, & que celle-là ne l'est que par rapport à une autre.

II.

La direction d'une puissance est la ligne droite, suivant laquelle elle fait son effort étant appliquée à la machine.

III.

Le centre de gravité d'un corps pesant est un point par où le corps étant suspendu, toutes ses parties demeurent en repos, quelque position qu'elles aïent par rapport au lieu vers lequel il descend.

Nous ne disons pas que le centre de gravité d'un corps pesant soit un point autour duquel toutes ses parties sont en équilibre, puisqu'il est certain, comme nous le démontrerons dans la suite, qu'un semblable point peut être placé en une infinité d'endroits differens, soit par les diffe-

rentes positions des parties du corps vers le lieu où il tend, que nous regardons comme un point, soit par les differentes distances de ce corps à ce même lieu.

Il nous suffit donc icy de considerer le centre de gravité d'un corps, comme un point pesant autant que tout le corps dans la position où il est, pour n'avoir aucun égard à la disposition de toutes les parties du corps entr'elles ni à leurs directions differentes.

Il est évident par cette définition, que le centre de gravité d'un corps pesant doit être placé entre ses parties.

IV.

On appelle *moment* d'un corps pesant l'effort avec lequel il peut agir sur un autre corps quand il est appliqué à la machine, & cet effort est un composé de sa pesanteur absoluë & de la force dont il agit sur l'autre. Mais il faut prendre garde que ce composé ne doit pas se faire par une addition simple des parties de sa pesanteur absoluë avec *celles* de sa force, ces parties étant posées égales pour les deux corps qui sont appliqués à la machine, mais par une addition composée, qui est une multiplication des parties de la pesanteur absoluë du corps par celles de sa force.

Par exemple, si un des corps pese 8. livres dont la livre est la partie commune pour mesurer la pesanteur absoluë des deux corps, & qu'il ait *6*. parties de force; & que l'autre corps pese 3. livres & qu'il ait 16. des mêmes parties de force dont l'autre en a *6*. Nous disons que le moment du premier corps est le nombre 48, qui est le nombre 8. de ses livres pris autant de fois qu'il a de parties de force, c'est-à-dire six fois. De même le moment du second corps par rapport au premier sera aussi de 48, qui est le nombre 3. de ses livres pris seize fois, qui est le nombre de ses parties de force; & par consequent les momens de ces deux corps seroient égaux.

Ainſi pour avoir le moment d'un corps, il faut toûjours multiplier ſa peſanteur par ſa force. Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe avoir la même choſe ſans faire de multiplication, mais alors il faut toûjours conſiderer la peſanteur d'un des corps comme l'unité par rapport à l'autre, & la force auſſi de l'un des deux comme l'unité par rapport à celle de l'autre.

Par exemple, ſi dans les nombres précedens de livres & de parties de force des deux corps nous conſiderons les parties de force du premier comme l'unité, alors les parties de force du ſecond ſeront 2 & $\frac{2}{3}$ par rapport à celle du premier; & de même ſi nous conſiderons les 3 livres de peſanteur du ſecond comme l'unité, le premier aura $2\frac{2}{3}$ de partie de peſanteur du ſecond; ainſi on voit que les momens de chacun de ces deux corps ſeront $2\frac{2}{3}$ & qu'ils ſeront égaux: car le produit de la multiplication de $2\frac{2}{3}$ par l'unité eſt le même que celui de l'unité par $2\frac{2}{3}$.

SUPPOSITIONS.

I.

Nous ſuppoſons que la figure du corps ne change pas ſa peſanteur. Ainſi un corps peſant de figure ſpherique peut être réduit à un corps également peſant de figure cubique ou de telle autre qu'on voudra, ou même à une ſuperficie peſante, ou enfin à une ligne peſante ou à un point peſant autant que le corps.

II.

Nous ſuppoſons auſſi que les directions de deux corps peſans appliqués à une machine, & de toutes leurs parties conſiderées ſeparément, ſont toutes paralleles entr'elles: quoi qu'on croïe qu'elles tendent vers le centre de la terre; mais cette ſuppoſition ne peut apporter aucune erreur ſenſible dans les machines, à cauſe de leur peu d'étenduë

par

par rapport à la grande distance qu'il y a de la superficie de la terre jusqu'à son centre.

III.

Nous disons que les corps pesans pesent également dans tous les points de leur ligne de direction. Car il est certain que si un corps est suspendu à un fil que l'on considere sans aucune pesanteur, il seroit impossible de sçavoir si le fil est long ou court par les differentes actions du poids. De même si l'on pousse directement un corps avec une verge ou bâton que l'on considere sans pesanteur & inflexible, l'impression de la puissance sur le corps sera toûjours la même de quelque longueur que fût la verge. Ce n'est pas qu'on ne démontre fort bien que les corps doivent moins peser plus ils sont proche du centre de la terre, si l'on suppose qu'ils tendent vers ce centre; mais cette difference de pesanteur ne sçauroit être sensible dans l'étenduë des machines; c'est pourquoi on n'y a point d'égard. On doit aussi entendre la même chose de toutes sortes de puissances.



DU LEVIER.

DE'FINITIONS.

LE levier est une verge de quelque matiere que ce soit comme de fer ou de bois, à laquelle on applique trois poids ou puissances en differens endroits. Mais comme il n'est pas possible que cette verge n'ait de la pesanteur & qu'elle ne ploye, nous la supposons d'abord comme une ligne infléxible & sans aucun poids.

Je considere de deux especes de levier, l'un droit qui ne consiste qu'en une ligne droite, & l'autre angulaire qui est formé par deux lignes droites qui font un angle.

On divise ordinairement le levier droit en trois genres differens.

Le levier du premier genre est celui où l'hypomochlion ou appui est placé entre le poids qui y est appliqué, & la puissance qui le soutient.

Le levier du second genre est celui où le poids est au milieu entre la puissance & l'appui.

Et le levier du troisiéme genre est celui où la puissance est au milieu entre le poids & l'appui.

Mais si l'on substituë des puissances à la place du poids & de l'appui, on ne pourra plus faire de distinction entre ces trois sortes de leviers; c'est pourquoi nous n'y aurons aucun égard dans ce traité, parce que nous considerons le poids & l'appui indifferemment comme des puissances.

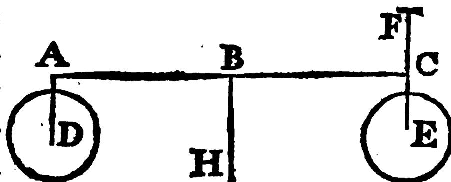
PROPOSITION. I.

SOIT *le levier droit A C aux extremités duquel A & C soient appliqués deux poids ou puissances, ou une puissance*

& un poids qui soient égaux entr'eux, & dont les directions soient paralleles & perpendiculaires au levier, & qu'au point B qui divise le levier A C en deux parties égales, il y ait aussi une puissance H qui y soit appliquée avec une direction parallele aux autres, ou bien perpendiculaire au levier, & qui soit égale aux deux autres ensemble.

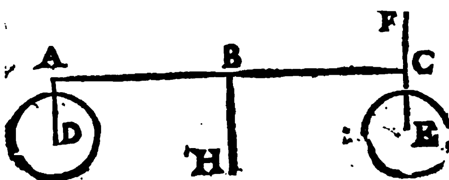
Je dis que ces trois puissances ainsi appliquées à ce levier demeureront en équilibre.

Les deux poids D E étant égaux & appliqués en A & en C au levier avec des directions qu'on suppose paralleles entr'elles, & les points A & C étant également éloignés de leur point d'appui B, il est certain que l'un des poids ne peut surmonter l'autre, puisque toutes choses sont égales des deux côtés; c'est pourquoi ces deux poids demeureront en équilibre entr'eux. Il ne reste donc plus qu'à déterminer la puissance H qui soutient le levier en B.



Par la troisiéme supposition on peut placer les deux poids D & E dans les points A C de leurs lignes de direction, lesquels sont aussi communs aux extremités du levier. Et par la premiere supposition ces points peuvent aussi être considerés comme deux poids qui pesent autant qu'eux & qui sont les mêmes que A & C. Mais aussi les deux poids A C joints par la ligne A C peuvent être encore considerés comme un seul poids dont le centre de gravité sera au milieu en B; & enfin toute la pesanteur de ce corps peut être réünie en ce seul point B, dont la direction sera la même que celle de ses parties, c'est-à-dire qu'elle doit être perpendiculaire au levier. Ainsi la puissance H qui agit sous le point B avec une direction perpendiculaire

au levier & dans un sens opposé à celui de l'action des poids, c'est-à-dire de bas en haut, doit être égale à celle de deux poids ensemble pour les soutenir. Il s'ensuit donc que l'hypomochlion B qui fait l'office de cette puissance H sera chargé de toute la pesanteur des deux poids.



Conséquence.

Maintenant si au lieu d'un des poids comme E on applique au point C du levier une puissance F qui agisse suivant la même direction que le poids E, c'est-à-dire perdiculairement au levier, il est évident que si la puissance F est égale à celle du poids E, il y aura encore équilibre entre les trois puissances D H F, dont F pousse l'extremité C du levier vers le bas comme le poids E la tiroit aussi vers le bas, puisque ces deux actions ne tendent qu'à la même fin, & D tire aussi l'extremité A du levier vers le bas, & enfin la puissance H le pousse vers le haut par le point B avec un effort double de chacun des autres.

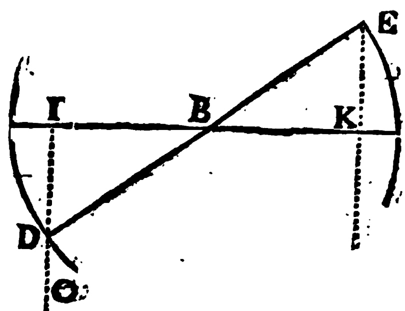
Il est donc aussi évident que le poids D ou une puissance D qui tire l'extremité A du levier A C lequel est soutenu en B par une puissance H qui y agit dans un sens opposé à celui de la puissance D, fera à l'autre extremité C du levier un effort pour l'élever, lequel sera égal à celui de la puissance D pour abbaisser l'extremité A; ou au contraire si une puissance F agit pour abbaisser l'extremité C, elle fera un effort égal au sien pour relever l'extremité A; & enfin que si l'extremité C est retenuë lorsque la puissance D la veut faire élever, cette puissance D agira d'un effort double du sien sur le milieu du levier au point B. Il en sera de même de la puissance F, si l'extremité A est arrêtée.

PROPOSITION II.

SI la direction des poids ou des puissances appliquées aux extremités du levier n'est pas perpendiculaire au levier, mais qu'elle fasse des angles égaux & semblablement posés avec le levier, il y aura encore équilibre comme dans la premiere proposition.

Soit le levier D E incliné aux directions paralleles D O, E K des puissances qui y sont appliquées, il y aura équilibre entre les puissances égales appliquées en D & en E, le levier étant soutenu & arrêté par son milieu B, en sorte qu'il puisse seulement tourner sur ce point, mais qu'il n'y glisse pas.

Si par le point B on méne la ligne droite I B K perpendiculaire aux lignes de direction I D O, E K des poids appliqués au levier, & qu'elle les rencontre en I & en K; par la troisiéme supposition, en quelque endroit des lignes I O, E K



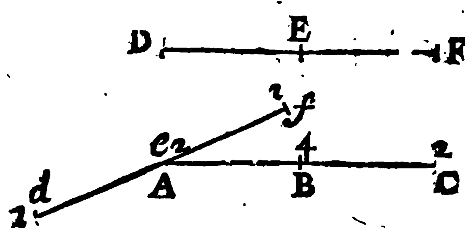
que les poids soient appliqués ils feront toujours le même effort : c'est pourquoi on peut les considerer comme s'ils étoient soutenus aux points I & K de leur ligne de direction sur la ligne I B K : mais les distances B I, B K depuis l'appui B jusqu'aux points I K où les poids sont appliqués sont égales entre elles ; car les deux triangles B I D, B K E sont égaux ; c'est pourquoi par la premiere proposition ce levier incliné D E aux lignes de direction des poids se réduisant à un levier I K perpendiculaire à ces mêmes lignes, & les poids étant égaux il y aura équilibre entre ces poids par la premiere proposition.

Ce seroit aussi la même chose si l'on supposoit qu'il y eut

un plan qui passât par le levier D E & par les lignes de direction IO, E K des poids; car en quelque endroit de ce plan que les poids reduits à des points pesans fussent appliqués sur leurs lignes de direction, ils agiroient toûjours de même l'un sur l'autre, que s'ils étoient appliqués aux points I & K sur la ligne I K.

PROPOSITION III.

Si *deux poids sont entr'eux en raison de nombre à nombre, & qu'ils soient appliqués à un levier en sorte que les distances de leur application jusqu'à l'appui soient en même raison que ces nombres, mais que la disposition soit réciproque, je dis que ces poids seront entre-eux en équilibre, & que l'appui sera seulement chargé de la somme des deux poids, & non pas de la somme de leurs efforts qui sont égaux.*



Soit le levier ou la balance ABC comme on l'a supposée dans la premiere proposition ensorte qu'il y ait deux poids en A & en C dont les directions soient perpendiculaires au levier A C, & qu'au point B du milieu il y ait une puissance qui soutienne ces deux poids, & qui doit par consequent pousser le levier en haut avec un effort égal aux deux poids ensemble, ou double de chacun en particulier; par exemple si les poids en A & C sont chacun de 2 livres, la puissance en B doit être de 4 livres.

Maintenant soit un autre levier D F entierement égal au levier A C, & perpendiculaire aux lignes de direction des poids, il est aussi évident par la premiere proposition, que si on applique aux extremités D&F deux poids égaux,

comme d'une livre chacun, le point E qui est au milieu doit être soutenu avec une puissance de deux livres : ou ce qui est la même chose, que ces deux poids en D & en F de 1 livre chacun, tireront embas le point E avec un effort de 2 livres.

On pourra donc placer le milieu E de ce levier D F sur le point A du premier A C, & il est évident que les poids de 1 livre appliqués aux extrémités D & F feront le même effet sur le levier A C, que faisoit auparavant le poids de 2 livres appliqué en A.

Il est facile à voir qu'il n'importe pas quel angle le levier D F fasse avec A C étant appliqué comme en *d f*, pourvû qu'il soit aussi perpendiculaire aux lignes de direction des poids, c'est-à-dire qu'il soit avec le levier AC dans un plan perpendiculaire à la direction des poids.

Mais aussi par les consequences de la premiere proposition, si l'on arrêtoit l'extrémité *f* du



levier *d f*, le seul poids de 1 livre posé en *d*, feroit un éfort de 2 livres en *e* ou en A sur l'extremité du levier A C & le levier AC demeureroit en même état qu'auparavant ; c'est-à-dire que le seul poids de 1 livre en *d*, feroit équilibre avec le poids de 2 livres en C & le poids de 4 livres en B.

Mais comme ce sera toûjours la même chose dans quelque angle que fasse D F avec A C sur le plan perpendiculaire à la direction des poids, on peut imaginer que la partie *e f* du levier *d f* est placée sur la partie A B du levier A C, ensorte que ces deux lignes se touchent dans toute leur longueur ; car ces leviers ont été supposez égaux. Ces deux leviers ne feront donc plus qu'une seule ligne droite ou qu'un seul levier *d* C, qui ayant un poids de 1 livre à son extremité *d*, fera équilibre avec un poids de 2 livres placé à son extremité C.

Mais l'appui de ce levier sera au point B ou *f*, où il faudra deux puissances pour le retenir; car celle qui est appliquée en B agit de bas en haut avec un effort de 4 livres, & celle qui est appliquée en *f*, agit avec un effort de 1 livre de haut en bas pour soutenir l'effort de 1 livre en *d*.

Il est donc évident que l'effort de 1 livre en *d* éleve le point *f* avec un effort de 1 livre; donc le poids de 1 livre en *d* en s'appuyant en A avec un effort de 2 livres, éleve l'extremité *f* avec un effort de 1 livre.

Maintenant si l'on joint ensemble les points *f* & B, il sera aussi évident qu'il ne faudra plus qu'un effort de 3 livres à la puissance appliquée en B qui pousse de bas en haut pour soutenir toute seule l'effort des deux poids appliquez en *a* & en C, puisque l'effort du poids de 1 livre en *d* soulage le poids de 4 livres appliqué en B, en élevant ce même point B qui est joint au point *f*, avec un effort de 1 livre égal à celui qu'il a en *d*.

On connoît donc par cette demonstration, que les deux poids en C & en *d*, qui sont en équilibre comme étoient les deux poids en E & en C, ont même raison entre-eux que les distances B *d*, BC, & qu'elle est comme 2 à 1, mais réciproquement disposée; car la grande distance B *d* est du coté du moindre poids *d*, & au contraire la petite distance B C est du côté du plus grand poids C.

De plus, on voit que l'appui en B, où la puissance qui soutient ces deux poids est égale à la somme des deux poids, c'est-à-dire à 3 livres dans cet exemple. Il y aura donc même raison entre chacun des poids en équilibre, & la puissance qui les soutient tous deux, qu'entre les parties du levier où ils sont appliqués, & le levier entier.

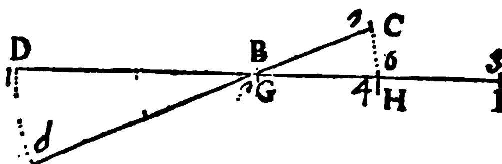
Si au lieu des deux poids placés en *d* & en C on suppose des puissances qui tirent du même sens que les poids, c'est-à-dire de haut en bas, ou qui poussent aussi de haut en bas, ce sera toûjours la même chose.

Soit

Soit maintenant un autre levier ou balance G I égale à la premiere A C, & qui soit divisée en deux également en H. Par la premiere proposition deux poids égaux placés en G & I à ses extremités seront en équilibre entr'eux, & la puissance en H qui les soutiendra tous deux sera double de chacun en particulier, ou égale à tous deux ensemble; car je suppose que ce levier est perpendiculaire à la direction des poids & de la puissance.

Ainsi le poids de 3 livres appliqué en G fera équilibre avec le poids de 3 livres appliqué en I, & tous deux ensemble avec la puissance H qui sera de 6 livres.

Si l'on applique maintenant le point B de la balance ou du levier precedent *d* C, au point G de celui-ci



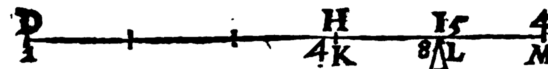
dans quel angle on voudra, pourveu que le levier soit aussi perpendiculaire à la direction des poids, il est évident, comme on l'a démontré, que le poids d'une livre en *d*, & le poids de deux livres en C qui sont en équilibre, & qui font ensemble un effort de 3 livres au point B pour l'abbaisser, feront le même effet sur le point G de la balance, que le poids de 3 livres y faisoit auparavant.

Enfin si le point C est joint au point H, ces deux leviers ensemble ne feront plus qu'un seul levier I D. Mais le seul poids d'une livre en D faisant un effort de 3 livres pour abbaisser le point G, en fait un en même tems de 2 livres pour relever le point H auquel le point C s'est joint. Il ne faudra donc plus à la puissance H qu'un effort de 4 livres pour soutenir ce levier composé, dont le point I est chargé de 3 livres, & le point D d'une livre, ces deux poids étant en équilibre.

Il y aura donc même raison entre les poids D & I,

qu'entre les parties du levier HI, HD, qui est celle de 1 à 3, & chacune à la puissance H, comme les parties du levier à tout le levier, c'est-à-dire comme 1 ou 3 à 4.

Si l'on poursuit de même, & qu'on applique ce dernier levier DHI sur un autre K M semblable au premier, qui porte à ses extremités KM des poids égaux de 4 livres chacun, & qui est soutenu par une puissance L double de chacun, c'est-à-dire de 8 livres; il est évident que le point H du levier D I qui est poussé en bas avec un effort de 4 livres par le



poids de 1 livre en D, & par celui de 3 livres en I, fera le même effet sur le point K du levier K M, que le poids de 4 livres, c'est pourquoy le point I du levier D I étant retenu en I ou en L où il est joint en sorte qu'il ne puisse s'élever, le seul poids d'une livre en D fera un effort de 4 livres sur le point K du levier K M : il y aura donc équilibre entre le poids de 1 livre placé en D, & le poids de 4 livres en M.

Mais le poids d'une livre en D éleve le point I avec un effort de 3 livres, ce qui soulage de 3 livres la puissance L de 8 livres, en sorte qu'elle se réduit à 5 livres.

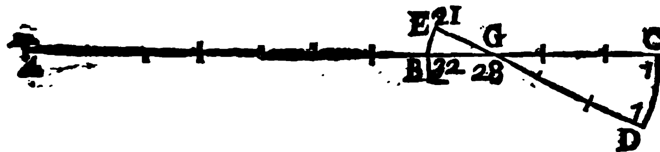
On voit donc qu'il y aura équilibre entre les poids D & M, qui seront entr'eux comme les parties du levier L M, L D, & qu'ils seront à la puissance L, comme chaque partie du levier au levier entier.

On trouvera toûjours la même chose en poursuivant à l'infini ces applications des leviers l'une sur l'autre, ce qui fait une partie de la démonstration de cette Proposition; car on a seulement démontré qu'il y avoit toujours même raison entre un poids comme celui de 1 livre, & son multiple dans quelque nombre que ce soit, comme de 15, 20, 100, &c. qu'entre les parties du levier.

Il reste donc à démontrer la même chose quand les poids sont chacun quelle partie on voudra l'un de l'autre ; comme si l'un est de 3 livres & l'autre de 7 livres, ou l'un de 4 & l'autre de 9 &c.

Soit donc par exemple un des poids de 4 livres, & l'autre de 7 qui soient appliqués au levier en A & en C avec les conditions precédentes des directions perpendiculaires au levier.

Je divise le levier A C en onze parties égales entr'elles, qui est le nombre de la somme des parties des deux poids, puisque l'un est 7, & l'autre 4. Ensuite je pose l'appui au point B qui retranche du levier 7 de ses parties vers le point A où doit être posé le poids de 4 livres, & quatre de l'autre où doit être posé le poids de 7 livres ; & je dis que



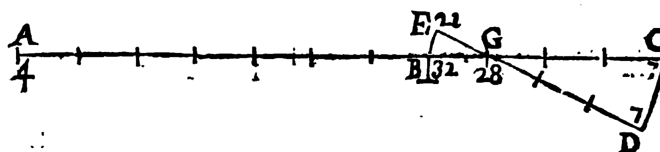
si l'appui est posé au point B sous ce levier, le poids de 4 livres en A, & le poids de 7 livres en C seront en équilibre, & que l'appui sera chargé de 11 livres qui est la somme des poids.

Il est évident par ce qui a été démontré dans la premiere partie de cette Proposition, que s'il y avoit un poids de 1 livre appliqué au point A de ce levier, & un autre de 7 livres appliqué au point G, & qu'il n'y eût que ces deux-là seulement sur ce levier, ils demeureroient en équilibre sur l'hypomochlion B ; car B G seroit une partie de ce levier, & B A en seroit 7. Ce sera encore la même chose si le poids appliqué en A est de 4 livres, & que l'autre soit de 28 livres ; puisqu'on doit considerer un poids de 4 livres par rapport à un de 28, comme un de 1 liv. à un de 7.

Soit donc le poids de 4 livres appliqué en A, & le poids de 28 livres apliqué en G sur l'hypomochlion ou appui B, qui sera par consequent chargé du poids de 32 livres.

Maintenant si au lieu du poids de 28 livres appliqué en G, on y pose le point G d'un levier E D, comme on a fait dans la premiere partie de cette démonstration, & que ce levier ait autant de parties qu'il y en a dans le poids placé en A, c'est-à-dire 4, & qu'une seule de ces parties soit depuis G jusqu'en E, & les trois autres depuis G jusqu'en D. Enfin qu'on applique à l'extremité D de ce levier l'autre poids qui est de 7 livres, & qu'en E on en pose un autre qui soit multiple de 7 suivant le nombre des parties de D G, qui sera 21 produit de 7 par 3.

Il est certain par les démonstrations de la premiere par-



tie de cette proposition, que les poids de 21 livre en E, & de 7 livres en D seront en équilibre sur le levier E D posé sur son appui G, & que cet appui sera chargé de 28 livres, qui est la somme des poids. Car ces deux poids ont entre-eux la même raison que celle des parties du levier. Ce levier E D étant donc ainsi chargé, & étant appuyé sur le point G du levier A G, fera le même effort en ce point, que si le poids de 28 livres y étoit appliqué.

Maintenant si l'on joint la partie E G du levier E D, avec la partie B G du levier A G, & qu'on arrête le point E avec le point B, comme on a fait cy-devant, ces deux leviers ainsi joints ensemble n'en feront plus qu'un seul A B C, dont l'extremité A sera chargée d'un poids de 4 livres, & l'extremité C d'un poids de 7 livres : & l'extre-

mité E du levier E D étant alors arrêtée en B, fera un effort de 28. livres en G, ce qui est necessaire pour soutenir le poids de 4 livres en A. Mais le même poids de 7 livres en C, qui fait l'effort de 28 en G pour l'abbaisser, fait aussi à même tems un effort de 21 livres pour relever le point B. Il est donc évident qu'il ne faudra plus à la puissance B que 11 livres pour soutenir tout ce levier; car il lui falloit auparavant 32 livres, & le seul poids de 7 livres appliqué à l'extremité C du levier B G C, en s'appuyant en G avec un effort de 28 livres, a soulagé ou relevé le point B de 21 livres; c'est pourquoi il ne reste plus pour B que 11 livres.

Il est donc évident que le levier A C étant chargé à son extremité A de 4 livres, & à son extremité C de 7 livres, demeurera en équilibre sur l'appui B, qui le divise dans la raison des poids, mais dans une disposition réciproque, & que cet appui sera chargé de la somme des deux poids qui est de 11. livres; & c'est enfin ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

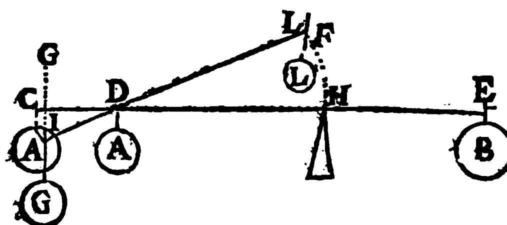
Il suit de cette démonstration, que si l'on considere deux poids tels que nous les avons supposés & qui soient placés aux extrémités d'un levier, & joints ensemble par le levier, comme un seul corps pesant, le point d'appui de ce levier sera son centre de gravité, & l'on pourra supposer que ce point pése autant que tout le corps ou que les deux poids ensemble.

LEMME.

SOIT *le levier C E posé sur l'appui H, & chargé de deux poids A & B à ses extrémités : Je dis que le poids A*

suspendu en C, fait plus d'effort sur le poids B suspendu en E, que si ce poids A étoit suspendu plus proche de l'appui H, comme en D.

Si cela n'est pas ainsi, & qu'il soit possible que le poids A suspendu en D fasse autant ou plus d'effort sur le poids B suspendu en E, que ce même poids A suspendu en C; soit appliqué le levier IF dans le plan perpendiculaire à la direction des poids, & qui fasse quel angle on voudra avec CH, lequel passe par le point D, & qui ait ses bras DI, DF égaux aux lignes DC, DH; si ce levier IDF est arrêté en I & en F à ses extrémités par deux puissances H L, & que ce levier fasse au point D le même effet que le poids A y faisoit auparavant; il est évident que la puissance G ne sera pas chargée toute seule de l'effort du poids A, mais qu'elle n'en portera qu'une partie, puisque la puissance L lui aide aussi à en porter une partie.



Maintenant si le point F est posé en H, le point I se trouvera en C, puisque ce levier sera joint à la ligne CH, & les poids demeureront encore dans l'état qu'ils étoient auparavant: c'est-à-dire que si le poids A suspendu en D faisoit équilibre avec le poids B suspendu en E, aussi une puissance ou un poids G, moindre que le poids A, lequel est appliqué en I, & qui sera joint pour lors au point C, fera encore équilibre avec le poids B. Mais par l'hypothése le poids A suspendu en C ne fait qu'autant ou même moins que le même poids A suspendu en D: donc le poids G moindre que A, & suspendu au point C, fera autant ou plus d'effort que ce même poids A suspendu au même

point C, puisqu'il en fait autant que le poids A suspendu en D, ce qui est une absurdité manifeste, puisque le poids G plus petit que le poids A, & suspendu au même point C de la balance, ne sçauroit faire sur cette balance un effort égal, ni plus grand que celui de ce même poids A; il n'est donc pas vray que le poids A suspendu en D puisse faire sur la balance un effort égal ni plus grand que celui de ce même poids A suspendu en C.

Cette proposition a été mise en axiome par quelques Geométres, mais d'autres l'ont supposée sans en rien dire; cependant ce n'est pas une chose si claire qu'elle puisse être reçûë sans difficulté, & l'on ne pourroit tout au plus la supposer que comme un principe d'experience.

PROPOSITION IV.

Il faut démontrer maintenant la même chose que dans la proposition précedente, quelque rapport que les poids puissent avoir entr'eux.

Je dis encore que si la longueur du levier est divisée en même raison que les poids, mais dans une disposition réciproque des parties & des poids, & que ce levier soit placé dans ce point de division sur son appui, les poids demeureront en équilibre.

Soit le levier L M (*Figure suivant.*) qui porte à ses extrémités les poids A & C, dont les directions sont perpendiculaires au levier; si l'on divise ce levier au point B, ensorte qu'il y ait même raison de BL à BM, que du poids C au poids A: je dis que ce levier étant posé sur son appui au point B, il y aura équilibre entre les poids A & C.

S'il n'y a pas équilibre entre ces poids, l'un emportera l'autre; par exemple, que le poids A emporte le poids C. Soit donc ajouté au poids C un autre poids D, en sorte que ces deux poids ensemble C D fassent équilibre, s'il est possible, avec le seul poids A.

Qu'on divise maintenant le poids A en autant de parties égales entr'elles qu'il en faudra pour faire qu'un certain nombre de ces parties soit plus grand que C, & plus petit que C joint avec D, ce qui est toujours possible, & que cette partie de A soit par exemple un dixiéme qui soit le poids F, il y aura donc justement 10 poids F dans le poids A; mais que 13 poids F soient ensemble plus grands que le poids C, mais plus petits que le poids C joint au poids D.

Aïant divisé B M en autant de parties égales entr'elles qu'il y a de parties ou de petits poids F dans le poids A qui sera icy en 10, il est évident que B L ne contiendra pas 13 de ces parties. Car puisqu'il y a même raison de A à C, que de B M à B L, 13 dixiémes parties de B M doivent



être plus grandes que B L, puisque 13 dixiémes parties du poids A sont plus grandes que le poids C. Ainsi ces 13 dixiémes parties de B M tomberont en G sur le levier au-delà de A, en commençant à B.

Mais par la precédente proposition il est certain qu'un poids égal à 13 F placé à l'extrémité M du levier, demeurera en équilibre avec le poids A égal à 10 F placé en G. Et par la construction 13 poids F sont plus petits que le poids C joint au poids D : donc le poids A placé en G fera équilibre avec un poids moindre que C joint avec D. Il faudra donc ajouter au poids à A placé en G, un autre poids, comme I, pour faire équilibre avec le poids C plus D.

Il s'ensuit donc de-là que le seul poids A placé en L, qui faisoit équilibre avec les poids ensemble C & D placés en M,

M, ne le peut plus faire qu'avec le secours du poids I, quand il est plus éloigné de l'hypomochlion ou appui B, ce qui ne peut pas être par le Lemme précedent, puisqu'au lieu d'avoir un plus grand effort sur les poids ensemble C & D, il en a un moindre.

Il est donc vray que le poids A placé en L fera équilibre avec le poids C placé en M, quand le point d'appui du levier le divise dans la raison des poids, mais réciproquement ; ce qu'il falloit démontrer.

Je dis de plus que l'appui B est chargé de la somme des deux poids A & C.

Si nous supposons que les poids A & C sont réünis dans les seuls points L & M de leurs lignes de direction, on pourra les considerer comme ne faisant qu'un seul corps par le moïen de la ligne L M qui est le levier, & qui les joint tous deux. Mais ce corps est soutenu en équilibre sur le point B, comme nous venons de le démontrer, ensorte que le point B soutient toute sa pesanteur absoluë, comme s'il étoit réüni dans ce seul point qui est son centre de gravité.

Quoique cette proposition ne puisse pas recevoir de difficulté, sur tout après avoir démontré qu'elle est toujours véritable quand les poids sont entr'eux comme nombre à nombre, quelque grand que puisse être le nombre de leurs parties ; car si l'on prend dans les poids des parties égales & indéfiniment petites, on pourra considérer leur rapport comme de nombre à nombre. Cependant voicy encore une maniere particuliere pour la démontrer.

Je considere le levier L M composé de deux leviers qui sont d'abord séparés, dont le premier est N M, & ses deux parties B M, B N sont égales entr'elles, & son appui est en B. L'autre est LNB, dont l'appui est en N. Il est évident par ce qui a été démontré cy-devant, que si le poids C est attaché à l'extrémité M du levier NBM, & qu'au

point N il y en ait un autre qui soit égal à C, l'appui S appliqué en B sera chargé de la somme de ces deux poids, c'est-à-dire du double de C. Maintenant si à l'extremité L du levier LNB on applique le poids A, & qu'on retienne l'extrémité B avec la puissance R qui la pousse vers le bas pendant qu'une puissance pousse ce levier vers le haut par le point N; & si cette puissance est égale au poids C, le poids A fera autant d'effort pour faire descendre l'endroit N du levier, que le poids C en fait pour le faire monter: ainsi ces deux leviers appliquez l'un sur l'autre seront en équilibre avec leurs poids A & C. Mais nous avons démontré que ces deux poids sont en équilibre, il faut donc que le poids A appliqué à son levier LNB, & retenu en B, fasse au point N un effort égal au poids C; car s'il le faisoit ou plus grand ou plus petit, il le feroit descendre en descendant avec lui, ou bien il lui céderoit, & il seroit obligé de monter.

Puisqu'ils sont donc en équilibre, il n'est plus question que de déterminer les puissances qui retiennent le point B commun à ces deux leviers. Premierement le point B du levier MN est poussé vers le bas par l'effort du poids C, avec un effort S double de celui du poids C; mais au contraire ce même point B est poussé vers le haut par l'effort du poids A, avec un effort R qui est au sien, comme BN à LN, par ce qui a été démontré cy-devant; car la puissance R qui retient le point B, en le poussant en bas est au poids A sur le levier LNB, comme LN à BN.

Enfin si l'on imagine que les points B de chacun de ces deux leviers sont joints ensemble, les deux efforts qui s'y font agiront aussi ensemble, c'est-à-dire que l'effort S double de C sera soulagé de l'effort R. Mais par la construction NB est à NL, comme A est à R, & en composant N B plus N L, ce qui est égal à L B, sera à N B, comme A plus R est à A; & en raison alterne N B, ou M B

son égale est à A, comme L B à A, plus R; mais aussi par ce qui a été démontré du rapport des deux poids A & C aux parties du levier CB, LB, réciproquement prises, on a MB à A, comme LB à C.

Il s'ensuit donc que C est égal à A plus R.

Maintenant si à chacune de ces parties égales on ajoute C, & qu'on en ôte R, on aura 2 C moins R égaux à A plus C.

Il est donc évident que le point B du levier aura la charge des poids A & C joints ensemble, puisqu'il avoit celle de deux C moins R; & c'est enfin ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il s'ensuit de cette démonstration, que l'augmentation de l'effort des puissances que peut acquerir un levier, ne lui vient que de l'appui : car si une livre à l'extremité d'un levier en soutient 100 à l'autre extrémité, ce n'est que parce que l'appui en soutient 99, comme on l'a pû voir clairement dans les démonstrations précédentes.

PROPOSITION V.

S'il y a trois puissances appliquées à un levier avec des directions qui lui soient perpendiculaires, & que deux de ces puissances soient en équilibre entr'elles, & qu'elles soient soutenuës par la troisiéme qui doit être necessairement entre deux, & qui leur est égale à toutes deux ensemble par les deux dernieres propositions.

Je dis qu'on peut toujours supposer un poids & un appui à la place de deux de ces puissances, sans qu'il arrive aucun changement à l'équilibre, & c'est ce qui comprend les trois genres de leviers ordinaires.

Cette proposition est évidente par ce qui a été démontré dans les deux dernieres propositions; car on pourra

toujours substituer une puissance à la place d'un poids quand elle fera le même effort pour tirer ou pousser le levier, puisque l'effort des puissances peut être toujours mesuré par des poids, & celui des poids par des puissances; & à la place de l'appui, une autre puissance qui agit en sens contraire. Ainsi il n'importe point que l'appui soit entre la puissance & le poids, ou à l'une des extrémités du levier, & que la puissance ou le poids soit au milieu; ce qui fait les trois genres du levier droit.

PROPOSITION VI.

Si deux poids ou deux puissances, ou bien une puissance & un poids sont appliqués à un levier qui est soutenu sur son appui, & qu'il y ait équilibre les directions étant perpediculaires au levier.

Je dis que les momens seront égaux.

Nous avons vû dans la troisiéme & quatriéme proposition qu'un poids comme A augmente son effort sur un poids comme B quand ils sont tous deux appliquez au levier D C qui est posé sur l'hypomochlion H, dans la proportion de son éloignement à cet hypomochlion.



Car si le poids A est placé en E, la distance H E depuis l'hypomochlion étant égale à H C où est appliqué le poids B, l'effort du poids A sera le même que l'effort du poids B, si ils sont égaux: mais ce même poids A étant transporté en F, HF étant double de HE, il aura un effort double de celui qu'il avoit en E, puisqu'il peut soutenir en C un poids double de B qu'il soutenoit auparavant. Et de même si ce poids A est en G ou en D, les distances F G, GD étant chacune égale à HE, il soutiendra en C un poids triple ou quadruple de

celui qu'il soutenoit auparavant ; ainsi son effort en G sera triple de celui qu'il avoit en E, & en D il sera quadruple, car HG est triple de HE, & HD en est quadruple. Ce que je viens de dire de l'effort augmenté du double, du triple ou du quadruple, se doit entendre de même de toute autre proportion, puisque par la Proposition IV. il y aura toujours même rapport entre la distance HC ou HE, & quelqu'autre distance comme HR, qu'entre le poids A placé en R, & le poids B placé en C.

Mais par la définition quatriéme le produit du poids A appliqué en R par la distance HR qui mesure son effort, sera le moment du poids A dans cette position sur le levier ; & semblablement le produit du poids B par sa distance HC qui mesure aussi son effort, sera le moment du poids B. Mais puisque dans le cas de l'équilibre il y a même raison de HC à HR, que du poids A au poids B, aussi le produit de HR par A sera égal au produit de HC par B ; ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il s'ensuit de ce qu'on vient de démontrer, que le poids ou la puissance qui aura un plus grand moment qu'un autre poids ou puissance, l'emportera ; & qu'au contraire celui qui en aura un moindre sera emporté. Car puisque les momens sont égaux dans le cas de l'équilibre, le moment sera augmenté par addition de poids, ou augmentation d'effort. Mais si le poids est plus grand, il emportera nécessairement l'autre ; si l'effort est plus grand, il sera plus éloigné de l'appui qu'il n'étoit auparavant, & par conséquent il emportera encore l'autre. Mais si le moment est moindre il arrivera le contraire, comme il est évident.

PROPOSITION VII.

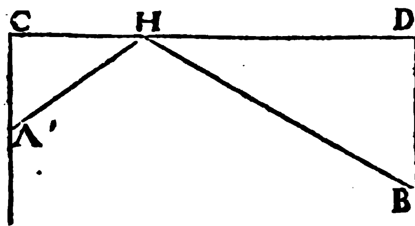
UNE *puiſſance peut augmenter ſon effort à l'infini, ſans augmenter ſa charge ſur l'appui.*

Cette propoſition n'eſt qu'une conſéquence des précédentes. Car puiſque l'effort d'une puiſſance dépend de la diſtance entre l'appui & l'endroit où elle eſt appliquée ſur le levier, il eſt évident que l'effort augmentera à proportion que cette diſtance ſera plus grande, mais elle ne ſera pas pour cela plus de charge ſur l'appui, puiſque par la troiſiéme ou quatriéme propoſition l'appui ne ſera pas chargé de l'effort des puiſſances ou poids, ce qui eſt la puiſſance ou la peſanteur relative, mais ſeulement de leur puiſſance ou peſanteur abſoluë.

PROPOSITION VIII.

SOIT *un levier angulaire A H B qui eſt chargé à ſes extrémités de deux poids A B, dont les directions A C, B D ſont paralleles entr'elles : Je dis qu'on peut réduire ce levier angulaire à un levier droit, ſans changer les poids ni leur direction.*

Par le ſommet H de l'angle AHB du levier, ayant mené la ligne droite CHD perpendiculaire aux directions paralleles A C, B D; Je dis que cette ligne CH ſera le levier droit auquel ſe réduit le levier angulaire AHB.



Si l'on conçoit qu'il y a un plan qui paſſe par les lignes de direction AC, BD, il paſſera auſſi par l'angle H du levier; & par la troiſiéme ſuppoſition, en quelque endroit que ſoit le poids

A dans sa ligne de direction AC sur le plan ACBD il y pesera également, c'est-à-dire qu'il y fera toujours le même effort : on peut donc le supposer au point C, aussi-bien qu'au point A. Il en sera de même du poids B, qu'on peut aussi supposer en D dans sa ligne de direction BD, & qui fera le même effort par rapport à sa distance de l'hypomochlion H. Mais ces deux poids A & B étant placés en C & en D, feront équilibre entr'eux sur le levier droit, comme ils le faisoient auparavant en A & en B sur le levier angulaire AHB. On a donc réduit le levier angulaire au levier droit, sans changer les poids ni leur direction.

PROPOSITION. IX.

JE *dis qu'on ne doit pas mesurer l'effort des poids ou des puissances par la longueur des bras du levier où ils sont appliqués : mais seulement par les perpendiculaires menées du point d'appui du levier sur les directions des poids.*

Par les propositions troisiéme & quatriéme, il est évident qu'il y aura équilibre entre des puissances ou des poids appliqués sur le levier droit CD aux points CD si ces poids sont entr'eux réciproque des longueurs des bras HD, HC. Mais par la proposition précédente, les poids appliqués en A & en B en quel endroit on voudra de leurs lignes de direction, AC, BD doivent être considérés comme s'ils étoient placés aux extrémités CD du levier droit ; c'est pourquoi l'effort de ces poids se doit seulement mesurer par la longueur des lignes HC, HD, qui sont les plus courtes qu'on puisse mener de l'appui H aux lignes de direction, puisqu'elles leur sont perpendiculaires, & non pas par celle de HA, HB qui peuvent avoir entr'elles des rapports très-differens de HC à HD.

Remarque.

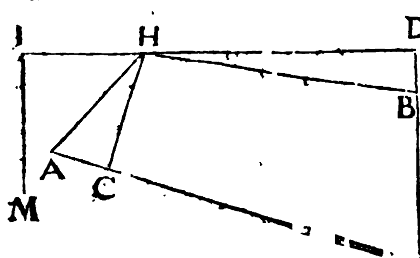
Si les triangles HAC, HBD étoient semblables, on pourroit aussi mesurer l'effort des poids A & B par la

longueur des lignes HA, HB, ce qui est évident puisqu'elles auroient entr'elles le même rapport que HC & HD.

PROPOSITION X.

Si les directions des puissances ou des poids appliqués à un levier angulaire ne sont pas paralleles entr'elles, ce levier angulaire se réduit à un autre angulaire dans lequel l'effort des puissances est mesuré par les longueurs des bras de ce levier réduit, sans changer les poids ni leur direction.

Soit le levier angulaire AHB, aux extrémités duquel sont appliqués les poids ou puissances AB, avec les directions AC, BD qui ne sont pas paralleles entr'elles. De l'appui H aïant mené les perpendiculaires HC, HD sur les lignes de direction AC, BD; je dis que le levier angulaire AHB est réduit à un autre angulaire CHD, dont les bras HC, HD mesurent l'effort des poids AB pour faire équilibre.



Par la neuviéme proposition, il est évident que l'effort de la puissance A appliquée en A au levier AHB avec la direction AC, doit être mesuré par la ligne droite HC perpendiculaire à la direction. De même l'effort de la puissance B avec la direction BD doit être mesuré par la ligne HD perpendiculaire à BD. Mais si l'on suppose que CAIDB soit un plan qui puisse mouvoir sur le point H, il est évident que la puissance A étant considerée comme appliquée en C avec tout l'effort dont elle est capable, tend à faire tourner ce plan autour du point H, de même que si elle étoit appliquée en tout autre point de ce plan, comme I, lequel seroit aussi éloigné

éloigné de H que le point C; & par conséquent si DH est prolongé en I, & que HI soit égale à HC, la puissance A étant appliquée avec une direction IM perpendiculaire à IHD, fera autant d'effort à mouvoir le poids B appliqué sur ce plan, que si elle étoit en C: mais aussi la puissance B en fera autant en D qu'en B, puisque D est sur sa ligne de direction DB. Si les poids ou les puissances A & B sont donc entr'elles en même raison réciproque que les bras HD, HC du levier angulaire, elles seront en équilibre par la troisiéme & quatriéme proposition: ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

UN *levier angulaire avec des puissances appliquées par des directions perpendiculaires à ses bras, se réduit à un levier droit sans changer la longueur des bras ni les puissances.*

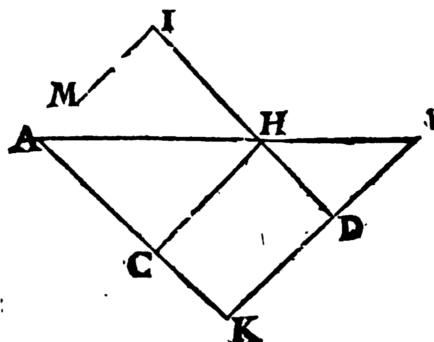
Cette proposition suit de la précédente. Car nous avons vû que le levier angulaire CHB, dont les directions des puissances sont perpendiculaires aux bras du levier, se réduit à un levier droit IHD sans changer la longueur des bras, puisque IH est égal à CH, ni les puissances, & qu'il y aura équilibre sur ce levier droit entre les mêmes puissances que celles qui étoient appliquées sur le levier oblique CHD, les directions de ces puissances étant perpendiculaires à leurs bras dans ces deux leviers.

PROPOSITION XII.

UN *levier droit avec des directions obliques & differemment inclinées se réduit à un levier angulaire sans changer*

les directions ni les puissances, & enfin à un levier droit en changeant une des directions des puissances.

Le levier droit AHB, dont les puissances en A & en B ont leurs directions AC, BD differemment inclinées au levier, se peut réduire à un levier angulaire CHD, sans changer les directions ni les puissances par la dixiéme proposition, car il n'importe pas que le levier proposé soit droit ou angulaire, pourvû que les bras du levier qui mesurent l'effort des puissances, soient les perpendiculaires HC, HD sur les directions. Mais par la précédente proposition ce levier angulaire réduit à CHD, peut encore se réduire au levier droit IHD, en changeant seulement une des directions, qui est AC en IM, & la longeur des bras HC, HI demeurera la même; ensorte que s'il y avoit équilibre entre les puissances A & B appliquées au levier droit AB, avec les directions obliques AC, BD, ces puissances doivent être entr'elles comme les lignes HD, HI réciproquement prises, puisque ces mêmes puissances étant appliquées au levier droit IHD avec des directions qui lui soient perpendiculaires, demeureront en équilibre.



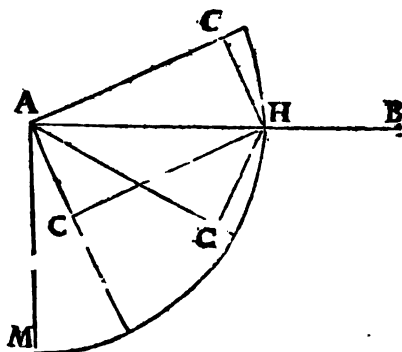
PROPOSITION XIII.

LES *differens efforts d'une puissance appliquée à un même point du bras d'un levier suivant differentes directions, sont entr'eux comme les sinus des angles que font les directions avec le bras du levier.*

Soit le levier AHB, & qu'une puissance A soit

appliquée au bras du levier HA, suivant differentes directions AM, AC, AC.

Par la neuviéme proposition, l'effort du poids ou de la puissance A appliquée au levier suivant differentes directions, se doit mesurer par les perpendiculaires HC menées du point d'appui H du levier sur les directions. Mais si du centre A, & pour rayon AH, on décrit le cercle MH, toutes les lignes HC seront les sinus droits des angles HAC des directions avec le levier ; ces sinus seront donc entr'eux comme les perpendiculaires qui mesurent l'effort de la puissance suivant ses differentes directions ; ce qu'il falloit démontrer.



Consequence.

Il est aussi évident que la direction perpendiculaire AM a le plus grand effort de toutes les directions possibles, puisqu'elle a pour sinus le rayon même qui est le plus grand de tous les sinus, & c'est cet effort qu'on doit regarder comme celui de la puissance absoluë.

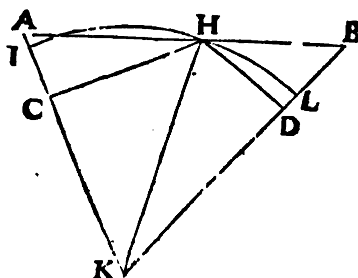
PROPOSITION XIV.

LES *extrémités AB d'un levier ou droit ou angulaire étant tirées par des puissances dont les directions AK, BK concourent entr'elles au point K :*

Je dit que pour faire équilibre entre ces puissances, il faut qu'elles soient l'une à l'autre réciproquement, comme

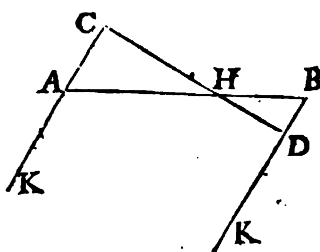
les sinus des angles que font les directions avec la ligne KH menée du concours K des directions à l'appui H.

De l'appui H ayant mené les lignes HC, HD perpendiculaires sur les directions AK, BK, par la neuviéme proposition l'effort des puissances doit être mesurée par les perpendiculaires HC, HD ; mais par la douziéme proposition ce levier se réduit à un levier droit, ce qui montre qu'il y aura équilibre entre les puissances appliquées en A & en B, si elles sont entre-elles comme les perpendiculaires HD, HC menées à leurs lignes de direction & prises réciproquement. Mais si du centre K & pour rayon KH on décrit un cercle, il est évident que HC sera le sinus de l'angle AKH ; & semblablement HD le sinus de l'angle BKH, donc pour faire équilibre les puissances doivent être comme les sinus réciproquement pris des angles faits par les directions & par la ligne menée du concours K des directions, au point d'appui H.



Conséquence.

Il s'ensuit de cette démonstration, que si les directions étoient paralleles entr'elles, & perpendiculaires aux bras du levier, ces sinus seroient les mêmes bras du levier ; & enfin si ces directions paralleles étoient inclinées aux bras du levier, une même ligne CHD perpendiculaire aux directions AK, BK donneroit le même rapport que ces sinus, dont le sommet de l'angle seroit à distance infinie, à cause



des directions paralleles, & ces lignes HC, H D qui mesurent l'effort réciproque des puissances, seroient entre-elles dans ce cas comme les bras HA, HB du levier, à cause des triangles semblables & rectangles HCA, HDB.

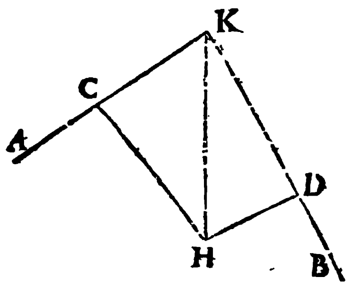
PROPOSITION XV.

Si une verge roide HK est appuyée au point H, & qu'elle soit tirée à son extrémité K par deux puissances A & B, selon telles directions qu'on voudra KA, KB :

Je dis que pour faire équilibre entre ces puissances, il faut qu'elles soient entr'elles comme les perpendiculaires réciproquement prises HC, HD menées de l'appui H sur les directions des puissances.

Il semble d'abord que cette maniere d'appliquer deux puissances pour agir l'une contre l'autre, soit fort differente du levier; cependant il est fort facile de faire voir que ce n'est qu'un levier dont les deux bras sont joints ensemble; & qu'on peut les separer en les réduisant suivant les propositions précédentes.

Car si de l'appui H on mene les perpendiculaires HC, HD sur les directions AK, BK, il est évident qu'on pourra alors considérer ces deux perpendiculaires HC, HD qui font un angle en H, comme les bras d'un levier angulaire, aux extrémités



duquel C & D les puissances A & B sont appliquées avec des directions perpendiculaires, puisque les puissances peuvent être considerées comme étant appliquées dans quelqu'endroit que ce soit de leur ligne de direction; par la troisiéme supposition, le levier double HK où la seule

verge HK sera donc réduite à un levier angulaire, ensorte que les puissances y feront le même effort sans changer leurs directions ; & comme ce levier angulaire peut être réduit à un levier droit en changeant une des directions sans changer la puissance ni la longueur du bras, il y aura équilibre entre les puissances si elles sont entr'elles comme les perpendiculaires HC, HD prises réciproquequement; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XVI.

LA *proposition précédente nous fournit une maniere de réduire toutes sortes de leviers à une espece de levier qui n'a qu'un bras, où dont les deux bras sont joints ensemble, lorsque les directions des puissances qui sont appliquées au levier ne sont pas paralleles.*

Soit le levier droit ou angulaire CHD, car il n'importe pas, & dont les directions soient perpendiculaires aux bras du levier, ce qu'on peut tonjours supposer, puisque toutes sortes de leviers se peuvent réduire à celui-cy, comme on a vû par les propositions précédentes. Mais comme il n'importe pas que les puissances agissent en tirant ou en poussant, leur effort sur les bras du levier sera toujours le même, suivant les mêmes directions. Ce que nous disons des puissances qui tirent se peut entendre de même de celles qui poussent ; & ce sera aussi la même chose, soit que ces puissances s'écartent en tirant ou en poussant, soit qu'elles concourent.

Si l'on conçoit donc que les directions AC, BD des puissances soient prolongées jusqu'à ce qu'elles concourent en K, il est évident qu'on pourra supposer que le levier CHD sera réduit à un levier dont les deux bras étant joints ensemble sont la verge HK, & que s'il y avoit équilibre entre les puissances A & B appliquées aux extrémi-

tés C & D du levier CHD, il y aura aussi équilibre entre ces mêmes puissances appliquées suivant les mêmes directions aux extremités du levier double KHK, ou bien ce qui est la même chose, à l'extrémité K de la verge HK.

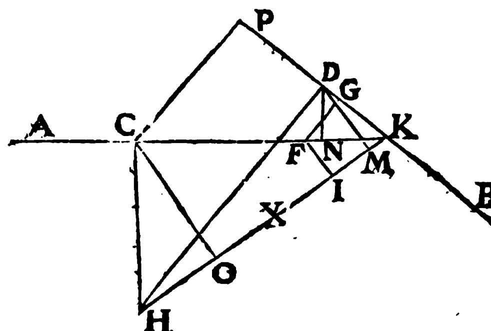
PROPOSITION XVII.

JUSQU'A présent nous avons éxaminé les accidens des leviers angulaires, dont les extrémités sont mûës par des puissances qui font équilibre entr'elles, & dont les directions concourent. Maintenant il faut voir quelle doit être la puissance qui doit soutenir ces deux autres, c'est-à-dire celle qu'on doit appliquer à l'angle pour les soutenir toutes deux, & quelle doit être la direction de cette puissance.

Dans la troisiéme & quatriéme proposition on a démontré que l'appui étoit chargé seulement de la pesanteur absoluë des deux poids qui sont aux extrémités du levier; mais ce n'est que dans le cas des directions perpendiculaires au levier droit, & où la puissance qui soutient, doit aussi avoir sa direction parallele aux autres. Ce n'est pas la même chose dans ce cas-cy où les directions concourent; car une partie de l'effort absolu des puissances appliquées avec ces directions, se détruit par l'opposition des directions, & les puissances perdent d'autant plus de leur effort, que les directions se trouvent plus directement opposées l'une à l'autre.

Que le levier proposé tel qu'on voudra soit réduit au levier angulaire CHD (*Fig. suivant.*) lequel ait ses bras HC, HD perpendiculaires aux directions CK, DK des puissances A & B, ce qui se peut toujours faire à cause que les directions CK DK des puissances A & B concourent en K.

Par la proposition précédente on peut aussi réduire ce levier à un autre HK, dont les deux bras soient joints ensemble sans qu'il arrive aucun changement ni aux puissances ni à leurs directions pour faire l'équilibre. Mais ce levier étant appuié en H, fait connoître que dans l'équilibre des deux puissances A & B par les directions KC, KD, le levier ou la verge HK les soutient dans cet état, ensorte qu'elle tient la place de la direction de la puissance qui soutiendroit le point K, ou l'effort des deux puissances. Ainsi les deux puissances A & B agissant avec des directions CK, DK sur quel levier on voudra qui ait son apui en H, il s'ensuit que cet appui H doit être soutenu par une puissance dont la direction sera la ligne droite menée du point d'appui H au point K de concours des directions des puissances A & B.



Maintenant puisque les deux puissances A & B tirent ou poussent les bras du levir HC, HD, suivant les directions CK, DK, & que ces deux puissances avec celle qui les soutient que j'appelle X, & qui a sa direction HK, sont en équilibre entr'elles toutes trois, on pourra sans changer leurs

leurs directions former un autre levier, auquel étant appliquées elles doivent encore demeurer en équilibre, puisqu'il n'y aura rien de changé ni dans les puissances ni dans leurs directions, mais seulement dans les bras d'un levier qu'on peut toujours supposer tels qu'on voudra, pourveu que ce levier ait ses trois points où les trois puissances sont appliquées dans leur ligne de direction : car suivant la supposition troisiéme, les puissances agissent également dans tous les points de leur ligne de direction, & ces trois directions sont toujours dans un même plan.

Soit donc pris le point D dans l'une des directions comme KD pour le point d'appui d'un nouveau levier dont les bras soient DM, DN, qui sont les perpendiculaires menées du point d'appui D aux directions des puissances X & A ; il faut donc par les propositions précédentes dans cet état d'équilibre des trois puissances, qu'il y ait même raison de la puissance A à la puissance X, que du bras du levier DM à DN, puisque ces bras sont perpendiculaires aux directions, & qu'ils sont pris dans un ordre réciproque à celui des puissances. Ainsi on connoîtra le rapport de la puissance A la puissance X que l'on cherchoit.

On trouvera, si l'on veut, de la même maniere le rapport de l'autre puissance B à la puissance X, en prenant le point C pour appui d'un levier, dont les bras seront CO, CP perpendiculaires sur les directions de ces puissances ; car dans l'état d'équilibre où elles sont posées il doit y avoir même raison de la puissance B à la puissance X, que du bras CO au bras CP ; ce qu'il falloit trouver.

Il s'ensuit donc que si l'on veut connoître le rapport de la puissance A à la puissance B, par la raison composée des deux raisons que nous venons de trouver ; nous dirons que la puissance A est à la puissance B dans la raison de la puissance A à la puissance X, & dans celle de la puissance X à la puissance B : ou bien ce qui est la même chose, de

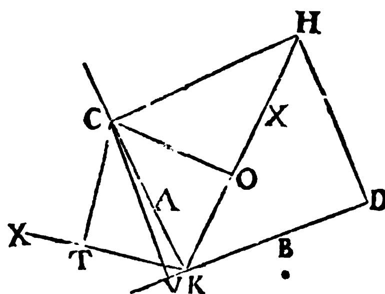
la raiſon de DM à DN, & de celle de CP à CO, comme on les a déterminées. Mais ſi ſur la ligne KC on prend KF égale à KD, & qu'on mene FG parallele à CP, & FI parallele à CO, il eſt évident à cauſe des triangles ſemblables, qu'il y aura même raiſon de FG à FI, que de CP à CO, & par conſéquent la raiſon compoſée de DM à DN, & de CP à CO, ſe réduit à celle de DM à DN, & de FG à FI. Mais auſſi à cauſe des triangles ſemblables & égaux FKG, DKN, on aura FG égale à DN, & par conſéquent la raiſon compoſée de DM à DN, & de FG à FI, ſe réduit à celle de DM à FI, qui eſt auſſi celle de HD à HC, comme elles doivent être pour faire équilibre entr'elles. Car il eſt évident que DM eſt à FI, comme HD à HC, puiſque le triangle rectangle DNK eſt ſemblable au triangle HDK, & que le triangle rectangle FIK eſt ſemblable à HCK, & de plus, que KF eſt égale à KD par la conſtruction, d'où il y aura même raiſon de HD à HK, que de DM à DK, & même raiſon de HK à HC, que de FK, ou bien DK ſon égale à FI, ainſi en raiſon égale DM à FI, comme HD à HC.

PROPOSITION XVIII.

On peut faire encore une réduction de ce levier angulaire à un autre, ſans changer les angles d'inclinaiſon des directions, ny les puiſſances; & l'on pourra par ce moïen trouver auſſi le rapport de la puiſſance qui ſoutient celles qui ſont appliquées aux extrémités d'un levier angulaire.

Par le concours K des directions des deux puiſſance A, B, ſoit mené KT qui faſſe l'angle CKT égale à l'angle CKH, qui eſt fait par la direction CK & par la ligne droite HK menée de l'appui H au concours K des directions, laquelle ligne HK eſt auſſi la direction de la puiſſance à l'appui, comme je l'ay démontré dans la précédente.

Du point C aïant mené CT perpendiculaire sur KT, & CV perpendiculaire sur KD prolongée s'il est necessaire, on formera le levier angulaire VCT dont l'appui sera en C, & le concours des directions TK, DK, ou VK, ce qui est la même chose, en K; & la ligne CK la direction de l'appui C. Or il est facile à voir que les deux triangles COK, CTK sont rectangles, égaux & semblables; car ils sont rectangles en O & en T, ils ont l'angle au point K égal, & le côté CK commun; c'est pourquoi on trouvera, comme dans la precedente, que le rapport de la puissance B à la puissance X, soit qu'elle soit appliquée à la direction HK, soit qu'elle le soit à KT, sera comme la perpendiculaire CO ou CT son égale, à la perpendiculaire CV.

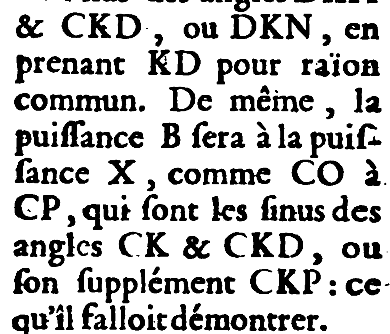


PROPOSITION XIX.

LES *mêmes choses étant posées comme dans les deux précédentes; je dis que dans le levier angulaire CHD, la puissance A sera à la puissance X comme le sinus de l'angle DKH fait par les directions des deux puissances X & B, ou de son supplément qui est le même, au sinus de l'angle CKD, ou de son suplément DKN qui est le même, fait de la direction des deux puissances A & B; & la puissance B sera à la puissance X, comme le sinus de l'angle CKH au sinus de l'angle CKD, ou de son supplément CKP, ou CKV qui est le même sinus.*

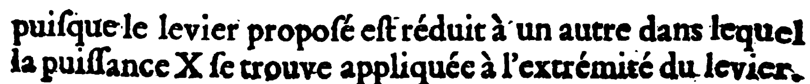
Nous avons vû que la puissance A étoit à la puissance X, comme DM à DN dans les deux précédentes propo-

ſitions : mais DM & DN ſont les ſinus des angles DKH & CKD , ou DKN , en prenant KD pour raïon commun. De même , la puiſſance B ſera à la puiſſance X , comme CO à CP , qui ſont les ſinus des angles CK & CKD , ou ſon ſupplément CKP : ce qu'il falloit démontrer.



Cette propoſition eſt auſſi évidente par la quatorziéme ,

puiſque le levier propoſé eſt réduit à un autre dans lequel la puiſſance X ſe trouve appliquée à l'extrémité du levier.

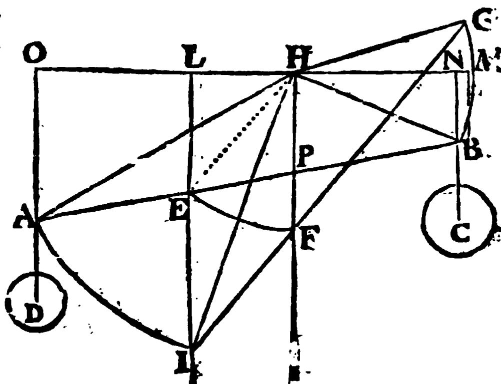


PROPOSITION XX.

S i *deux poids DC sont appliqués aux extrémités AB d'un levier angulaire AHB, en sorte que ce levier puisse tourner autour de l'hypomochlion H:*

Je dis que le levier tournera sur l'appui H, & qu'il ne s'arrêtera point que le centre de gravité des deux poids ne soit placé dans la ligne HF, qui étant parallele aux directions passe par l'appui H.

Si les poids DC sont suspendus aux extrémités AB du levier, ils auront leurs directions paralleles par la seconde supposition. Mais par la troisiéme on peut les considérer comme s'ils étoient appliqués en A & en B aux extrémités du levier.



Maintenant si l'on divise la ligne droite AB en deux parties en E, en sorte que AE soit à BE en raison réciproque des poids D & C, c'est-à dire que AE soit à BE, comme le poids C au poids D; je dis que lorsque le point E de la ligne droite AB sera parvenu dans la ligne HF, en faisant tourner le levier sur le point d'appui H, le levier aïant alors la situation IHG, il y demeurera, & les poids qui sont appliqués à ses extrémités seront en équilibre.

Car les lignes de direction de ces poids étant alors IL & GM paralleles à HF, si par le point H on mene la ligne LHM perpendiculaire aux directions IL, GM; il y aura même raison de HL à HM, que de FI à FG; c'est pour-

quoi HL sera à HM, comme le poids C au poids D. Mais les poids C & D qui sont suspendus en I & en G aux extrémités du levier, peuvent aussi être supposés appliqués en tout autre point de leurs lignes de direction, comme en L & en M, ce qui réduit le levier angulaire IHG au levier droit LHM, dont les extrémités sont chargés de deux poids qui ont leurs lignes de direction perpendiculaires au levier, & qui sont entr'eux en raison réciproque des bras du levier droit; c'est pourquoi par la troisiéme & quatriéme proposition il y aura équilibre entre les poids C & D, le levier étant ainsi suspendu dans sa position IHG.

Il faut maintenant démontrer qu'il ne peut pas y avoir d'équilibre entre ces poids en quelqu'endroit que le levier soit placé hors la position IHG, & son opposée en dessus, c'est-à-dire lorsque le point E de la ligne AB est placé dans la ligne FH au dessus de H, car dans ce cas on démontrera l'équilibre entre les poids de la même maniere qu'on l'a démontré en dessous.

Soit donc, s'il est possible, le levier en quelqu'autre situation que les deux précédentes, comme en celle de AHB, & qu'il y ait équilibre entre les poids appliqués à ses extrémités. Par le point H aïant mené la ligne OHN perpendiculaire aux directions des poids, qui sera aussi jointe à la ligne LM, à cause que les directions sont paralleles entr'elles, les poids D & C pourront être considerés comme appliqués en O & en N dans leurs lignes de direction, par la supposition troisiéme. Ainsi le levier angulaire est reduit à un levier droit OHN, qui porte à ses extrémités les poids D & C: mais puisque par l'hypothese ces poids sont en équilibre dans cette disposition sur l'appui H, le poids D doit être au poids C, comme HN à HO par la troisiéme & quatriéme proposition: mais aussi nous avons vû que HM étoit à HL, comme le poids D

au poids C; donc il y aura même raiſon de HN à HO, que de HM à HL. La ligne HF coupe en P la ligne AB qui joint les extrémités du levier dans la poſition AHB, & à cauſe des paralleles OA, HP, NB, il y aura même raiſon de PB à PA, que de HN à HO, ou de FG à FI, qui eſt auſſi dans la même raiſon; donc le point P ſur AB eſt le même, & a la même poſition que le point F ſur la même AB dans la poſition IG; il faut donc auſſi que les points FEP ſoient dans le même arc de cercle qui eſt décrit par le mouvement de l'un de ces points autour du centre H dans differentes poſitions du levier, ce qui eſt abſurde; car ces deux points d'un arc de cercle ſont auſſi ſur le même raïon HPF, & il n'y en peut avoir que deux ſeulement, l'un au deſſous, & l'autre au deſſus de H dans les rencontres du diametre HF avec le cercle FE, ce qui donne les deux poſitions differentes du levier, il n'eſt donc pas vray que ce levier puiſſe demeurer au deſſous du point H dans aucune poſition que dans IHG, ny au deſſus que dans l'oppoſée à IHG; ce qu'il falloit démontrer.

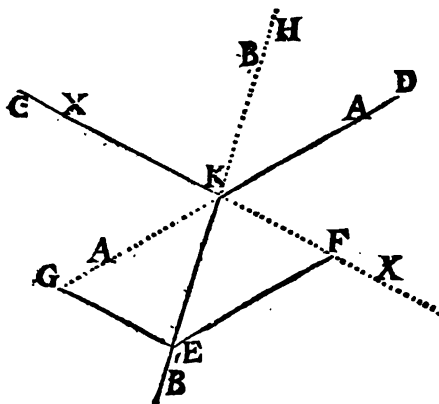
PROPOSITION XXI.

IL *faut trouver trois puiſſances AXB, qui tirant un point K par trois directions données CK, DK, EK, ſoient en équilibre entr'elles.*

Aïant pris quelque point E dans l'une des directions, comme EK, & de ce point aïant mené les lignes EF, EG paralleles aux deux autres directions, & qui les rencontrent étant prolongées, s'il eſt neceſſaire, en F & G: Je dis que les trois puiſſances cherchées ſeront entr'elles comme les trois lignes EF, EG, ou FK ſon égale, & EK (*Fig. ſuivant.*) qui ſont priſes dans le même ordre, & qui ſont paralleles, ou qui ſont partie des directions des puiſſances auſquelles elles répondent.

Par la dix-neuviéme propoſition, la puiſſance A ſera à

la puiſſance X, comme le ſinus de l'Angle EKF, ou de ſon ſupplément EKC, fait par la direction de la puiſſance X, & de l'autre puiſſance B, au ſinus de l'angle EKD, ou de ſon ſupplément DKH fait par les directions des puiſſances A & B. Mais le triangle EKF a l'angle EKF qui eſt fait par les directions des puiſſances B & X, égal à HKC; & de plus ſon angle FEK eſt égal à l'angle DKH qui eſt fait par les directions des puiſſances A & B, à cauſe des lignes qu'on a menées paralleles aux directions.



Par la même propoſition on démontrera auſſi que la puiſſance X ſera à la puiſſance B, comme le ſinus de l'angle EKD, ou de ſon ſupplément DKH, qui eſt auſſi égal à l'angle FEK, au ſinus de l'angle DKF, ou de ſon ſupplément DKC. Mais cet angle DKF eſt égal à l'angle EFK; donc les trois puiſſances AXB ſeront entr'elles comme les ſinus des trois angles EKF, FEK, EFK pris dans le même ordre, c'eſt-à-dire que la puiſſance A doit répondre au ſinus de l'angle EKF, la puiſſance X au ſinus de l'angle FEK, & enfin la puiſſance B au ſinus de l'angle EFK.

Mais on ſçait que dans tout triangle les ſinus des angles ſont entr'eux comme les côtés oppoſés à ces mêmes angles; c'eſt pourquoi il y aura même raiſon entre les trois puiſſances AXB, qu'entre les trois cotés EF, FK, EK du triangle EFK pris dans le même ordre; c'eſt-à-dire que la puiſſance A répond au côté EF, la puiſſance X au côté FK, & la puiſſance B au côté EK. Ces côtés étant pris ſur les

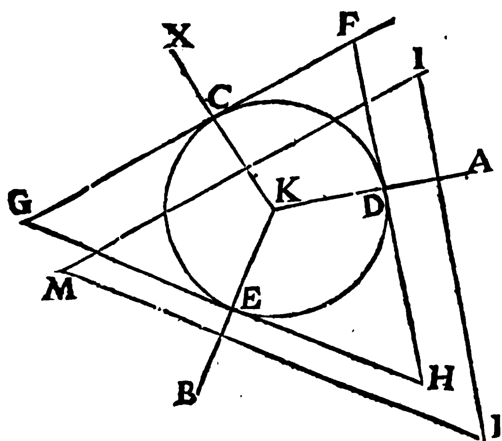
les directions mêmes des puissances ou sur leurs paralleles; ce qu'il falloit démontrer.

Ce qu'on a démontré des puissances qui tirent, se doit aussi entendre de ces mêmes puissances qui poussent par les mêmes directions prolongées, ce qui ne change rien à l'effort des puissances.

PROPOSITION XXII.

LES *mêmes choses que dans la précédente étant posées, on peut trouver d'une autre maniere le rapport des puissances.*

Si du point K pour centre & pour raïon telle grandeur qu'on voudra, on décrit le cercle CDE qui coupe les trois directions aux points CDE; & par ces points CDE aïant mené des touchantes au cercle, ou des perpendiculaires aux directions, àsçavoir GCF, FDH, HEG qui forment le triangle FGH; je dis que les puissances AXB doivent être entr'elles comme les côtés de ce triangle, en prenant pour la puissance le côté qui est perpendiculaire à la direction de cette puissance, c'est-à-dire que ces trois puissances AXB seront entr'elles comme les trois côtés FH, FG, GH pris dans ce même ordre.



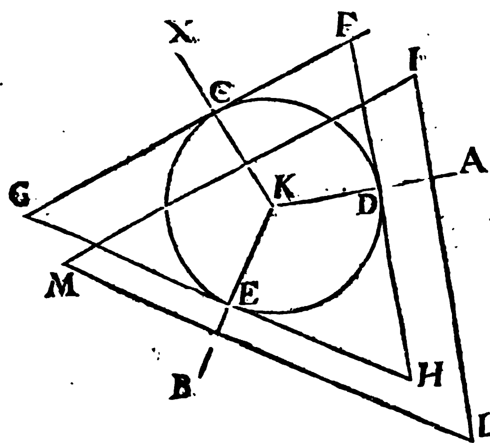
Par la dix-neuviéme proposition la puissance A est à la puissance X, comme le sinus de l'angle EKC au sinus de l'angle EKD, & la puissance X est à la puissance B, comme le sinus de l'angle EKD au sinus de

l'angle DKC, ce qui a été expliqué fort au long dans la précédente proposition ; mais les supplémens de ces angles ont aussi les mêmes sinus, c'est à sçavoir le sinus de l'angle FGH, qui est le supplément de l'angle CKE, le sinus de l'angle FHG qui est le supplément de l'angle EKD, & le sinus de l'angle GFH qui est le supplément de l'angle DKC. Mais ces supplémens étant les angles du triangle FGH, leurs sinus seront en même raison que les côtés de ce triangle. Ainsi les trois puissances AXB seront entr'elles dans cet ordre comme les trois côtés FH, FG, GH ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIII.

ON *peut faire encore la même chose d'une autre façon que dans la précédente, & plus facilement.*

Si l'on mene comme l'on voudra trois lignes perpendiculaires IL, IM, ML aux trois directions données, soit qu'elles soient prolongées ou non, ces trois perpendiculaires formeront le triangle ILM, dont les côtés donneront le rapport des trois puissances AXB, chaque puissance étant marquée par la perpendiculaire à sa direction, comme dans la précédente.



Cette proposition est évidente par la précédente, car si l'on décrit le cercle CDE, & que par les points CDE on mene des perpendiculaires aux di-

rections, elles formeront le triangle FGH dont les côtés seront entr'eux comme les puissances appliquées aux directions, par la précédente proposition. Mais le triangle ILM aïant aussi ses côtés paralleles à ceux de FHG, ils seront semblables, & leurs côtés seront en même raison, ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il n'est pas necessaire que les trois puissances tirent toutes trois le point K; il peut y en avoir deux qui le tirent, & une autre qui le pousse en sens contraire, comme on a expliqué cy-devant.

Il est aussi évident qu'il faut que ces trois directions fassent des angles entr'elles, car s'il y en avoit deux qui fussent opposées directement, il faudroit par cette regle que ces deux puissances fussent infinies, la troisiéme étant déterminée; car cette troisiéme seroit la base du triangle, & le sommet seroit à distance infinie. Et comme il n'est pas possible de donner des poids infinis, le probléme seroit aussi impossible.

PROPOSITION XXIV.

TROIS *puissances AXB étant données telles qu'on voudra, pourveu que deux prise ensemble soient plus grandes que la troisiéme, il faut trouver les directions de ces puissances, en sorte qu'étant appliquées à un même point K, elles fassent équilibre entr'elles.*

Soit fait le triangle ILM, dont les côtés aïent entr'eux les même raisons que les trois puissances données, & du point K pris où l'on voudra sur le plan du triangle, soit mené des perpendiculaires sur les côtés de ce triangle qui seront prolongés s'il est necessaire. Je dis que ces perpendiculaires seront les directions des puissances AXB, cha-

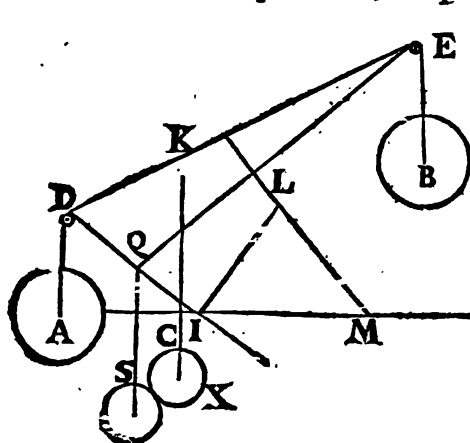
cune étant appliquée à la direction perpendiculaire au côté du triangle qui répréſente la puiſſance. (*Voïez la Figure précédente.*)

Cette propoſition eſt évidente par la précédente; car ſi ces directions trouvées avoient été données d'abord, on auroit trouvé les puiſſances, comme elles ſont icy données pour faire équilibre entr'elles.

PROPOSITION XXV.

Si un fil ou une corde eſt tenduë par deux puiſſances auſſi grandes qu'on voudra les imaginer, qui doivent être égales entr'elles: Je dis que ſi l'on tire quelque point de cette corde avec une autre puiſſance telle qu'on voudra, & même très-petite, & avec quelle direction on voudra, elle ſurmontera les deux autres juſqu'à un certain point.

Pour faire bien entendre cette propoſition, on la réduit à des poids AXB, & ſoit KC la direction naturelle des poids, & celle du poids X, & que la corde DE ſoit tenduë par l'effort ou peſanteur abſoluë des deux poids égaux A & deux ſe ploïant ſur les roulettes DE. Je ſuppoſe que ces roulettes n'empêchent pas la corde de ſe mouvoir, & qu'elle n'ait aucune peſanteur.

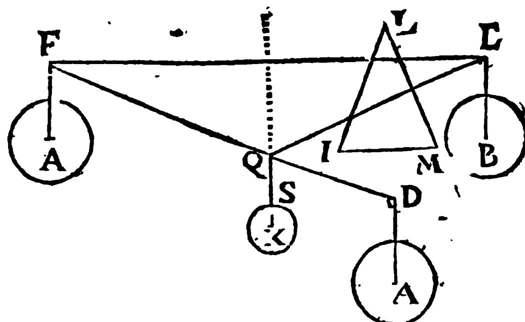


Aïant mené la ligne IM perpendiculaire à la direction KC, ſur cette ligne ſoit fait le triangle iſoſcelle ILM, en ſorte que ſes côtés égaux LI, LM aïent à la baſe IM même raiſon

que les poids égaux A & B au poids X : si l'on mene ensuite les lignes QE, QD qui touchent les roulettes ED, & qui soient perpendiculaires aux côtés prolongés LM, LI du triangle, s'il est nécessaire, & du point Q où ces deux lignes se rencontrent, aïant mené QS parallele à KC : Je dis que la corde DKE fera l'angle DQE, & que KC qui soutient le poids X prendra la position QS.

Par la précédente proposition il est certain que les trois poids ABX demeureront en équilibre, étant tirez par les directions QD, QE, QS.

La construction de ce problême sera impossible, si les perpendiculaires EQ, DQ se rencontrent sur le point D au dessus de D, comme au point Q.



Car les poids ne pourroient plus agir l'un contre l'autre: c'est pourquoi au lieu du poids A qui doit tirer selon la direction QD perpendiculaire au côté LI du triangle LIM, il faudroit supposer une puissance qui poussât le point Q selon la direction QD, avec un effort égal au poids A ou B qui sont supposez égaux, & le poids X suspendu en Q, selon la direction QS des poids, feroit alors équilibre avec l'autre B.

Mais sans rien changer ni aux poids ni à leurs directions, il n'y a qu'à poser la roulette en F au dessus de Q, & alors le poids A tirera selon la direction FQD, & demeurera en équilibre avec le poids B, qui tirera selon QE, & avec le poids X qui tirera selon QS.

Enfin il est facile à voir, que si les deux roulettes sont

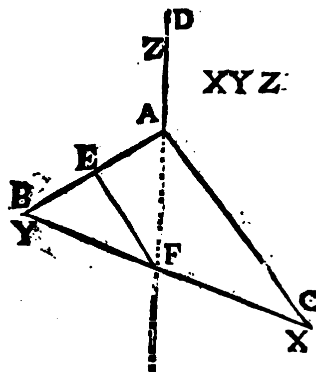
dans une ligne, comme FE perpendiculaire à la direction QS des poids, la proposition sera toûjours possible; car les lignes EQ, FQ perpendiculaires au côtés du triangle isoscelle ILM, seront toûjours inclinées l'une à l'autre de l'angle supplément de cet angle L, quelque petit que puisse être l'angle L du sommet de ce triangle, & par conséquent le point Q sera toûjours au dessous de la ligne FE. Ainsi la corde FE tenduë par les deux poids A & B, laquelle est perpendiculaire à la direction des poids, sera toûjours pliée par le poids X d'un angle EQF supplément de l'angle ILM, quelque petit que soit le poids X, & quelques grands que puissent être les poids égaux A & B.

PROPOSITION XXVI.

SOIT *le plan DBCA perpendiculaire à la direction des poids, lequel soit soutenu au point A; soit aussi les trois lignes AB, AC, AD données sur ce plan, lesquelles passent par le point A, & que les angles qu'elles font entr'elles étant pris de suite soient plus grands que deux droits: soit enfin donné les trois poids XYZ, qu'on doit placer sur ce plan dans dans les trois lignes AC, AB, AD; on demande la position de ces poids afin qu'ils demeurent en équilibre. & que le plan reste aussi perpendiculaire à la direction des poids.*

Qu'on doive poser le poids X sur la ligne AC, le poids Y sur AB, & Z sur AD. Sur la ligne AB soit pris les deux parties AE, EB qui aïent entr'elles la raison du poids Y au poids X; & par le point E soit mené la ligne EF parallele à AC, qui rencontre la ligne AD prolongée s'il est nécessaire en F; soit enfin mené BF qui rencontre AC en C; les points B & C seront déterminés sur les lignes AB, AC, de telle maniere que le poids X étant suspendu en C & le poids Y en B, ils seront tous deux en équilibre si le plan étoit posé sur la ligne droite DAF.

Car par la construction les triangles BAC, BEF sont semblables ; c'est pourquoi il y aura même raison de AE à BE, que de CF à FB ; mais AE est à BE par la construction, comme le poids Y au poids X ; donc CF sera à FB, comme le poids Y au poids X ; & par conséquent le poids Y est au poids X dans la raison réciproque des parties de la ligne BC, qui sont faites par le point F.



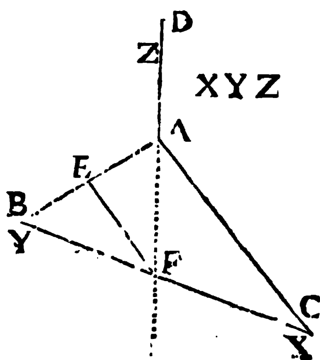
Si l'on considere donc BC comme un levier posé sur le plan DBC, il est évident que les poids Y & X posés en B & C demeureront en équilibre sur le point F par la troisiéme ou quatriéme proposition.

Mais aussi ces poids étant joints par la ligne BC font en F un effort qui est égal à la somme de leur pesanteur absoluë, par les mêmes propositions troisiéme ou quatriéme : on pourra donc considerer ces deux poids comme s'ils étoient joints ensemble au point F, où ils font le même effort que s'ils y étoient posés.

Soit maintenant comme le poids Z à la somme des poids Y & X, ainsi AF à AD, & qu'au point D soit posé le poids Z ; je dis que le plan demeurera en équilibre, ces trois poids XYZ étant ainsi appliqués. Car puisque par la troisiéme ou quatriéme proposition le poids Z étant appliqué au point D sur ce plan, fait équilibre avec les deux poids Y & X posés ensemble en F, & qu'enfin ces deux poids Y & X font le même effort sur le plan dans les points où ils sont posés en B & C, que s'ils étoient tous deux ensemble en F, il est évident que ces trois poids YX & Z dans les points où ils sont posés sur ce plan, feront équilibre entre eux ; ce qu'il faloit démontrer.

PROPOSITION XXVII.

LES *trois poids YXZ étant placés aux points BCD sur le plan perpendiculaire à la direction des poids, pour faire équilibre entr'eux, comme il a été démontré dans la précédente proposition : Je dis que l'appui A qui soutient ce plan avec les poids, est chargé de la pesanteur absoluë des trois poids.*



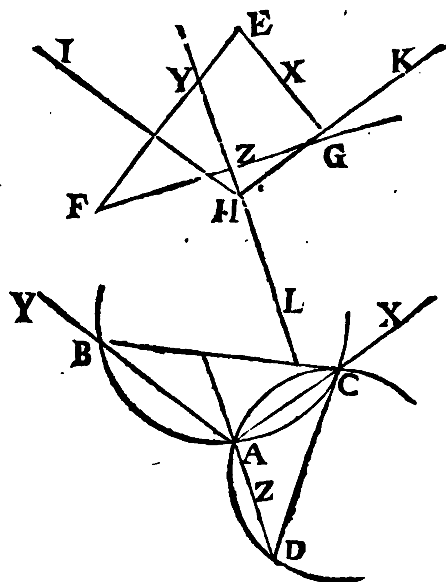
Par la troisiéme ou quatriéme proposition, le point F est chargé des deux poids Y & X, & par les mêmes le point A est chargé de la charge qui est en F, & de celle qui est en D, c'est-à-dire des trois poids ensemble YXZ.

PROPOSITION XXVIII.

TROIS *points BCD étant donnés sur un plan, il faut trouver le point A sur ce plan, en sorte que les lignes AB, AC, AD menées par le point A & par les points BCD, soient les directions de trois puissances YXZ données, qui doivent être appliquées à ces trois directions pour faire équilibre entr'elles.*

Soit fait le triangle EFG dont les trois côtés EF, EG, FG, aïent entr'eux les mêmes raisons que les trois puissances YXZ prises dans ce même ordre. Si l'on décrit maintenant sur la ligne BC comme une corde, l'arc de cercle BAC qui soit capable de l'angle BAC supplément de l'angle FEG du triangle ; & que sur la corde CD on décrive l'arc de cercle CAD qui soit capable de l'angle CAD supplément

supplément de l'angle FGE; enfin si du point A où les deux arcs de cercle se rencontrent, on mene les lignes AB, AC, AD aux points donnés BCD; je dis que la puissance Y étant appliqué à la direction AB, la puissance X à la direction AC, & la puissance Z à la direction AD, elles demeureront en équilibre.



Par la construction il est évident que si l'on mene des perpendiculaires HI, HK, HL sur les côtés du triangle FEG, l'angle IHK sera égal à l'angle BAC; puisque l'angle IHK est supplément de l'angle FEG, à cause que les lignes HI, HK sont perpendiculaires sur les côtés EF, EG. Par la même raison l'angle CAD sera égal à l'angle KHL; & par conséquent le troisiéme BAD égal au troisiéme IHL. Mais par la vingt-troisiéme proposition les trois poids YXZ étant appliqués aux lignes HI, HK, HL dans ce même ordre, demeureront en équilibre; il y demeureront donc aussi étant appliqués aux trois lignes AB, AC, AD dans ce même ordre; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XXIX.

TROIS *points BCD qui ne sont pas en ligne droite étant donnés sur un plan avec les trois cordes BH, CH, DH qui*

ſont attachées à ces trois points par l'une de leurs extrémités & qui ſont jointes enſemble par l'autre extrémité H, enſorte qu'elles faſſent les côtés d'une pyramide dont le triangle BCD eſt la baſe. Au point H où ſe joignent les trois cordes, ſoit attaché une autre corde HP d'où le poids P eſt ſuſpendu, & il faut que les trois cordes BH, CH, DH ſoient de telle longueur, que la ligne HP, qui eſt la direction des poids, étant prolongée vers la baſe de la pyramide, rencontre en I au dedans du triangle BCD, le plan de ce triangle:

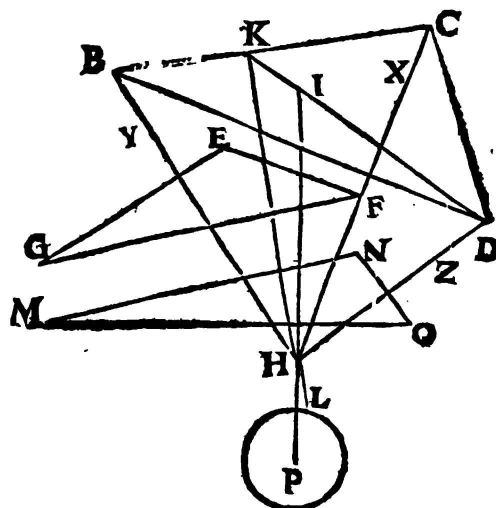
Il faut déterminer le rapport des trois puiſſances Y, X & Z, qui doivent ſoutenir le poids P, ſelon les directions BH, CH, DH.

Sur le plan du triangle BCD, par les points D & I ſoit mené la ligne DI qui rencontre BC en K, & par les points K & H ſoit mené la ligne KHL; les trois lignes BH, CH, HL ſeront ſur un même plan. Et ſi l'on mene les perpendiculaires GE, EF, GF à ces trois lignes ſur ce plan, il eſt évident par la vingt-troiſiéme propoſition, que les trois lignes GE, EF, GH, qui ſont les trois côtés du triangle GEF, donneront le rapport des trois puiſſances YXL, qui tirant le point H par les directions BH. CH, LH, demeureroient en équilibre entr'elles.

Mais auſſi ſur le plan DKH nous avons trois directions données KH ou LH, HP & DH; & pour avoir le rapport des trois puiſſances qui doivent être appliquées à ces trois directions pour faire équilibre, il faut mener des perpendiculaires à ces directions, comme MN à LH, MO à HP, & NO à DH, & les trois côtés du triangle donneront le rapport des trois puiſſances appliquées à ces directions pour faire équilibre.

Mais ſi le côté MN qui eſt perpendiculaire à KH, eſt égal à GF du triangle GEF, il eſt évident que les quatre lignes GE, EF, NO, MO exprimeront le rapport des

trois puissances YXZ, & du poids P dans l'état de l'équilibre. Car la puissance L ne sert que de milieu pour passer du rapport des deux puissances Y & X, aux deux autres Z & P; puisque les deux puissances Y & X demeurent ensemble en équilibre selon les directions BH, CH, avec la seule puissance L selon la direction KL; & cette puissance L selon sa direction KL demeurant aussi en équilibre avec les deux autres puissances Z & P selon les directions DH, HP, si l'on substituë les deux puissances YX avec leurs directions BH, CH à la place de la puissance L selon la direction KH, les quatre puissances YXZP, ou les trois puissances YXZ & le poids P qu'on peut aussi considerer comme une puissance, demeureront en équilibre entr'elles selon leurs directions: ce qu'il falloit démontrer.



Si l'une de ces puissances est donc donnée comme le poids P, il est évident que les trois autres YXZ le sont aussi.

Remarque.

Il est évident que si le point I tomboit sur l'un des côtés du triangle ABC, comme en K, la corde qui seroit tenduë de l'angle D du triangle BCD, opposé au côté BC, sur lequel tombe le point I, ne serviroit de rien pour soutenir le poids P, & qu'il n'y auroit que les deux autres BH,

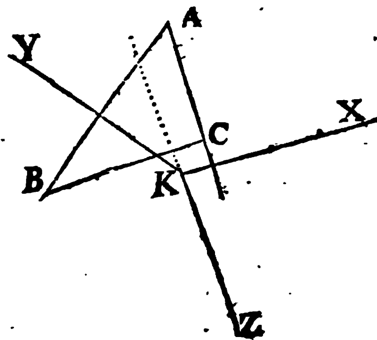
DH qui le soutiendroient; ce qui est évident par soy-même, & par la construction; car alors les deux lignes HP, HK étant jointes ensemble on ne pourroit pas former le triangle MNO, les deux côtés MN, MO étant posés l'un sur l'autre.

Il n'est pas nécessaire que les trois points BCD soient sur un plan perpendiculaire à la direction des poids, puisqu'on voit par la construction que la longueur des lignes BH, CH, DH ne fait rien au rapport des puissances YXZ, mais seulement leurs differentes inclinaisons, & puisqu'on peut supposer ces puissances appliquées en quel endroit on voudra de leurs lignes de direction, sans que leur effort en soit augmenté ou diminué.

PROPOSITION. XXX.

DEUX *puissances YX étant données avec leurs directions YK, XK, lesquelles tirent ensemble le point K; il faut trouver la puissance Z avec sa direction, ensorte qu'en tirant le point K elle fasse équilibre avec les deux autres.*

Par quelque point A aïant mené la ligne AB perpendiculaire à la direction YK, & la ligne AC perpendiculaire à la direction XK; soit pris sur les lignes AB, AC, les parties AB, AC qui soient entr'elles dans la raison des puissances Y & X; & aïant tiré BC, soit mené par le point K la ligne ZK perpendiculaire à BC; je dis que la ligne KZ sera la direction de la puissance Z, & que cette puissance Z sera à X ou à Y, comme BC à AC, ou à AB.

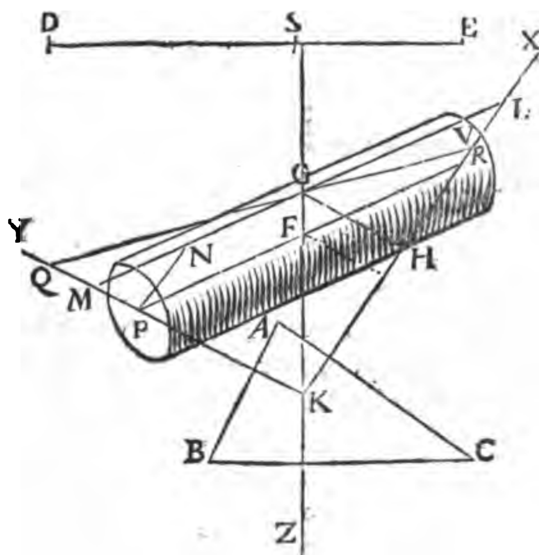


Par la vingt-troisiéme proposition, les trois puissances YXZ étant entr'elles comme les trois côtés du triangle ABC, & les directions de ces puissances étant perpendiculaires aux côtés de ce triangle, elles seront en équilibre entr'elles ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXXI.

UNE *ligne DE qu'on suppose d'une pesanteur connuë, étant donnée avec deux puissances X & Y qui doivent soutenir cette ligne posée en PR avec deux cordes XR, YP attachées à ses extrémités RP : on demande la direction de ces deux puissances X & Y.*

J'appelle Z la pesanteur de la ligne DE, que je puis considerer comme une puissance ; & je fais le triangle ABC qui a ses trois côtés AC, AB, BC dans le même rapport que les trois puissances XYZ, & dont le côté BC est perpendiculaire à la direction des poids. Ensuite par quelque point K je mene les trois lignes KR, KP, FKZ perpendiculaires aux côtés AC, AB, BC du triangle ABC.



Maintenant par quelque point G de la ligne KF aïant mené la ligne GH parallele à KP, on prendra HL égale à

KH, & aïant tiré LGM on en retranchera LN égale à la ligne pesante donnée ED ; enfin du point N on menera NP parallele à KR, qui rencontrera KP en P, & l'on tirera PR parallele à LM, laquelle sera égale à la ligne donnée. (*Voïez la Fig. precedente.*)

Je dis que la ligne pesante DE étant placée en PR, & étant tirée par ses extrémités P & R, selon les directions KP, KR des puissances YX, elle demeurera en équilibre avec ces mêmes puissances.

Il est évident par la construction, que la ligne PR est coupée en deux également en F par la ligne KF. Mais toute la ligne pesante peut être considerée comme son point F qui pese autant qu'elle, à cause que ce point F est son centre de gravité, & que tout son poids peut être ramassé ou réüni dans ce point par la premiere supposition, puisque toutes les parties de cette ligne sont en équilibre sur ce point. Mais aussi ce point F pesé également dans tous les points de sa direction ; on le peut donc considerer comme s'il étoit placé au point K, ou en Z dans la même ligne FK. Et par la vingt-troisiéme proposition, il y aura équilibre entre les puissances XY & Z ou la ligne pesante PR avec leurs directions ; ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

A la place de la ligne PR on peut supposer quel corps pesant on voudra, pourvû que ce corps soit réduit à cette ligne, comme si la ligne PR étoit l'axe d'une colomne ou cylindre, ou de quelqu'autre corps prismatique, ou enfin de tel autre corps qu'on voudra, dont le centre de gravité, qu'on peut considerer comme un point pesant autant que tout le corps, soit placé en F au milieu de la ligne PR, par les extrémités de laquelle les puissances Y & X soutiennent le corps.

Si le centre de gravité de ce corps n'étoit pas au milieu

de la ligne PR, mais en quelqu'autre point S, au lieu de prendre HL égale à KH, il faudroit faire comme DS à SE, ainsi KH à une quatriéme HV; & enfin aïant mené VGQ, cette ligne seroit coupée en G, dans la même raison que DE en S, C'est pourquoi il faudroit alors se servir de VQ, comme on s'est servi de LM pour trouver PR qui seroit parallele à VQ, & qui seroit divisée dans la même raison que VQ, ou que DE par la direction des poids KF.

Cette proposition n'est qu'un cas de la vingt-huitiéme, où les trois points donnés sont en ligne droite; & à cause de cette condition, la résolution qu'on en donne icy est plus simple que l'autre.

PROPOSITION XXXII.

On a consideré dans la proposition precedente une ligne pesante, ou plus generalement comme dans les conséquences, un poids placé en quelque point d'une ligne droite, deux puissances tirant les extrémités de cette ligne droite; dans celle-cy nous examinons un poids F placé en un point d'un plan, & ce plan étant tiré ou soutenu par deux puissances XY qui sont appliquées à deux points RP de ce plan, ensorte que le poids F ne soit pas dans la ligne RP qui joint les points du plan par où il est soutenu.

Cette proposition ne differe de la précédente, qu'en ce que c'est un triangle RFP qu'il faut appliquer dans l'angle PKR formé par les directions des puissances X & Y, au lieu de la seule ligne RP, & de plus avec cette condition, que la base PR de ce triangle PFR étant appliquée dans l'angle PKR, il faut que son sommet F soit dans la ligne de direction KZ de la puissance Z qui est égale au poids proposé F, au lieu que dans la précédente ce poids F étoit sur la ligne PR.

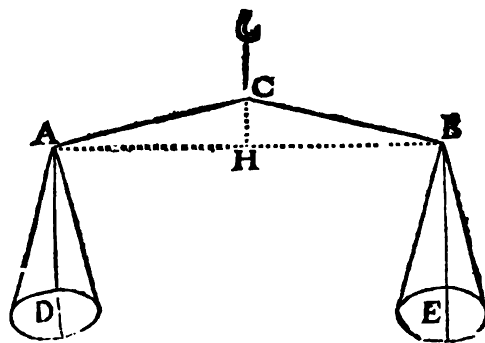
baſſin E, il faudra mettre ſeulement dans le baſſin D un corps qui peſe 3 livres, pour demeurer en équilibre avec le poids de 4 livres; car l'extrémité B du bras CB ſera chargée alors du poids de 4liv.4 onces, à cauſe de la peſanteur du baſſin E, & l'extrémité A du bras CA n'étant chargée que de 3 livres 3 onces, il y aura équilibre entr'eux, à cauſe que la longueur des bras CB, CA ſera en raiſon réciproque de ces charges. Ainſi avec le poids de 4 livres qu'on mettroit dans le baſſin E, on ne donneroit que 3 livres de marchandiſes dans le baſſin D.

Pour reconnoître la fauſſeté de cette eſpece de balance, il n'y aura qu'à tranſpoſer les poids qu'on aura trouvé en équilibre, c'eſt-à-dire qu'il faudra mettre le poids de 4 livres dans le baſſin D & la marchandiſe dans le baſſin E, & ſi le poids emporte alors la marchandiſe, c'eſt une marque aſſeurée que le bras CA du fleau AB eſt plus long que le bras CB.

Mais ſi l'on vouloit mettre aſſez de marchandiſe dans le baſſin E pour faire équilibre avec le poids de 4 livres qui ſeroit dans le baſſin D, il faudroit qu'il y eût 5 livres deux onces $\frac{1}{3}$ de marchandiſes; car il doit y avoir même raiſon du poids ſuſpendu en A, qui ſeroit 4 livres 3 once, ou bien 67 onces au poids ſuſpendu en B, que de CB à CA, c'eſt-à-dire de 3 à 4; & 3 étant à 4, comme 67 à 89 $\frac{1}{3}$, le poids ſuſpendu en B ſeroit de 89 onces $\frac{1}{3}$. Mais le baſſin E peſe 4 onces, on auroit donc 85 onces $\frac{1}{3}$ de marchandiſe, ou bien 5 livres 5 onces $\frac{1}{3}$. Enfin ſi l'on vouloit partager la difference entre les deux quantités de marchandiſe qu'on a eües dans ces deux peſées differentes, c'eſt-à-dire entre 3 livres, & 5 livres 5 onces $\frac{1}{3}$, ce qui ſeroit deux livres 5 onces $\frac{1}{3}$, dont la moitié ſeroit 1 livre 2 onces $\frac{2}{3}$, & qu'on ajoûtât cette moitié avec ce qu'on avoit trouvé d'abord qui n'étoit que de 3 liv. on auroit 4 liv. 2 onces $\frac{2}{3}$ de marchandiſes, qui ſeroit plus qu'il ne faudroit de 2 onces $\frac{2}{3}$.

Ce seroit encore la même chose, si les bassins n'étant pas en équilibre étant vuides, on les vouloit égaler en chargeant le plus foible d'un poids qui l'égalât à l'autre; car il se pourroit faire qu'outre cela il y auroit encore l'erreur de l'inégalité des bras. Si l'on pouvoit transporter les bassins en les décrochant, on pourroit d'abord reconnoître l'erreur de la division des bras du fleau; car si la division étoit parfaitement égale, & que les bassins fussent en équilibre, ils le seroient aussi étant transposés.

Secondement si le fleau AB n'est pas exactement en ligne droite, mais qu'il fasse un angle comme ACB, la balance sera fausse. Car si les bassins sont chargés inégalement, le traversin ACB qui fait un angle en C, tournera sur le point C, tant que le point H de la ligne droite *AB* qui passe par les suspensions des deux bassins, & qui la divise dans la

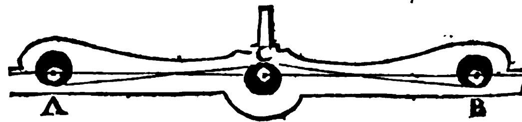


raison réciproque des charges des bassins & de ce qu'il y a dedans, soit dans la direction CH des poids, laquelle passe par le point C. Cecy est évident par la vingtiéme proposition.

Cette balance, quoi qu'inégalement chargée, ne laissera pas de se mettre en équilibre; & c'est pour reconnoître ce deffaut que l'on a ajoûté une aiguille au fleau à l'endroit où l'anse de la suspension est attachée; car cette aiguille étant à l'équaire avec le fleau, lorsque la balance est suspenduë par l'anse, on s'aperçoit si l'aiguille s'écarte de l'anse qui suit la direction des poids; ce qui fait voir si l'un des bassins baisse plus que l'autre, c'est-à-dire s'il est plus chargé.

Il faut donc pour reconnoître ce défaut, que l'anse soit soutenuë librement par l'anneau qui est au haut, & qu'elle ne soit point contrainte, afin de pouvoir voir si l'aiguille suit sa direction.

On doit remarquer que dans la construction des balances, il ne faut pas que le milieu des clous sur lesquels sont suspendus les bassins & l'anse, soient en ligne droite, mais l'endroit où ils posent sur le fleau. Car afin que les bassins & l'anse puissent se mouvoir facilement, il faut que les trous qui sont faits dans le fleau par où passent les anneaux & le clou qui leur sert de suspension, soient plus grands que la grosseur de ces anneaux & de ce clou, ce qu'on peut voir dans cette figure; & par conséquent si leurs centres sont en ligne droite, leurs points d'appui ACB n'y seront pas, & ainsi la balance pourra être fausse, puisque son fleau sera formé par les lignes AC, CB, qui font un angle en C.



En troisiéme lieu, une balance peut être fausse en participant des deux manieres que nous venons d'expliquer; c'est pourquoi il les faudra toûjours éprouver & examiner par les moïens que nous venons de donner.

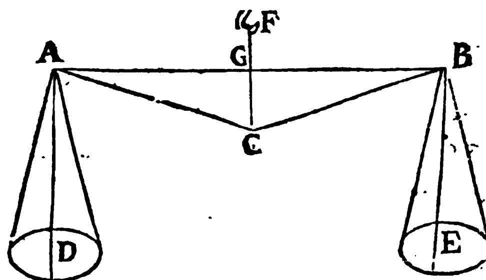
On peut aussi voir par la construction des balances qui seront justes, que pour peu que le fleau commence à s'incliner, le bassin qui emporte doit tomber ou trébucher tout-à-fait, & il ne doit jamais se faire de balancement entre les deux bassins; car dans cette figure si la ligne ACB est droite, & que les parties CA, CB soient égales lorsque la ligne ACB est perpendiculaire à la direction des poids, pour peu que le point A descende, le clou ou l'anneau

roulant un peu dans son trou, s'écartera du point C; & au contraire, le point B s'étant élevé, le clou ou l'anneau qui est vers B s'approchera du même point C, ce qui fera les bras de la balance inégaux, lesquels étoient égaux auparavant: car CA sera plus grand que CB; & de plus l'attouchement C du clou qui soutient l'anse dans son trou s'approchera vers B, le point A étant au dessous de C, ce qui augmentera encore l'inégalité; & par conséquent le bassin qui panche aïant son point de suspension en A plus éloigné de l'appui C, que celui qui est en B, l'emportera puisqu'ils sont également chargés.

PROPOSITION XXXIV.

IL *faut voir maintenant ce qui doit arriver à une balance dont le point d'appui C est au dessous de la ligne AB qui joint les points de suspension des bassins.*

Si les deux bras du fleau de cette balance sont parfaitement égaux, il est certain qu'elle sera la plus juste de toutes: car si la ligne AB qui joint la suspension des bassins est divisée en deux également en G, lorsque les bras CA, CB seront tellement placés que le point G se rencontre dans la ligne CF qui est la direction des poids menée par le point C, il y aura équilibre entre les bassins égaux DE, & les poids égaux qui y seront posés; car les bassins & les poids doivent être soutenus sur l'appui G qui sera leur centre commun de gravité; & la suspension CF passant par ce point, on la pourra considérer comme si elle y étoit posée.



ainsi il y aura équilibre. Mais comme le centre de gravité G est un point qu'on ne sçauroit mettre éxactement dans la ligne CF le bassin qui sera du côté de la ligne CF, où le point G se trouvera, l'emportera sur l'autre, puisque le point G étant comme la somme des poids & des bassins, tombera du côté de la ligne CF où il sera placé.

De même aussi la ligne AB étant posée bien perpendiculaire à la direction des poids CF, ce que l'on connoîtra par l'aiguille qui est placée sur le fleau en C, & qui est sous l'anse CF, si les poids qui sont dans les bassins ne sont pas parfaitement égaux, leur centre de gravité ne sera pas aussi placé au milieu de AB, mais il sera plus proche de l'extrémité où est placé le poids le plus pesant; c'est pourquoi si on éleve la balance par l'anse FC, ce côté-là trébuchera, puisque rien ne peut empêcher que le centre commun de gravité de ces poids ne tombe du même côté.

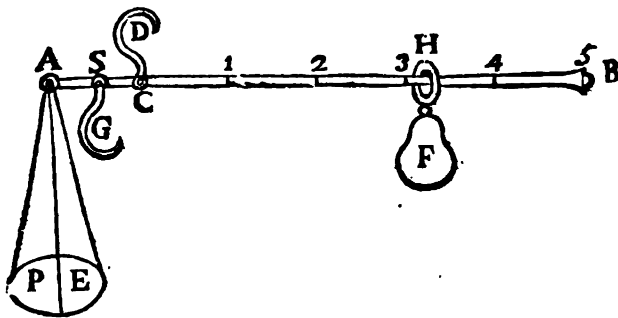
Il est facile à voir, que pour peu qu'on ôte ou qu'on ajoûte aux poids qui sont dans les bassins qu'on suppose égaux, on fera passer leur centre de gravité d'un côté ou d'autre de la ligne FC, ce qui fera aussitôt trébucher la balance du côté où sera le centre de gravité.

Pour se servir de cette espece de balance, il faut que la table sur laquelle les bassins sont posés, avant qu'on l'éleve par l'anse, soit bien de niveau, c'est-à-dire bien perpendiculaire à la direction des poids, afin que la ligne AB qui passe par les points de suspension des basins, soit aussi perpendiculaire à cette direction, car on suppose que les cordons qui soutiennent les bassins sont parfaitement égaux.

PROPOSITION XXXV.

Du Peson, *ou de la* Romaine.

Le peson est fait pour l'ordinaire d'une verge AB de quelque matiere roide, comme de fer ou de bois dur & qui ne puisse pas ploïer, laquelle on suspend par l'anse CD qui divise la verge ou le fleau AB en deux parties fort inégales, car la distance AC doit être comprise plusieurs fois dans l'autre CD. Vers la plus petite distance A du point de suspension C on attache un bassin de balance E, ou un crochet pour y poser les marchandises qu'on veut peser; sur l'autre partie CB on pose la masse F, qui est un poids de plomb ou de fer qui peut couler au long de ce bras CB



étant soutenu sur un anneau plat qui pose sur le tranchant. Lorsqu'on veut peser quelque marchandise qu'on met dans le bassin E, on fait mouvoir la masse F en la retirant ou avançant, tant qu'elle fasse équilibre avec ce qui est de l'autre côté de l'anse, & la division qui est marquée sur la verge à l'endroit où l'anneau de la masse est arrêté, donne le poids de la marchandise qui est posé dans le bassin E.

Il reste donc maintenant à voir de quelle maniere on doit faire les divisions de la verge CB.

Premierement, on doit considérer que des deux côtés de l'appui C il y a deux poids, dont l'un est la verge CB, & de l'autre la partie CA avec le bassin E & le second crochet G dont nous expliquerons l'usage dans la suite. Ces deux poids dans la disposition où ils sont par rapport à l'appui C, seront en équilibre ou l'un l'emportera sur l'autre. Si ils sont en équilibre, on pourra n'y avoir aucun égard, comme si la verge avec toute sa charge tant d'un côté que d'autre, n'étoit qu'une ligne sans aucune pesanteur.

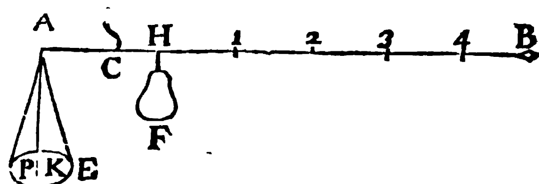
Maintenant si la masse est d'une pesanteur connuë, comme d'une livre, il n'y aura qu'à transporter sur CB, depuis le centre du clou C de la suspension, les parties C 1, 1 2, 2 3, 3 4, &c. égales entr'elles & chacune égale à la distance du point C jusqu'au point A qui est le centre du clou de la suspension du bassin E, & l'on aura sur la verge CB les divisions des livres: c'est-à-dire que quand la masse sera posée sur quelqu'une de ces divisions, & qu'elle sera en équilibre avec la marchandise qui est dans le bassin E, elle en marquera le nombre des livres par le nombre des divisions où elle se trouvera. On peut, si la place le permet, diviser chaque intervalle 1 2, 2 3, &c. en quatre parties égales pour avoir des quarterons, ou en 16 pour avoir des onces, afin qu'on puisse connoître plus éxactement le poids des marchandises P qui sont dans le bassin par l'endroit H où l'anneau de la masse sera posé sur la verge dans l'état de l'équilibre.

La démonstration de cecy est facile par la troisiéme proposition, car comme CA sera à CI, ainsi la masse F d'une livre sera au nombre des livres & de ses parties que contiennent la marchandise.

Mais si les deux parties de la verge avec leur charge ne font pas équilibre entr'elles sur l'appui C, supposant toûjours la masse d'une livre & que la partie CA avec sa charge

charge l'emporte sur l'autre, il faudra faire avancer la masse F sur le bras CB, comme en H, tant qu'on trouve l'équilibre de la partie CA avec sa charge, & de la partie CB avec la charge de la masse F posée en H. On fera ensuite les divisions du bras CB comme cy-devant, en prenant des parties égales à CA, & en commençant les divisions en H, comme H 1, 1 2, 2 3 qui donneront les divisions des livres, & les subdivisions de ces parties en 4 ou en 16 donneront les parties de la livre en quarterons ou en onces.

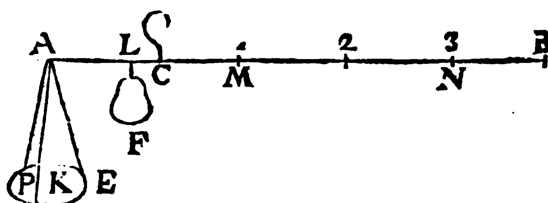
Pour la démonstration de cette division on doit considerer que la longueur CH depuis l'appui C jusqu'au



commencement de la division H, donne en parties de CA l'excés dont la partie CA de la verge avec sa charge pese plus que la partie CB toute seule : c'est pourquoi on peut considerer cet excés, que j'appelle le poids K, comme s'il étoit posé dans le bassin E, & que les deux parties de la verge fussent en équilibre sur le point C, puisqu'il y est effectivement, & alors le poids K étant ôté, la division commenceroit en C comme cy-devant. Mais ce poids K étant attaché au bassin, & joint avec la marchandise qu'on doit peser, il est certain que si la masse se trouve en équilibre avec ces marchandises, lorsqu'elle est posée par exemple sur la division de 2 livres, comme on la vient de faire, il y aura même raison de CA à C 2, que du poids d'une livre qui est la masse F, à ce qui est posé dans le bassin E, en supposant l'équilibre entre la partie CB de la verge, & la partie CA avec sa charge : la marchandise pesera donc 2 livres, puisque deux livres dans le bassin avec

le poids K qui y est comme attaché, ont même raison à la longueur H 2 avec CH, que la masse F d'une livre à la longueur CA.

Enfin si la partie CB de la verge est plus pesante que la partie CA avec sa charge, il est évident que le commencement de la division sera sur CA: car si l'on peut y placer la masse F comme en L, ensorte que la partie CB fasse équilibre avec la partie CA, & sa charge jointe à la masse F placée en L, la distance CL donnera en parties de CA ce qui manque à la pesanteur du bassin, en parties de livres pour faire équilibre entre CB toute seule, & CA avec sa charge. Car par exemple, si CL est le quart de CA, il est évident qu'il faudroit ajoûter un quarteron K dans le bassin E pour faire équilibre entre les deux bras de la verge, & leur charge sans la masse,



puisque le poids K d'un quarteron fait autant d'effort sur la verge étant placé au point A, que la masse F d'une livre qui est placée au point L, ces deux poids étant entr'eux dans la raison reciproque de leurs distances à l'appui C.

Je dis maintenant qu'il faut commencer la division au point L, en prenant les parties L 1, 1 2, 2 3, &c. égales entr'elles, & à la distance CA, pour avoir les divisions des livres sur le bras CB de la verge, Car si l'on met un poids P de deux livres, par exemple, dans le bassin E, & que la masse soit posée à la division 2, la verge demeurera en équilibre sur l'appui C; puisque la raison de CA à C2 sera la même que celle de la masse pesant une livre au poids P de 2 livres moins un poids, comme K qui a même rapport à la livre, que CL à AC, qui seroit dans cet exemple

d'un quarteron ; c'eſt-à-dire CA de 4 parties, à C2 de 7 parties, comme la maſſe de 4 quarterons à 7 quarterons du poids P, leſquels étant joints au quarteron du poids P que ſoutient la verge CB, feront les 2 livres pour le poids P, comme le marque la diviſion 2.

Si l'on vouloit trouver une des diviſions de la verge CB, ſans tranſporter la maſſe dans la partie CA, il n'y auroit qu'à mettre dans le baſſin un poids d'une peſanteur connuë, comme de 1, de 2, ou de 3 livres, ou plus, & chercher avec la maſſe une poſition ſur la verge CB où il y eût équilibre ; & ce point de la verge étant marqué du nombre des livres qui ſeroient dans le baſſin, on prendroit des diviſions d'un côté & d'autre de celle-cy-, toutes égales entr'elles. & à CA qui ſeroient chacune des livres.

Ce ſera auſſi par cette même expérience qu'on pourra trouver ſur la verge une grandeur qui réponde à quel nombre de livres on voudra, en mettant d'abord dans le baſſin un poids d'une peſanteur connuë, comme d'une livre, & cherchant enſuite avec la maſſe le point M, où le peſon demeure en équilibre ſur la ſuſpenſion C, le baſſin étant chargé d'une livre ; enſuite ſi l'on veut avoir une diſtance ſur la verge qui réponde à 2 livres, on ajoûtera au poids de 1 livre qui eſt déja dans le baſſin, un autre poids de 2 livres, & l'on cherchera encore le point N avec la maſſe où le peſon ſoit en équilibre ; la diſtance MN ſera une diſtance pour 2 livres, & le point M ſera la diviſion d'une livre, le point N de trois livres, & aïant diviſé MN en deux également, on aura la grandeur de la verge qui répond à une livre, & qui ſervira à faire toutes les diviſions de la verge.

Cette méthode de diviſer la verge eſt commode en ce que l'on ne peut pas ordinairement connoître exactement la diſtance CA qui doit être priſe depuis le point touchant du clou qui tient la ſuſpenſion dans le trou où il entre,

jusqu'au point touchant de l'autre clou qui soutient le bassin dans le trou où il est posé, ni même celle qui est entre les axes des deux clous, qui doit être à peu près égale à l'autre quand la verge est de niveau. Je dis que la distance de ces axes n'est qu'à peu près égale à la véritable distance CA qu'on doit prendre: car si les axes sont de niveau, la ligne DA qui est la distance entre les deux points touchans, sera plus grande que la distance entre les axes: ce qui est facile à voir.



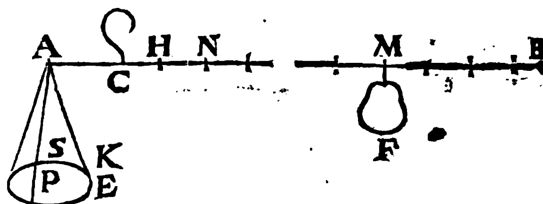
Il reste maintenant à trouver les divisions de la verge, lorsque la masse dont on se sert n'est pas d'un poids déterminé ni connu.

Aïant trouvé comme cy-devant le point H ou L sur la verge, où la masse étant posée il y a équilibre entre les parties de la verge des deux côtés avec leurs charges, on mettra dans le bassin E un poids P d'un nombre de livres connu, comme de 5, & l'on fera mouvoir la masse F tant qu'il y ait encore équilibre entre les parties de la verge & le poids P dans le bassin, & la masse placée en M sur CB, alors on sera asseuré que la distance HM sur la verge doit répondre à 5 livres, & par conséquent il la faudra diviser en cinq parties égales pour avoir les divisions des livres sur la verge. Le point H soit qu'on le trouve sur CB, comme dans cette figure, ou sur CA, sera le commencement de la division.

La démonstration de cette division est semblable aux précédentes: car lorsque la masse F est en H, à cause de l'équilibre il y a même raison de CA à CH, que de la pesanteur de la masse F aux poids K, qu'il faudroit ôter au bassin E pour établir l'équilibre dans le peson sur la suspension. Mais aussi la masse étant en M, & le poids de 5 livres posé dans le bassin faisant encore équilibre, il y aura même

raiſon entre CA & CM, qu'entre la peſanteur de la maſſe F & le poids de 5 livres joint au poids K qu'il faudroit ôter du baſſin.

On aura donc le poids F à la diſtance CA, comme le poids K à la diſtance CH; & le poids F à la diſtance CA, comme le poids K joint au poids P à la diſtance CM; & en raiſon égale le poids K ſera à la diſtance CH, comme le poids K joint au poids P à la diſtance CM; en raiſon alterne le poids K ſera au poids K joint au poids P de 5 livres, comme la diſtance CH à la diſtance CM; & en diviſans, le poids K ſera au poids K joint au poids P moins le poids K, ce qui le réduit au ſeul poids P, comme la diſtance CH à la diſtance CM, moins la diſtance CH qui eſt HM; & en raiſon alterne le poids K ſera à la diſtance CH, comme le poids P à la diſtance HM. Mais on a trouvé d'abord que le poids K étoit à CH, comme le poids de la maſſe F étoit à CA; donc le poids F à CA, comme le poids P à HM, & en raiſon alterne le poids F au poids P, comme la grandeur CA à la grandeur HM.



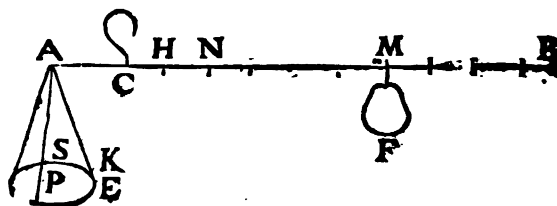
On fera la même démonſtration pour tout autre poids que P, & l'on trouvera toûjours que F ſera à CA, comme le poids mis dans le baſſin ſera à la grandeur de la diviſion ſur le bras de la verge : on aura donc en raiſon égale le poids P à un autre poids, par exemple de 1 livre, comme HM à la partie de la verge depuis le point H, qui ſera auſſi la cinquiéme partie de HM, & qui répondra au poids de 1 livre qui eſt la cinquiéme partie de 5 livres, & ainſi des autres.

Ce ſera la même choſe, ſi le commencement de la diviſion ſe rencontroit ſur CA.

Enfin, on pourra connoître par ce moïen quelle sera la pesanteur absoluë de la masse F, puisqu'elle aura même raison à CA, que 1 livre doit avoir à une des divisions de CB; ainsi elle contiendra autant de livres & de parties de livres, que la grandeur CA contient de divisions CB, comme HN qui répond à 1 livre, & de ses parties.

Lorsque j'ay dit dans la démonstration, que la partie CB de la verge étoit égale en pesanteur à la partie CA avec sa charge, il ne faut pas entendre que ce soit en pesanteur absoluë, mais seulement en pesanteur relative, c'est-à-dire que la pesanteur absoluë de la partie CB de la verge est tellement disposée par rapport à l'appui C, qu'elle fait équilibre avec l'autre partie CA & sa charge comme elle se trouve disposée par rapport au même appui commun C: car dans l'équilibre les pesanteurs relatives sont toûjours égales, mais les pesanteur absoluës peuvent être fort inégales.

Dans la construction du peson on met fort souvent un crochet à la place du bassin de balance que j'ay representé dans la figure.



Pour ce qui est du second crochet ou anse G qui sert à suspendre le peson en renversant la verge ensorte que la partie de dessous de la verge vienne au dessus, & celle de dessus vienne au dessous, & le bassin où le crochet suspendu en A y demeure toûjours suspendu en tournant sur le clou qui tient à la verge, on le fait ordinairement pour peser de plus grands poids qu'avec l'anse D, car on le suppose beaucoup plus proche du point A que l'autre, & l'on fait les divisions du côté de la verge qui répond à la suf-

pension S de l'anse G, de la même maniere que pour l'autre, en se servant de la même masse. Alors dans ce renversement du peson le crochet ou l'anse D qui en attachée à la verge du côté de B, par rapport à la suspension S du crochet G, fait partie de la pesanteur absoluë du bras SB de la verge, mais cela ne fait rien à la maniere de diviser la verge.

La division de la verge qui répond à la suspension, C, s'appelle *le foible* du peson, & l'autre division qui répond à l'autre suspension S, s'appelle *le fort*.

PROPOSITION XXXVI.

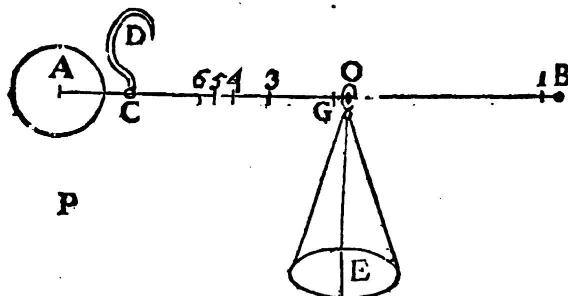
ON *explique icy la construction & la division d'une seconde espece de peson.*

Dans cette espece de peson le poids ou la masse est arrêtée ferme à l'extrémité A de la verge AB. L'anse ou le crochet D est suspendu au point C, comme dans le précédent, & le bassin E où l'on met les marchandises coule au long du bras CB de la verge par le moïen d'un anneau plat O, comme la masse dans le précédent. (*Voïez la Fig. suiv.*)

Pour faire les divisions de cette espece de peson on se servira d'une methode qui est à peu prés semblable à la derniere dont on s'est servi dans l'autre peson. Car sans avoir égard au poids des parties de la verge ny de la masse aïant ôté le bassin & aïant suspendu le poids de 1 livre à un fil délié, dont la pesanteur ne soit pas considérable, on le placera sur quelque point du bras CB, ensorte qu'il y ait équilibre entre cette livre & la masse A attachée à l'extremité du bras CA, & alors on mettra la marque de 1 livre sur le bras CB au point B. Ensuite on divisera la longueur de ce bras au point G en deux également, & ce point sera la division de 2 livres, & en prenant de suite sur ce bras toutes ses parties aliquotes, comme C 3 le tiers

de CB; C 4 le quart de CB; C 5 la cinquiéme partie, & ainsi de suite, on aura toutes les divisions des livres sur le bras CB, car les points 1, 2, 3, 4, 5, &c. seront ceux des divisions, quelque soit la pesanteur du bras de la verge CB, par rapport au bras CA, & à la masse A.

Mais ces divisions étant faites sans avoir égard à la pésanteur du bassin E, ou du crochet qui doit porter la marchandise qu'on veut peser, il les faudra corriger, afin que les marchandises étant mises dans le bassin, les divisions donnent exactement le poids des marchandises sans avoir égard au bassin. Il faut donc que toutes ces divisions soient un peu rapprochées de l'appui C, d'une partie de chaque division de livre qui represente le poids du bassin & de sa suspension, par rapport à la livre; comme si le bassin avec sa suspension pesoit deux onces, il faudroit rapprocher la division qui conviendroit à chaque livre, de la partie de chaque division qui conviendroit à 2 onces, ce que l'on trouvera dans les propositions suivantes, en donnant la maniere de peser les parties de la livre avec les differens pesons.



La démonstration de la division qu'on vient de faire sera facile à comprendre, si l'on considere que la masse A est composée de deux poids, dont l'un est ce qu'il faut avec la pesanteur du bras CA dans la disposition où ils sont à l'égard de l'appui C, pour faire équilibre avec la pesanteur toute seule de l'autre bras CB, dans la place où il est, & l'autre partie de la masse, est un poids que j'appelle P.

Cet

Cet équilibre étant ainsi établi, on peut considerer tout le levier comme s'il n'avoit aucune pesanteur, & que la masse fût seulement le poids P tel qu'il puisse être.

Maintenant puisque l'experience nous a donné le point B, d'où le poids de 1 livre étant suspendu il y a équilibre entre le poids P suspendu en A sur l'appui C, il est évident que le moment du poids P en A sera égal au moment du poids de 1 livre en B. Mais aussi par la même raison, puisque le moment du poids P en A demeure toûjours le même, il faudra aussi que dans l'équilibre le moment d'un nombre de livres tel qu'on voudra, lesquelles seront suspenduës au bras CB, soit égal à celui du poids P suspendu en A. On aura donc le moment de 1 livre suspenduë en B égal au moment d'un nombre de livres tel qu'on voudra dans son point de suspension, comme de 2 livres dans le point O. Mais ces deux momens étant égaux, il y aura même raison entre leurs distances depuis l'appui C & leurs poids réciproquement, c'est-à-dire que le poids de 2 livres sera au poids de 1 livre, comme CB à CO; donc CO sera la moitié de CB.

On démontrera de même que le poids de 3 livres sera au poids de 1 livre, comme CB au tiers de CB qui est C 3, & par conséquent la division 3 convient au poids de 3 livres, & ainsi des autres divisions.

Cette espece de balance a une grande incommodité, en ce que pour trouver l'équilibre il faut faire mouvoir le bassin avec les marchandises dont il est chargé, au long du bras CB.

PROPOSITION XXXVII.

CETTE *proposition contient la construction & la division d'une troisiéme espece de peson.*

Dans cette espece de peson le bassin où l'on met la

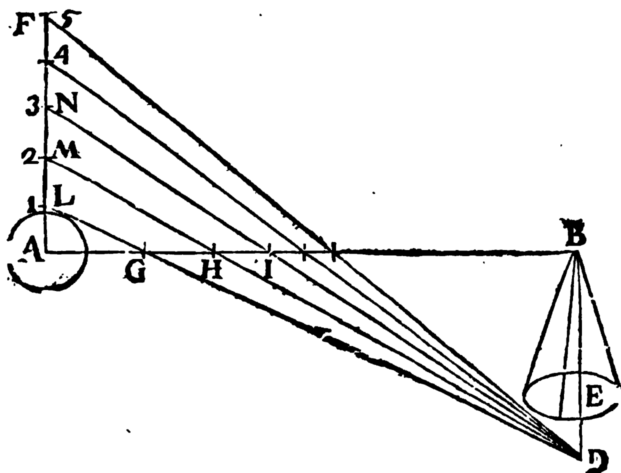
marchandise est suspendu à l'une des extrémités B de la verge, & la masse A est arrêtée ferme à l'autre extrémité; mais l'anse où le crochet qui en fait la suspension, est mobile au long de la verge.

Pour avoir les divisions justes sur la verge de ce peson, il les faudra trouver par expérience, en mettant des poids différens dans le bassin, & cherchant les divisions avec la suspension. Mais si l'on veut n'avoir aucun égard à la pesanteur de la verge AB qui peut être inégale dans ses parties, ni à celle du bassin E, on pourra trouver les divisions de la verge de ce peson en cette sorte, quelque puisse être la pesanteur de la masse suspenduë au point A.

Par les extrémités A & B de cette verge aïant mené deux lignes AF, BD paralleles entr'elles, on suspendra le poids de 1 livre au point B, & l'on cherchera sur la verge avec l'anse le point G, où le poids de 1 livre en B demeure en équilibre avec la masse suspenduë en A, Ensuite par quelque point D de la ligne BD, on menera DG prolongée jusqu'à la ligne AF au point L, & sur AF on prendra les parties LM, MN, &c. égales entr'elles & à AL. Enfin par le point D & par les points MN on tirera des lignes DM, DN qui couperont AB en H, en I, &c. qui seront les points de division en livres sur la verge.

Pour la démonstration de cette division, puisque l'on a l'équilibre en G entre le poids de 1 livre en B & la masse en A, il y aura même raison de GA à GB, que de 1 livre à la masse, qui est la raison réciproque des poids & des distances des bras du levier par rapport à la suspension G. Mais à cause des triangles semblables GAL, GBD, comme GA est à GB, ainsi AL est à BD, & par conséquent AL est à BD, comme 1 livre à la masse. Mais aussi par la construction AM est à BD, ou 2 AL sont à BD, comme HA à HB, il faudra donc pour faire équilibre entre la masse & le poids suspendu en B, l'anse étant posée en H,

que ce poids ſoit double du précédent, c'eſt-à-dire qu'il ſoit de 2 livres; car BD qui eſt la même pour toutes les diviſions, ſera toûjours à la maſſe A, comme toutes les diſtances AL, AM, AN, ou bien AL, 2 AL, 3 AL, &c. aux poids des livres ſuſpenduës en B.



Ce péſon eſt fort incommode, en ce qu'il fait mouvoir la verge avec la charge des marchandiſes & de la maſſe, pour trouver l'équilibre; c'eſt pourquoi nous ne nous y arrêterons pas davantage. On remarquera ſeulement que les diviſions, comme nous les venons de trouver, ſont en proportion harmonique continuë, c'eſt-à-dire que BA eſt à BH, comme AG à GH; & BG à BI, comme GH à HI, & ainſi de ſuite.

REMARQUES SUR LES TROIS ESPECES de Pesons.

Dans la premiere espece de peson les divisions des poids égaux, comme des livres, sont des parties égales.

Dans la seconde sont des parties de la progression $\frac{1}{0}$, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{21}$, &c. où les numérateurs étant l'unité les différences des dénominateurs augmentent de suite de l'unité.

Et dans la troisiéme ces parties sont des differences de grandeurs en proportion harmonique continuë.

PROPOSITION XXXVIII.

COMMENT *on peut peser les parties de la livre, avec le peson de la premiere & de la seconde espece.*

Il est facile à voir que dans le peson de la premiere espece où toutes les parties sont égales, si l'on divise chacune de ces parties en d'autres parties égales entr'elles, & au nombre des parties de la livre qu'on veut avoir, comme en 16. on aura des divisions, où la masse étant placée elle donnera la pesanteur de la marchandise en livres, & en parties de livres telles qu'on les demande, qui seront des onces.

Mais comme ces divisions seroient fort serrées, on ne pourroit peser ces parties que fort imparfaitement; on se servira donc de cette methode qui sera beaucoup plus juste & plus facile en se servant des mêmes divisions des livres. On aura un petit poids qui sera la même partie de la masse que celle des livres qu'on veut avoir: par exemple, si l'on demande des onces, on aura un poids attaché à un crochet, qui fera avec son crochet la seiziéme partie de la masse, de quelque pesanteur qu'elle soit.

Pour l'usage, on placera d'abord la masse sur une des

divisions de livres la plus grande qu'on pourra; & pour les onces qui doivent être jointes à ce nombre de livres, on placera encore le petit poids sur le même bras où sont les divisions des livres, & lorsqu'on aura trouvé l'équilibre entre la marchandise d'un côté & la masse de l'autre avec le petit poids, la division où la masse se trouvera placée donnera le nombre des livres, & celle où sera le petit poids donnera le nombre des onces qu'il faut ajoûter à ces livres.

La démonstration de cette pratique est facile, car il doit y avoir même rapport entre la masse & sa seiziéme partie, qu'entre une livre dans le bassin & une once, & par conséquent la seiziéme partie de la masse donnera sur chaque division des livres une seiziéme partie de livre, c'est-à-dire une once; & enfin sur la division de 16. livres elle donnera une livre. La même chose se doit entendre de toute autre division.

Quand on veut peser avec le peson ces petites parties, il faut qu'il soit fait de telle façon qu'il n'y ait que très peu de frottement dans la suspension.

On remarquera que les divisions qu'on a trouvé pour les livres, ne pourront servir pour les parties que lorsque le commencement de la division sera au point de la suspension; sinon il faudra faire des divisions legeres égales à celles des livres, en commençant à la suspension, lesquelles serviront pour les parties de la livre telle qu'on voudra.

Car la masse étant posée dans la division d'un nombre de livres, fait équilibre avec ces mêmes livres dans le bassin: c'est pourquoi le peson étant alors en équilibre sur sa suspension, il faut que les divisions des parties qu'on ajoûtera dans le bassin, commençant à la suspension, suivant les régles précédentes des divisions. Il faut aussi remarquer que pour peser des onces ou d'autres parties de la

livre toutes ſeules, il faut que la maſſe ſoit placée au commencement de la diviſion des livres, afin qu'il y ait équilibre entre les deux bras de la verge & leurs charges, avant que d'y metre le petit poids qui convient aux parties.

Pour ce qui eſt de la ſeconde eſpece de peſon, il faudra diviſer chaque diviſion de livre du bras CB dans le nombre des parties de la livre qu'on demande. Par exemple, ſi l'on demandoit des quarterons, il faudroit les diviſer en quatre parties qui doivent être inégales, & qu'on trouvera par la maniere ſuivante.

Puiſque le point B dans la figure de la trente-ſixiéme propoſition eſt la diviſion de 1 livre, il faudra que le point de la diviſion de la demie livre ſoit éloigné de C ſur CB, du double de CB, en ſuppoſant la verge prolongée: car alors le moment d'une demie livre ſuſpenduë au double de CB ſera égal au moment de 1 livre ſuſpenduë en B, & par la même raiſon la diviſion qui conviendra au quarteron, devra être ſur CB prolongée, éloignée de C de quatre fois CB; & enfin pour quelqu'autre partie de la livre que ce puiſſe être, il faudra toûjours qu'il y ait même raiſon de cette partie à la livre entiere, que de CB à la diſtance depuis le point C juſqu'au point de diviſion de cette partie ſur la verge prolongée.

Maintenant la diviſion de cette partie étant trouvée, on trouvera les diviſions de ſuite de toutes les parties multiples de celle-cy, comme on a trouvé celles des livres, & ainſi toute la verge ſe trouvera diviſée dans les parties des livres qu'on voudra.

C'eſt auſſi par ce moïen qu'on pourra corriger les diviſions des livres, à cauſe de la peſanteur du baſſin ou du crochet qui ſoutient les marchandiſes. Comme ſi le baſſin peſoit deux onces avec ſon anneau & ſes cordons, & que la diviſion G fût celle des deux premieres onces, après la diviſion de deux livres que je ſuppoſe au point O, il fau-

droit marquer le point G de la division de deux livres au lieu du point O. Il est évident qu'il faudroit faire cette correction, puisque ce ne seroit pas seulement le poids de deux livres qu'il faudroit peser, mais le poids de deux livres & deux onces, dont l'équilibre avec la masse se feroit au point G, qu'on marqueroit du caractere de deux, comme s'il n'y avoit point de bassin, la distance OG suppléant à la pesanteur du bassin.

Je ne parle point de la maniere de corriger les divisions de la troisiéme espece de peson, à cause de l'incommodité qu'il y a dans son usage.

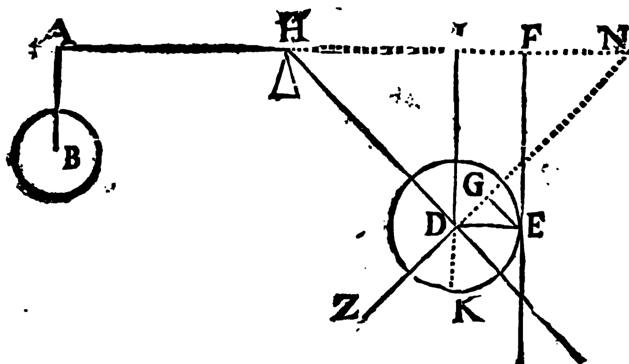
PROPOSITION XXXIX.

SOIT le levier angulaire AHD avec les bras égaux, dont l'un AH est perpendiculaire à la direction des poids, & à son extrémité A soit appliqué le poids B; l'autre bras HD sera donc incliné, & l'on y appliquera un poids KE circulaire ou sphérique, dont le centre D puisse glisser au long du bras HD.

Je dis que si le poids KE est retenu contre le plan EF, que je suppose perpendiculaire à la direction des poids, ensorte que ce poids KE puisse aussi couler au long du plan EF, pour faire l'équilibre entre ces deux poids ainsi appliqués aux bras du levier, il faudra qu'ils soient entr'eux dans la raison directe des perpendiculaires menées de l'appui H aux directions, c'est-à-dire que le poids B doit être au poids KE, comme HA à HI, qui sont les perpendiculaires menées de l'appui H aux directions des poids & qui sont prises directement, ce qui est un paradoxe de mécanique, puisque nous avons démontré que ces perpendiculaires doivent être prises réciproquement. Il faut donc voir comment cette raison directe se tire de la raison réciproque.

Nous pouvons considérer le poids K, comme si ce n'étoit qu'un point pesant D qui fût attaché à l'extrémité

d'un levier ED, lequel est appuïé contre le plan EF au point E, puis qu'effectivement ce poids y est appuïé. Mais la direction du point pesant D est selon la ligne IDK parallele à EF, & il est retenu par le bras du levier HD qui le pousse selon la direction DG perpendiculaire à HD; & dans l'état d'équilibre la pesanteur absoluë du poids D selon la direction DK, sera à la puissance que j'appelle Z appliquée en D qui le soutient en le poussant selon DG, comme EG à ED par la quinziéme proposition. Maintenant si la direction DK du poids D est prolongée jusqu'en I à la ligne HI, qui est AH prolongée, & qui est perpendiculaire à la direction KDI, il est évident que EG sera à ED, comme HI à HD, à cause des triangles rectangles semblables EGD, HID: donc le poids D sera à la puissance Z, comme KI à HD.



Mais à cause que le poids B a sa direction perpendiculaire à son bras HA, & la puissance Z a aussi sa direction perpendiculaire à son bras, la puissance Z sera à la puissance ou au poids B, comme HA à HD. Le poids D sera donc au poids B dans la raison composée de HI à HD, & de HA à HD, qui est celle du rectangle de HI, HA au quarré de HD; & si les bras HA, HD sont égaux, cette raison

raiſon ſe réduit à celle de HI à HD ou HA : ce qui étoit propoſé.

Conſéquence.

Si les deux poids D & B étoient égaux le rectangle HI, HA ſeroit égal au quarré de HD, c'eſt-à-dire que HA ſeroit la troiſiéme en proportion continuë après HI, HD, qui ſeroit égale à HN que l'on trouveroit ſur HI prolongée en N, où elle rencontreroit DN perpendiculaire à HD.

On trouveroit auſſi que dans quelque proportion que ce fût des bras de la balance HA, HD, le poids D devroit toûjours être au poids B, comme HA à HN, au lieu que ſi le poids D étoit attaché & ſuſpendu à l'extrémité D du bras HD, ce devroit être comme HA à HI. Car puiſque nous avons trouvé que le poids D doit être au poids B dans la raiſon compoſée de HI à HD, & de HA à HD ; ſi l'on prend les termes de la raiſon de HD à HN, au lieu de ceux de ſon égale HI à HD, on aura le poids D au poids B dans la raiſon du rectangle HD, HA, au rectangle HN, HD, qui eſt celle de la ligne HA à la ligne HN.

On connoît donc encore par-là que le poids D étant appliqué au bras HD, comme je viens de l'expliquer, il aura beaucoup plus de force, ou il fera un bien plus grand effort que s'il étoit attaché dans le même endroit au bras HD, puiſque le poids D étant meſuré par la ligne HA, dans le premier cas la ligne HN ſeroit la meſure du poids B qui feroit équilibre avec le poids D, & dans le ſecond ce ſeroit la ligne HI.

Remarque.

Si l'on veut conſtruire cet eſpece de balance, il faudra que le bras HD ſoit fort poli par le deſſus où le poids D doit gliſſer, & l'on pourra prendre pour le poids deux roulettes

de plomb qui feront jointes enfemble par un petit axe de fer fort delié qui gliffera fur le bras HD, la circonférence de ces roulettes coulant en defcendant au long du plan FE.

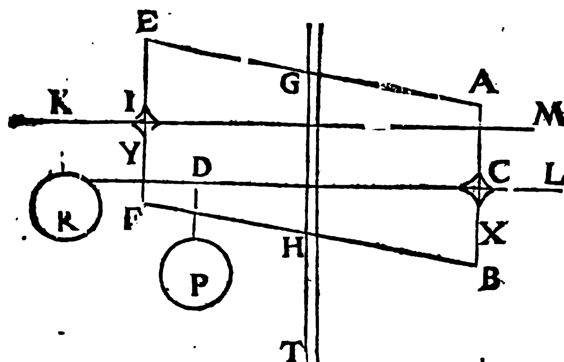
PROPOSITION XL.

O N *donne dans cette propofition la conftruction d'une balance où des poids égaux demeurent toûjours en équilibre, foit qu'ils foient placés à differente diftance de l'appui, foit qu'ils foient tous deux du même côté, ou de differens côtés.*

On peut dire que cette propofition eft un autre paradoxe de Mécanique. La conftruction de cette balance eft de M. de Roberval.

Voy. Journal des Sçavans 1670. p. 9.

Soit le parallelograme ABEF fait de quatre régles de cuivre ou de fer, lefquelles font mobiles fur les clous ABFE qui les affemblent, enforte que les angles de ce parallelogramme peuvent changer comme on voudra. Pour la démonftration nous fuppofons que ce rectangle foit fait de quatre lignes droites qui paffent par les centres des clous; & que fes côtés AE, BF foient mobiles fur leurs points du milieu G & H, étant attachés à la régle TS qui fert de pied à cette machine, & doit être pofée parallele à la direction des poids.



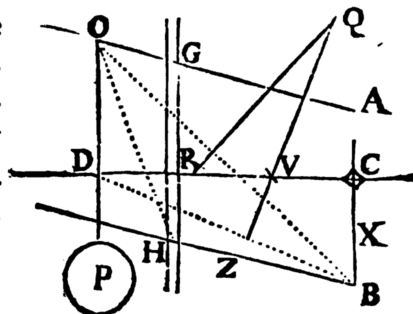
De plus en quelque endroit que ce foit des autres régles EF, AB, comme en I & en C, foit appliqué deux régles

KIM, DCL qui fassent des angles droits avec les régles EF, AB y étant bien soudées ou rivées.

Il est évident par cette construction, que quelqu'angle qu'on fasse prendre au parallelogramme, les côtés AB, EF demeureront toûjours paralleles entr'eux & à la régle TS, c'est-à-dire à la direction des poids, & par conséquent que les régles KM, DL seront aussi toûjours paralleles entr'elles, & perpendiculaires à la même direction.

Je dis maintenant, que si l'on suspend des poids égaux P, R aux régles KM, DL en quelqu'endroit que ce soit, ces deux poids seront en équilibre, soit que les suspensions D & K de ces deux poids soient d'un même côté par rapport à la régle GH qui sert d'apui à la balance, ou de differens côtés, soit qu'ils soient proches où éloignés de ce même appui.

Le point D est arrêté de telle maniere avec la régle AB, par le moïen de la régle DC qui ne fait qu'un même corps avec AB, que l'on peut considérer l'angle DBA comme un levier angulaire.



Si nous supposons donc que ce levier angulaire DBA soit tiré par l'extrémité D avec le poids P selon la direction PDO, & que son angle soit soutenu par la puissance O selon la direction OB, l'autre extrémité A étant retenuë par la puissance G selon la direction OGA, le point O sera le concours des trois directions. Aïant mené les trois lignes QV, QR, RV perpendiculaires aux trois directions OA, OB, OD, le triangle QRV formé par ces trois perpendiculaire, donnera le rapport des trois puissances appliquées à ces di-

rections dans le cas de l'équilibre par la vingt-troisiéme proposition.

Mais comme la puissance en G est arrêtée au pied, on la peut regarder comme l'appui, & considérer seulement le rapport du poids P à la puissance O, qui sera celui de la ligne RV à RQ. (*Voïez la Fig. précédente.*)

Maintenant si l'en considere un autre levier angulaire AOH dont les extrémités A & H soient tirées par deux puissances X & Z, selon les directions AB, HB, & l'appui O soutenu par la même puissance O qui soutenoit auparavant l'appui selon la même direction OB; le triangle QRV qui exprimoit cy-devant le rapport des trois puissances pour le levier ABD, servira aussi pour exprimer les trois autres XZO, car ses trois côtés sont aussi perpendiculaires aux trois directions, HB parallele à GA, AB parallele à OD, & OB qui est commune.

Mais à cause que dans ce levier AOH, le point H est arrêté ferme sur le pied de la machine nous pourrons le considérer comme l'appui, & les deux autres puissances agissant l'une contre l'autre; nous aurons donc la puissance O agissant selon OB, à la puissance X agissant selon AB comme QR à RV.

Il est donc évident que la puissance où le poids P suspendu en D sera à la puissance X, tirant le point A selon AB dans la raison composée de RV à RQ, & de QR à RV, qui est la raison d'égalité. Il y aura donc équilibre entre le poids P suspendu en D, & la puissance X égale au poids P appliquée en A selon AB.

On démontrera de même que le poids R suspendu en K à la régle KIM, fera équilibre avec une puissance Y égale au poids R, laquelle étant appliquée en E agit selon la ligne EF; on peut donc substituer à la place des poids P & R les puissances égales X & Y qui agissent en A & en E avec des directions paralleles entr'elles & à la direction des poids;

mais ces puissances égales étant appliquées aux extrémités A & E des bras égaux de la balance GA, GE qui a son appui en G, elles seront en équilibre : les poids P & R qui font même effort sur cette machine que les puissances X & Y, seront donc en équilibre. Ce sera la même chose en quelqu'endroit des régles DL, KM qu'on suspende les poids, & c'est ce qu'il falloit démontrer.

Il n'est pas difficile à voir qu'on peut construire plusieurs machines qui feront le même effet que celle-cy.

On peut aussi démontrer la même chose, & fort facilement par la sixiéme proposition: car si les poids sont égaux, il est évident par la construction de la machine que leurs momens seront égaux en quelqu'endroit qu'ils soient placés sur leurs bras KIM, DCL, puisqu'ils y seront toûjours en disposition de parcourir des espaces égaux, qui sont aussi égaux à ceux que décriroient les extrémités EA, FB des régles EA, FB. Car les régles AB, EF étant retenuës par leurs extrémités ensorte qu'elles demeurent toûjours paralleles à l'appui GH, l'effort des poids P & R sur les extrémités AB, EF pour les écarter ou pour les approcher de l'appui GH ne doit pas être consideré, puisque cet appui est supposé immobile, il restera donc seulement aux poids l'effort de leur pesanteur absoluë pour tirer en bas les points A & E du levier AGE, de même que s'ils étoient appliqués ou suspendus à ces mêmes extrémités A & E; & ainsi la balance se réduit à un levier ordinaire AGE qui a son appui en G.

Il est donc aussi évident que si les poids P & R sont en raison réciproque des bras GE, GA, il y aura toûjours équilibre dans cette espece de balance, puisque leurs momens seront aussi égaux par la sixiéme proposition.

PROPOSITION XLI.

AVEC *tel nombre de poids qu'on voudra qui seront en proportion géometrique dans la raison de 1 à 3, on pourra peser dans une balance ordinaire qui a les bras égaux, tous les poids qui sont depuis l'unité jusqu'à la somme de tous les poids proposés.*

Soit par exemple les quatre poids de 1, 3, 9, 27 livres, qui sont en raison triple continuë, je dis qu'on pourra peser avec ces quatre poids toutes les livres depuis l'unité jusqu'à 40. qui est la somme des quatre poids.

Il est certain que tout nombre est multiple du nombre trois ce qu'on appelle ternaire, ou ternaire plus ou moins l'unité : c'est pourquoi si l'on ôte l'unité du ternaire, il restera le nombre moïen entre l'unité & le ternaire, qui sera 2 ; & ce sera la même chose du nombre 9. qu'on peut considérer comme ternaire du ternaire ; car si l'on en ôte le ternaire qui est à son égard comme l'unité à l'égard de 3, il restera 6 qui est le moïen entre 3 & 9.

Mais puisque les nombres depuis 3 jusqu'à 9 sont divisés en deux ternaires, on en pourra remplir les intervalles en l'ajoûtant ou en l'ôtant: par exemple, si au poids 3 on ajoûte l'unité, on aura 4; si du poids 9 moins 3, qui est 6, on ôte l'unité, on aura 5 ; & si au poids 9 moins 3 on ajoûte l'unité, on aura 7 ; & si du poids 9 on ôte l'unité, on aura 8.

Enfin le poids 9 est à l'égard du poids 27, ce que 3 est à l'égard de 9; & si de 27 on ôte 9, il reste le moïen 18 entre 9 & 27, dont on pourra remplir les intervalles en ôtant & ajoûtant avec les deux autres poids précédens 1 & 3, comme on a fait. Il en sera de même de tout autre poids de cette même progression.

Mais au dernier poids, comme icy 27, on peut ajoûter

le poids 9, & remplir ses intervalles avec 1 & 3 en ajoûtant ou ôtant; de même on peut encore ajoûter à la somme des deux poids 27 & 9, le poids trois, & remplir ses intervalles avec l'unité, & enfin ajoûter les quatre poids ensemble qui feront la somme de 40. livres.

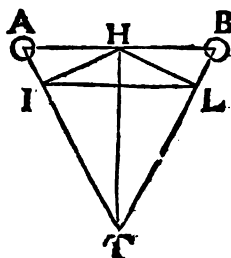
On appelle ôter dans la pratique, quand on met le poids qu'on veut ôter, du côté où sont les marchandises, & ajoûter quand on le met de l'autre côté où il y a déja d'autres poids.

Avertissement.

Dans les propositions suivantes on examine ce qui doit arriver aux poids suspendus à un levier, ou bien aux corps pesans, en supposant que leur direction tend au centre de la terre; & l'on remarquera que l'on ne peut pas dans cette supposition donner quelle figure on voudra aux poids, à cause que le centre de gravité des corps pesans change suivant leurs differentes dispositions au centre de la terre, comme on verra dans la suite: on les doit donc considerer comme des points pésans.

PROPOSITION XLII.

Si le levier AB qui a ses bras égaux HA, HB, & qui est perpendiculaire à la ligne droite HT menée de l'appui H au centre de la terre T, est chargé de deux poids égaux, qui sont deux points pesans, à ses extrémités A & B, il y aura équilibre entre ces deux poids.



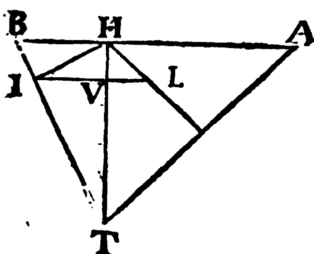
Cette proposition est évidente: car soient AT, BT les directions des deux points pesans A & B. Aïant mené les perpendiculaires HI, HL, IL aux directions AT, BT, HT, on aura le triangle HIL, dont les côtés donneront la proportion

des trois puissances qui doivent être appliquées à ces directions pour faire équilibre, par la vingt-troisiéme proposition; mais par l'hypothése ce triangle doit être isoscelle, à cause que l'angle ATB est coupé en deux également par HT, les deux puissances A & B qui sont entre-elles comme les côtés HI, HL, seront donc égales: ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLIII.

MAIS *si les bras HA, HB sont inégaux, quoique le levier AB soit perpendiculaire à la direction HT, le triangle HIL ne sera plus isoscelle, & dans le cas de l'équilibre les puissances ou les poids appliqués en A & en B qui doivent être entr'eux comme les côtés HI, HL, ne seront pas réciproquement comme les bras HA, HB de ce levier droit; c'est pourquoi si on les suppose dans cette raison, ils ne seront pas en équilibre, & celui qui sera appliqué au plus petit côté HB l'emportera sur l'autre.*

Soit comme cy-devant les perpendiculaires, HI, HL, IL sur les trois directions, il faut donc par la vingt-troisiéme proposition que les trois puissances soient entr'elles comme les trois côtés du triangle HIL pour faire équilibre.



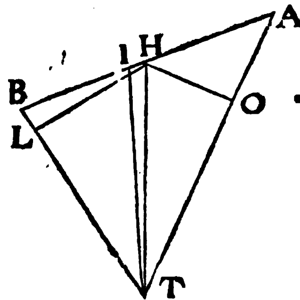
A cause des triangles rectangles qui sont semblables HAT, VHL, & HBT, VHI, on aura HA à AT, comme VH à HL, & BT à BH, comme HI à HV. Si l'on multiplie donc par ordre les termes de ces deux proportions, on aura le rectangle HA, BT qui sera au rectangle AT, BH, comme le rectangle VH, HI au rectangle HL, HV; c'est-à-dire comme

comme HI à HL, à cause de la hauteur VH commune à ces deux rectangles. Mais le rectangle HA, BT n'est pas au rectangle AT, BH, comme HA à BH, puisque BT est plus petite que AT par l'hypothése; mais ce sera comme une ligne plus petite que HA à BH dans le cas de l'équilibre. Il est donc évident que si le poids en B est au poids en A, comme HA à HB; le poids B sera plus grand qu'il ne faudra pour l'équilibre, & qu'il l'emportera sur l'autre: ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION. XLIV.

MAINTENANT *si les bras du levier HA, HB sont égaux, mais qu'il soit incliné à la ligne HT menée du centre de la terre à l'appui H, il n'y aura pas équilibre entre des poids égaux suspendus aux extrémités des bras de ce levier; mais celui qui sera le plus incliné l'emportera sur l'autre.*

Puisque la ligne BHA est inclinée à la ligne TH, dans le triangle ATB le côté TA sera plus grand que le côté TB: c'est pourquoi si l'on supposoit que l'angle ATB fût coupé en deux également par quelque ligne TI, les segmens IA, IB de la base AB auroient entr'eux la même raison que les côtés TA, TB, & par consequent IA seroit plus grand que IB: mais comme HA est égale à HB par l'hypothése, il s'ensuit que l'angle HTA est plus petit que l'angle HTB.



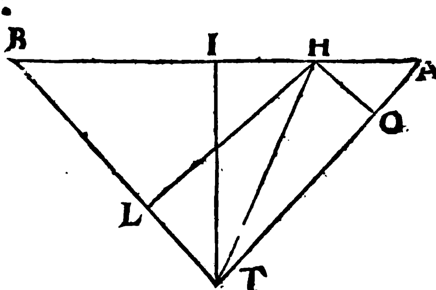
Du point d'appui H aïant mené les perpendiculaires HO, HL sur les directions AT, BT on formera les deux triangles rectangles TOH, TLH qui auront l'hypotenuse commune TH: mais dans ces deux triangles le côté opposé au

plus grand angle sera plus grand que celui qui est opposé au plus petit angle; c'est pourquoi HL sera plus grande que HO, puisque l'angle HTB est plus grand que l'angle HTA. Mais par la proposition neuviéme, l'effort des puissances ou des poids doit être mesuré par les perpendiculaires HO, HL; donc dans le cas de l'équilibre la puissance A doit être à la puissance B, comme HL à HO : mais si ces deux puissances A & B sont égales, celle dont l'effort est plus grand qui est B, puisqu'il est mesuré par la ligne HL, l'emportera sur l'autre A, dont l'effort est mesuré par HO plus petite que HL : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XLV.

SI *un levier AB a ses bras inégaux HA, HB, & que la ligne TH menée du centre de la terre T au point d'appui H, soit inclinée au levier : mais que la ligne droite TI menée du centre de la terre T au milieu I du levier, lui soit perpendiculaire; si les poids A & B appliqués aux extrémités de ce levier sont entr'eux comme les bras HB HA du levier pris réciproquement, il y aura équilibre entre ces poids.*

Du point d'appui H du levier BA aïant mené les perpendiculaires HO, HL sur les lignes de direction, il faudra par la neuviéme proposition que le poids A soit au poids B, comme la ligne HL à la ligne HO dans le cas de l'équilibre.



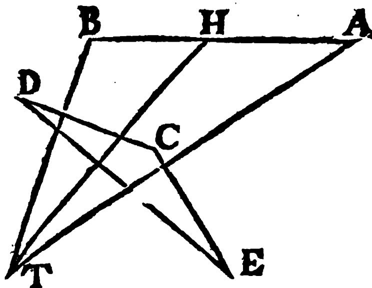
Mais à cause que TI est perpendiculaire à AB, & qu'elle la coupe en deux également en I, le triangle ATB est isoscelle; & par conséquent les angles en A & en B sont

égaux entr'eux. Il s'ensuit donc que les deux triangles rectangles HOA, HLB sont semblables, puisqu'ils ont chacun un angle égal outre le droit; ils auront donc aussi leurs côtés en même raison, c'est-à-dire que HO sera à HL, comme HA à HB. Les poids A&B dans le cas de l'équilibre doivent donc être entr'eux comme HB à HA, qui sont aussi comme HL à HO.

PROPOSITION XLVI.

DEUX *poids A & B étant appliqués aux extrémités d'un levier AB, trouver le point d'appui H.*

Il n'importe pas que les poids soient égaux ou inégaux. Aïant mené des perpendiculaires CD, CE aux directions BT, AT lesquelles se rencontrent au point C, on donnera à CE & à CD le même rapport qu'entre les poids A & B, & l'on tirera DE qui achevera le triangle CDE; ensuite du point T on menera TH perpendiculaire sur DE, laquelle rencontrera le levier BA au point H, qui sera le point d'appui que l'on cherche.



Cette proposition est évidente par la trentiéme, puisque les directions AT, BT peuvent être considerées comme prolongées au delà du point T, & au lieu des poids AB on peut substituer des puissances égales aux poids, lesquelles tireront le point T, & qui demeureront en équilibre avec la puissance H qui pousse ou qui tire selon TH, ce qui est toûjours possible, puisque les puissances agissent par tout également dans leur ligne de direction.

Conséquence.

On doit considérer le point H comme le centre de gravité de ces poids, puisqu'ils demeurent soutenus sur ce point : mais il ne faut pas que le levier puisse glisser sur l'appui H.

PROPOSITION XLVII.

SOIT *le levier droit AB chargé de deux poids égaux à ses extrémités, & qu'il soit perpendiculaire à la ligne TH menée du centre de la terre au milieu du levier.*

Je dis que si l'on approche ce levier du centre de la terre plus qu'il n'étoit auparavant, & qu'il demeure toûjours perpendiculaire à la ligne TH qui passe par son milieu H, il faudra une moindre puissance pour le soutenir avec sa charge des deux poids A & B, que lorsqu'il sera plus éloigné du centre de la terre.

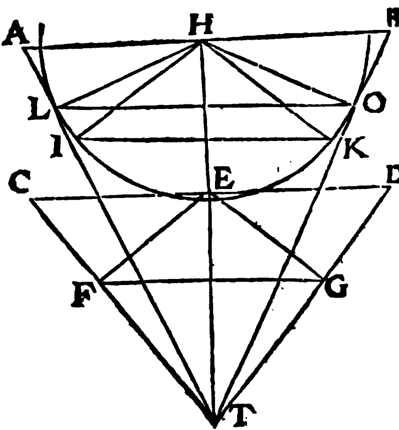
Soit le levier dans sa premiere position en AB plus éloigné du centre de la terre T, que dans la seconde en CD : Je dis qu'il faudra une moindre force pour soutenir ce levier par son milieu en E dans cette seconde position, que dans la premiere en H.

Du point H aïant mené les perpendiculaires HL, HO aux lignes de direction AT, BT, & aïant tiré la ligne LO, il est évident que le triangle LHO sera isoscelle, & que la ligne LO sera parallele à AB, & perpendiculaire à TH.

Semblablement si du point E on mene les lignes EF, EG perpendiculaires sur les lignes de direction CT, DT, on aura le triangle isoscelle EFG dont le côté FG sera parallele à CD & perpendiculaire à TEH. Mais à cause que l'angle CTD est plus grand que l'angle ATB, & que les quadrilateres HLTO, EFTG ont leurs angles opposés en L & O, & en F & G qui sont droits, il s'ensuit que l'angle

LHO est plus grand que l'angle FEG.

Si du point H pour centre, & pour raïon HL on décrit le cercle LIKO, & que du centre H on mene les lignes HI, HK paralleles à EF, EG, & qu'ensuite on tire IK, le triangle HIK sera semblable au triangle EFG. Mais par la vingt-troisiéme proposition le poids A sera à la puissance H, comme HL à LO, & la somme des deux poids A & B à la puissance H qui les soutient, comme la somme des deux lignes HL, HO, ou la double de l'une des deux à la ligne LO.



On démontrera de la même maniere, que la somme des deux mêmes poids placés en CD sera à la puissance qui les soutient en E, comme la somme des deux lignes EF, EG à la ligne FG, ou bien comme la somme des deux lignes HI, HK à la ligne IK. Mais puisque l'angle IHK est plus petit que LHO, les côtés qui comprennent ces angles étant égaux, il s'ensuit donc que la ligne IK sera plus petite que LO. Mais la ligne LO represente la puissance qui soutient le levier en H, & la ligne IK celle qui le soutient en E, il faudra donc moins de force pour soutenir ce levier lorsqu'il est en E que lorsqu'il est en H : ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Ce sera aussi la même chose, si les poids AB sont inégaux, & que le point H qui est l'appui du levier les divise inégalement : car on pourra toûjours former un triangle

comme HIK ſemblable au triangle EFG, & dont la ſomme de ſes côtés HI, HK qui ſeront inégaux entr'eux ſera égale à celle des côtés HL, HO du premier triangle HLO qui ſont auſſi inégaux, & la baſe IK perpendiculaire à TH & parallele à LO qui eſt auſſi perpendiculaire à TH qui ſera la direction de l'appui commun, ſera plus petite que LO. Mais comme toutes les parties d'un corps peſant peuvent être jointes par des leviers, comme celui dont je viens de parler, il eſt évident que toutes les parties du corps, & par conſéquent tout le corps, peſera toûjours moins quand il ſera plus proche du centre de la terre, que quand il en ſera plus éloigné.

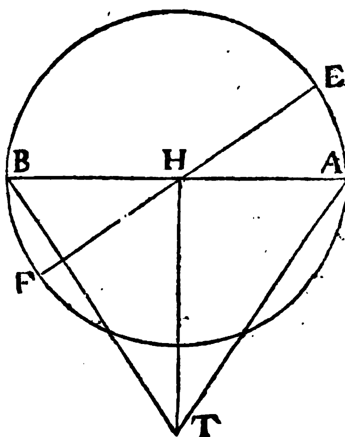
PROPOSITION XLVIII.

ON *peut conclure des propoſitions précédentes, qu'il n'y a point de centre de gravité dans les corps peſants, mais que dans un corps il y a une infinité de lignes leſquelles ne s'entrecoupent pas dans un même point, & autour deſquelles toutes les parties du corps peuvent demeurer en équilibre, quand elles tendent vers le centre de la terre.*

Soit un corps compoſé de deux points également peſants A & B qui ſont joints par la ligne droite AB laquelle eſt perpendiculaire dans une poſition à la ligne TH, qui vient du centre de la terre T au milieu H de cette ligne AB, il eſt évident que le corps demeurera dans cette ſituation, étant ſoutenu par le point H. Mais ſi le point H eſt ſon centre de gravité, il faut que dans toute autre poſition de ce corps autour du point H, ſes parties A & B demeurent encore en équilibre, comme dans la poſition FHE, ce qui ne peut pas être par la quarante-quatriéme propoſition, car le point F l'emportera ſur l'autre, le point H ne ſera donc pas le centre de gravité de ce corps ſuivant la définition, & il ſera impoſſible d'en déterminer un, puiſque

dans toutes les differentes positions des parties du corps il y aura differents points où ces parties demeureront en équilibre : & c'est ce qu'il falloit démontrer pour la premiere partie de cette proposition.

Pour ce qui est de la seconde, il est évident que si l'on conçoit que le corps soit divisé en un nombre indéfini de parties, & si l'on compare deux de ces parties avec leurs directions vers le centre de la terre, on trouvera par la quarante-sixiéme proposition la direction de l'appui qui les soutiendra tous deux en équilibre, avec la puissance qu'il faudra donner à cet appui, & en quelque endroit qu'on applique cette puissance dans sa ligne de direction : ainsi ces deux parties avec leurs directions differentes se réduisent à une seule, & à une seule direction. Mais celle-cy étant comparée avec une autre partie du corps, on trouvera de même une autre puissance avec sa direction qui les soutient ; & ainsi de suite on viendra à une seule puissance qui fera équilibre dans une certaine direction avec toutes les parties du corps, cette puissance pouvant être appliquée en tous les points de sa direction, si on ne la considere que comme un point pesant, ce qui est la maniere la plus simple de considerer les puissances : & c'est ce qu'il falloit enfin démontrer.



PROPOSITION XLIX.

Il n'y a que la sphére seule qui puisse être exceptée de la proposition précédente ; car à cause que c'est la figure qu'on peut appeller parfaitement réguliere, toutes les lignes de

direction autour desquelles toutes les parties du corps demeurent en équilibre, s'entrecoupent au centre de la figure.

Toutes les dispositions differentes d'une sphére autour de son centre n'ont aucune difference entr'elles : c'est pourquoi on ne doit pas la regarder comme aïant differentes lignes de direction autour desquelles toutes ses parties demeurent en équilibre. De plus, quoique la puissance qui est nécessaire pour soutenir cette sphére dans une certaine distance du centre de la terre, ne soit pas égale à celle qui la doit soutenir dans une autre distance par la proposition quarante-septiéme, ce sera toujours dans la même direction qui est la ligne droite menée du centre de la figure vers le centre de la terre.

Avertissement.

Dans les propositions suivantes nous donnerons la maniere de trouver le point qu'on appelle centre de gravité dans les figures pesantes, en supposant que leurs parties ont des directions toute paralleles entr'elles, & nous examinerons en même-tems quel est l'effort des figures appliquées à tous les points du bras d'un levier dans leur longueur ; car on a seulement consideré jusqu'icy que les poids ou figures pesantes étoient suspenduës en un point du levier.

PROPOSITION L.

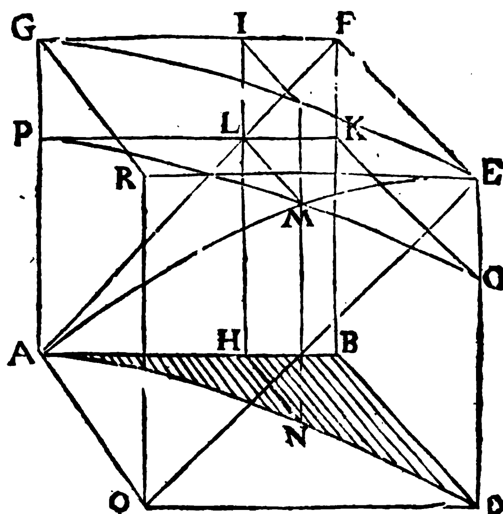
TROUVER *le centre de gravité des figures de trois côtés ou des trilignes.*

Je commence la recherche du centre de gravité par les trilignes qui sont les plus simples de toutes les figures. Mais sans m'arrêter au triangle qui est une figure comprise de trois lignes droites, & dont on peut trouver le centre de

de gravité par une maniere particuliere, je commenceray par ceux qui sont formés par des lignes droites & par des courbes, & dont la methode conviendra aussi au triangle.

Soit donc le triligne ABD qui est le complément d'une parabole AND, dont le sommet est en A, & dont les ordonnées comme HN sont perpendiculaires à AB, qui est la touchante au sommet A.

Je considere AB comme un levier auquel le triligne est appliqué dans toute sa longueur AB, & qui est perpendiculaire aux directions des poids ou des parties du triligne faites par les ordonnées comme HN.



Si l'on imagine que le triligne est divisé en un nombre indéfini de parties par les ordonnées comme HN, & que toutes ces parties ont chacune une même largeur sur AB, elles peuvent être considerées comme séparées & suspenduës au bras du levier AB par leur extrémité, ou jointes ensemble, & ne composant plus que le triligne, sans qu'il arrive aucun changement à l'effort qu'elles font sur le bras du levier, par rapport à quelque point du levier, comme H qui lui sert d'appui.

Il faut donc chercher d'abord le point H, sur lequel le levier étant soutenu avec sa charge, qui sont toutes les parties du triligne, il y ait équilibre des deux côtés de l'appui.

Si le point H étoit celui qu'on cherche, il est évident que les momens de toutes les parties du triligne depuis H jusqu'en B, seroient égaux à ceux de toutes les parties depuis H jusqu'en A ; puisque ces momens ne sont que l'effort de ces mêmes parties par rapport à l'appui H, & les efforts d'un côté étant égaux aux efforts de l'autre, il y aura équilibre.

Mais si sur le triligne ABD on forme le prisme rectangulaire ABDGFE, dont la hauteur AG ou BF soit égale à AB, & qu'on coupe ensuite ce prisme par un plan AFEQ qui passe par FE & par le point A, il est évident que le prisme sera divisé en deux parties pyramidales, dont l'une est AFEDB, & l'autre AFEG. & dans le complément de toutes sortes de paraboles, le rapport du prisme à ces deux pyramides est toûjours donné. Car si le prisme & les deux pyramides sont divisées par des plans comme HNIM qui passent par les divisions HN du triligne, & qui soient paralleles au côté BDEF du prisme, toutes les parties du prisme & des deux pyramides pourront être exprimées par une progression numérique, & dans la premiere parabole le prisme sera à la pyramide AFEDB, comme 4. à 3. car toutes les parties de la pyramide seront entr'elles comme les nombres cubiques de suite, dont leurs distances depuis le point A sur AB seront les racines, & le prisme est le tiers du parallelepipede qui auroit pour base le parallelogramme rectangle ABDQ, dont les côtés seroient AB, BD, & la hauteur BF, & par conséquent la pyramide seroit le quart de ce parallelepipede. Enfin le prisme seroit à l'autre pyramide AFEG, comme 4. à 1.

Maintenant il est évident que la somme de tous les momens de la partie HBDN du triligne sera representée par la portion LKFMEO de la pyramide, laquelle sera retranchée par le plan PKO parallele au plan du triligne, & qui passe par LM qui est la rencontre du plan HNIM

avec le côté de la pyramide AFE. Car dans cette portion retranchée chaque partie du prisme qui y sera retranchée aura même base que les parties du triligne qui sont comprises dans HBDN, & pour hauteur la distance depuis H, ces hauteurs étant representées par les hauteurs du triangle rectangle & isoscelle LKF.

De même tout les momens de la partie HAN seront representés par la portion PLMA de la seconde pyramide GFEA, laquelle sera retranchée par le même plan PKO; car dans cette portion PLMA le triligne PLM qui lui sert de base, est le même que le triligne HAN, & les hauteurs de chaque partie se trouveront dans le triangle LPA, en augmentant depuis le point L qui fait la même chose que le point H.

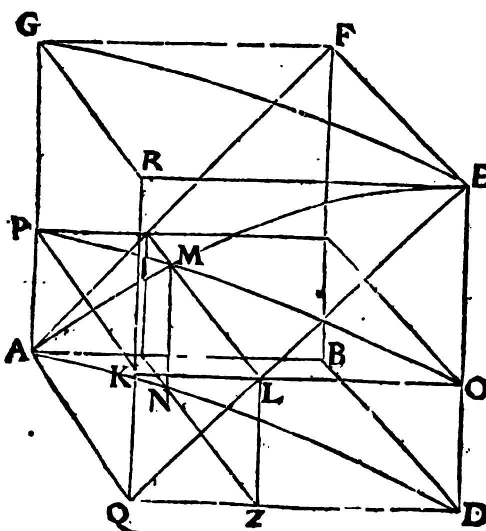
Il faudra donc que les deux solides LKFMEO, PLMA soient égaux entr'eux, puisque les sommes des momens qu'ils representent doivent être égales. Mais si à l'un & à l'autre on ajoûte une partie commune, qui est le solide ALMOKBD, il se formera la pyramide AFEBD entiere qui sera égale au prisme ABDPKO.

Mais puisque l'on connoît le rapport de la pyramide AFEBD au prisme total ABDGFE, qui est comme 3 à 4, on aura donc aussi le rapport du prisme retranché ABDPKO égal à la pyramide, au prisme total comme 3 à 4. Mais ces deux prismes qui ont même base seront entr'eux comme leurs hauteurs AG ou AB, & AP ou AH. Le prisme sera donc toûjours à la pyramide comme AB à HA, c'est-à-dire comme 4 à 3; & le point H sera l'appui sur lequel les parties du triligne appliquées au levier AB, ou le triligne entier, ce qui est la même chose, demeure en équilibre. Il s'ensuit donc aussi que le centre de gravité du triligne sera dans la ligne HN qui sépare les parties du triligne qui font équilibre entr'elles.

On trouvera par la même methode, que si le triligne

parabolique ANDQ, dont A est le sommet, & AQ l'axe de la parabole AND, est appliqué au levier par son côté DQ, & que le point d'appui soit Z où les parties d'un côté & d'autres soient en équilibre, ZD sera à ZQ, comme 5 à 3,

Car aïant construit le parallelepipede de GD sur le parallelogram angle AD qui renferme la parabole, on aura comme cy-devant le plan PKO qui retranche de QR égale à QD, la partie QK égale à QZ; & aïant mené par le point Z le plan LZMN parallele au plan GQ; & sur la parabole AND aïant formé le prisme parabolique GEANDQR, & dans le parallelepipede aïant mené le plan AFEQ, la pyramide retranchée ELOM representera les momens de toutes les parties du triligne parabolique ZND qui sont comprise depuis Z jusqu'en D; & le solide LMPAKQ representera les momens de toutes les parties du triligne depuis Z jusqu'àQ, supposant l'appui en Z, ce qui est évident suivant ce qu'on a expliqué cy-devant. Et si l'on ajoûte à ces deux solides, qui sont égaux, si les sommes des momens des parties du triligne sont égales, le solide commun LOMAQD, on aura toute la pyramide EAQD égale au prisme PKOAQD.



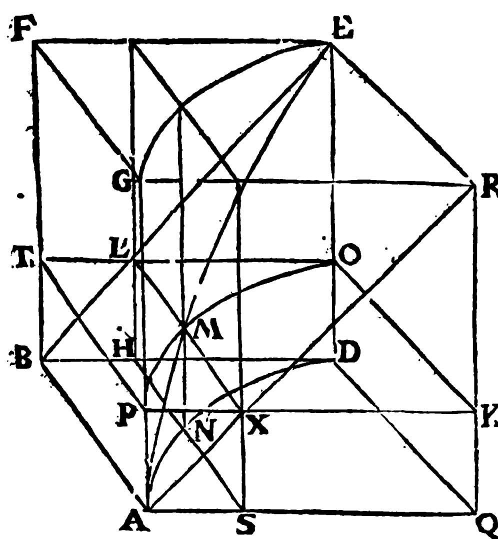
Mais la pyramide EAQD est le complément de la pyra-

mide AFEDB jusqu'au prisme AFBQED dont elle n'est que la moitié, la pyramide EAQD sera donc aussi la moitié de ce même prisme.

Maintenant puisque le prisme parabolique GERADQ est égal aux deux tiers du parallelepipede GD, & que la pyramide EAQD est la moitié du prisme EFBDAQ, qui est la moitié du parallelepipede, la pyramide EAQD sera égale $\frac{3}{8}$ du prisme parabolique GERADQ, & par consequent le prisme PKOAQD qui est retranché du prisme entier GREAQD n'en sera que les $\frac{3}{8}$. Il faudra donc que la hauteur QK du prisme retranché soit les $\frac{3}{8}$ de la hauteur QR du prisme entier. Mais QR est égale à QD, & par consequent QZ, ou ZL, ou QK ne seront que les $\frac{3}{8}$ de QD, & aussi ZQ sera à ZD comme 3 à 5. ce qu'il falloit démontrer.

Mais pour déterminer le centre de gravité de ces triligne, il les faut encore appliquer à un levier par l'autre côté AQ ou BD. Soit donc dans la figure suivante le parallelepipede FQ comme cy-devant formé sur le parallelogramme rectangle BQ; & aïant fait dans ce parallelepipede les prismes & les pyramides, comme dans la précédente démonstration, on aura la pyramide AERDQ formée par tous les rectangles comme NX, qui sont faits sur les ordonnées NS à l'axe de la parabole AND, & sur les parties AS interceptées de l'axe: mais cette pyramide est égale à $\frac{1}{3}$ du parallelepipede FQ, & le prisme parabolique EGRDAQ est égal à $\frac{2}{3}$ du même parallelepipede, c'est pourquoi cette pyramide AERDQ sera égale à $\frac{1}{2}$ du prisme parabolique EGRDAQ. Mais si le point S est l'appui du levier AQ, la somme des momens des parties du triligne ADQ depuis S jusqu'en Q sera representée par la portion retranchée de la pyramide EROKMX, & la somme des momens des parties du triligne depuis S jusqu'en A sera representée par le solide MXPA; & ajoûtant à cha-

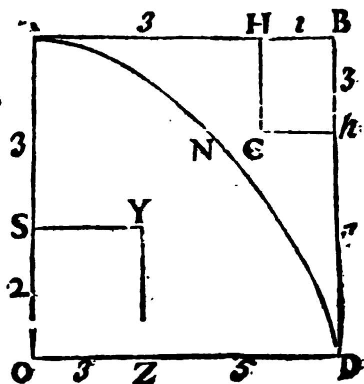
cune de ces parties le solide ADQOKMX, il se formera d'un côté la pyramide AERDQ qui sera égale au prisme retranché POKADQ qui se formera de l'autre côté, en posant les sommes des momens des deux côtés de l'appui S égales entr'elles. Donc le prisme POKADQ retranché du prisme total parabolique EGRDAQ en doit être les $\frac{2}{5}$; & par consequent AP qui est la hauteur du prisme retranché doit être égale à $\frac{2}{5}$ de AG; & AS égale à AP sera aussi $\frac{2}{5}$ de AQ; & SA sera à SQ comme 3 à 2. Le centre de gravité du triligne ADQ appliquée au levier AQ sera donc dans l'ordonnée SN.



On démontrera de même, que dans le triligne BDA appliqué par son côté BD au levier BD, si le point H est l'appui de ce levier, & que les momens des parties du triligne d'un côté de H soient égaux aux momens des parties de l'autre côté, la pyramide EBAD doit être égale au prisme retranché TOPBDA. Mais la pyramide EBAD qui est le complément de la pyramide AERDQ, jusqu'au prisme BEDARQ qui est la moitié du parallelepipede, sera égale à $\frac{1}{10}$ du parallelepipede FQ, mais le prisme parabolique FEGBDA qui a pour base le triligne proposé, est le tiers du parallelepipede; donc la pyramide EBAD sera $\frac{3}{10}$ du prisme parabolique FEGBDA; & par consequent le prisme retranché

TOPBDA qui doit être égal à la pyramide, sera $\frac{3}{10}$ du prisme entier, & la hauteur BT ou HL du prisme retranché sera égale à $\frac{3}{10}$ de la hauteur BF du prisme entier. Mais BT doit être égale à BH, puisque BF est égale à BD; donc l'appui H doit être placé sur le levier BD, en telle sorte que HB soit les $\frac{3}{10}$ de BD, ou que HB soit à HD, comme 3 à 7. E le centre de gravité du triligne sera dans la ligne HN parallele à BA.

Puisque l'on a trouvé dans chaque triligne deux lignes differentes sur lesquelles se doivent trouver le centre de gravité des trilignes, ce centre C sera déterminé; car dans le complément de la parabole ABND nous avons trouvé qu'il doit être d'un côté dans la ligne HC parallele à BD, si HB est à HA, comme 1 à 3; de l'autre côté nous avons trouvé qu'il doit être dans la ligne *h*C parallele à AB, si *h*B est à *h*D, comme 3 à 7. Et dans le triligne parabolique ADQ, le centre de gravité sera en Y dans la rencontre des deux lig. ZY parallele à QA, qui coupe QD dans la raison de 3 à 5, & SY qui coupe l'axe AQ dans la raison de 3 à 2.

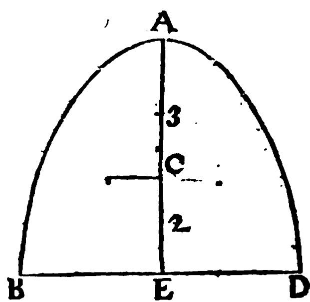


Il est facile à voir, que dans toutes sortes de trilignes où l'on connoît les choses qu'on a supposées dans ceux-cy, le centre de gravité en sera toûjours déterminé par la même méthode.

Pour ce qui est des trilignes qui ne sont pas compris par des lignes droites qui font un angle droit, on ne laissera pas de déterminer les mêmes choses de la même maniere, en faisant les parties du triligne paralleles à

l'un des côtés, & supposant que le levier est incliné à la direction des poids ou des parties pesantes du triligne; car par la seconde proposition leur effort sera toûjours le même sur le levier, & il n'y aura rien de changé dans la démonstration.

Si la figure étoit comprise d'une seule ligne droite & d'une courbe, comme de la parabole BAD & de la ligne droite BD, il faudra la diviser en deux trilignes, par la ligne AE qui sera le diametre des ordonnées dans cette parabole, lesquelles seront paralleles à BD, & l'on trouvera que le centre de gravité de chaque partie sera éloigné de la ligne BD vers A des deux cinquiémes de AE, & les deux parties AED, AEB étant égales, le centre de gravité sera sur la ligne AE au point C, qui coupera aussi en deux également la ligne qui joint les centres de chaque portion prise en particulier.

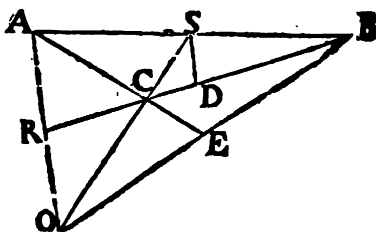


On pourroit trouver plusieurs abregés dans des cas particuliers des differentes especes de trilignes; mais comme je ne me suis pas proposé de donner icy un traité entier des centre de gravité, mais d'expliquer seulement ce qu'on en peut considerer comme les élemens, je ne m'arrêterai pas davantage sur les trilignes, après avoir fait voir la maniere particuliere de trouver le centre de gravité du triangle, qui a de très-grands usages dans la mécanique.

Il est évident que si on applique le triangle ABO au bras d'un levier, par une ligne BR, qui venant d'un angle B partage en deux également au point R le côté opposé AO, toutes les parties du triangle qui seront faites par des paralleles à AO, seront toutes coupées en deux également

ment par le levier BR ; c'est pourquoi les deux parties du triangle BRA, BRO demeureront en équilibre sur le levier BR, & par conséquent le centre de gravité du triangle sera sur la ligne BR.

Semblablement si l'on mene la ligne OS, qui venant de l'angle O coupe en deux également le côté AB en S, le centre de gravité du triangle doit aussi se rencontrer sur cette ligne OS. Mais puisque ce centre doit être sur ces deux lignes BR, OS, il sera necessairement dans leur rencontre C, & je dis qu'il coupera l'une & l'autre dans la raison de 1 à 2.



Du point S aïant mené SD parallele à AO jusqu'à la ligne BR en D, SD sera la moitié de AR ou de RO, puisque BS est la moitié de AB. Mais aussi RO est à SD, comme RC à CD, donc RC sera double de CD. Et puisque BD est égale à RD, à cause que BS est égale à AS, si BR est divisée en 6 parties, RC en sera 2, CD 1 & BD 3, ou bien CB 4 ; & par conséquent RC sera à CB, comme 2 à 4 ou comme 1 à 2.

On démontrera de même que CO est double de CS. Et enfin l'on menoit encore la troisiéme ligne AE qui divisât BO en deux également en E, on démontreroit de même qu'elle passeroit par le point C, & que CE seroit à CA comme 1 à 2 ; car elle rencontreroit BR en un point qui seroit necessairement le point C, puisqu'il la diviseroit dans la raison de 1 à 2.

PROPOSITION LI.

SI deux poids sont suspendus à un levier, ils y feront autant d'effort que si ils y étoient suspendus par leur centre de gravité en les supposant joints ensemble par une ligne droite

sur laquelle soit leur centre de gravité, & les poids demeurant dans la même position que celle où ils étoient dans leur suspension particuliere.

On suppose ordinairement cette proposition dans la mécanique comme une chose incontestable & qui est connuë naturellement. Mais quoique le côté d'un triligne qui est suspendu par son centre de gravité demeure dans la même position avec le bras du levier auquel il est suspendu, que celle qu'il avoit quand il étoit appliqué à ce levier, ce n'est pas à dire pour cela que le triligne doive faire le même effort sur le levier dans ces deux dispositions differentes. Ce sera aussi la même chose si on le suppose attaché au levier par les deux extrémités de son côté, & si on le considere ensuite suspendu à ce même levier par son centre de gravité.

Soit les deux poids considerés comme deux points pesans A & B, dont le centre commun de gravité soit le point C sur la ligne ACB qui les joint tous deux: Je dis que ces deux poids feront autant d'effort sur le levier HB par rapport à l'appui H, si on les imagine suspendus separement en A & en B dans la distance où ils sont l'un de l'autre, que si ils étoient suspendus à ce levier par le point C qui est leur centre commun de gravité sur la ligne AB qui les joint ensemble.

De l'extrémité B du levier HB aïant élevé BM perpendiculaire & égale à HB soit mené HM, & aïant fait AD égale à BC, soit mené les lignes AG, DR, CK paralleles à BM; & des points EKM les lignes EF, GIKL, RM paralleles à HB.

Puisque le point C est le centre de gravité des poids A & B, le poids A sera au poids B comme CB à CA par la troisiéme ou quatriéme proposition, & le point C sera chargé des deux poids. On peut donc considerer la ligne

AD comme le poids A, & la ligne BD comme le poids B. Mais le rectangle ADEF repreſentera le moment du poids A ſuſpendu en A par rapport à l'appui H, car AE eſt égale à AH, & le rectangle BDRM repreſentera le moment du poids B ſuſpendu en B par rapport à l'appui H.

Mais ſi ces deux poids ſont ſuſpendus tous deux enſemble au point C ſur le levier HB, ce qui eſt la même choſe que de les conſiderer ſuſpendus à ce levier par leur centre commun de gravité C, leurs momens ſeront repreſentés par le rectangle ABLG qui eſt fait par les deux lignes DA, DB enſemble & par CK égale à la diſtance CH de la ſuſpenſion des poids à l'appui H du levier.

Je dis maintenant que le rectangle ABLG eſt égal aux deux rectangles enſemble ADFE, DBMR. Car le rectangle ILMR eſt fait de la ligne DB par la ligne LM égale à CB; & le rectangle EFIG eſt fait de la ligne EG égale à BD & de la ligne AD égale à CB, ces deux rectangles FG, IM étant donc égaux, le ſeul rectangle AL ſera égal aux deux enſemble DM, DE; & par conſéquent les momens des poids A & B ſuſpendus ſeparement ſeront égaux aux momens de ces mêmes poids ſuſpendus enſemble au point C, & leurs efforts ſeront égaux : ce qu'il falloit démontrer.

Ce ſera la même démonſtration ſi le point d'appui H eſt ſur AB d'un côté ou d'autre du point C.

Ce ſera auſſi la même choſe ſi les deux points peſans ſont

O & P dont le point N sur la ligne OP soit le centre commun de gravité; car ces points pesants O & P peuvent être supposés en A & en B sur leurs lignes de direction, & leur centre de gravité N se trouvera aussi en C, car il y aura toûjours même raison de CB à CA, que de NP à NO, à cause des paralleles OA, NC, PB : & par consequent les poids O & P suspendus au levier en A & en B y feront autant d'effort par rapport à l'appui H, que si ils y étoient suspendus en C par leur centre de gravité N.

PROPOSITION LII.

SOIT *le levier QEF ou droit ou angulaire & attaché par sa partie EF en E & en F au levier droit AHF lequel est perpendiculaire à la direction des poids, & dont l'appui est en H:*

Je dis que si l'on applique un poids P à l'extrémité Q du levier QEF, il fera autant d'effort sur le levier AHF, que si il y étoit appliqué immediatement au point R où la ligne de direction du poids P le rencontre.

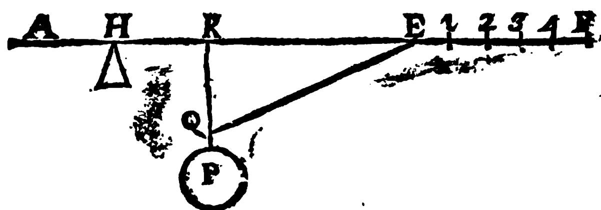
Puisque le levier QEF est arrêté en E & en F, nous pouvons considerer que son appui est au point E, & par la troisiéme ou quatriéme proposition l'effort du poids P sur le point F sera à sa pesanteur absoluë, comme ER à EF; car ER sera la perpendiculaire menée de l'appui E sur la direction QR du poids P; & l'appui E portera ces deux efforts.

Mais maintenant au lieu du poids P suspendu au bras EQ de son levier, nous pouvons considerer seulement ses deux efforts en E & en F sur le levier AF, dont celui qui se fait en F éleve ce point selon la direction des poids avec une puissance mesurée par ER, en posant EF pour la mesure du poids P, comme on vient de le démontrer. Mais aussi l'effort du même poids P au point E sera mesuré par

toute la ligne RF avec la même direction perpendiculaire à AF ; & ces deux efforts agissant en sens contraire en F & en E sur le levier AF il faudra prendre leur difference.

C'est pourquoi le moment de l'effort du poids P au point E par rapport à l'appui H sera le produit ou le rectangle de HE longueur du bras par RF, & le moment de ce même poids au point F sera le rectangle de HF par ER, en supposant comme on a fait EF pour la mesure du poids P.

Mais le moment où le rectangle HE, RF est égal au rectangle HE, ER, avec le rectangle HE, EF, & le rectangle où le moment HF, ER est égal au rectangle HE, ER avec le rectangle EF, ER ; la difference de ces momens sera donc celle des rectangles HE, EF & EF, ER qui est le rectangle HR, EF, & qui sera aussi le moment du poids P mesuré par EF quand il sera appliqué en R aïant HR pour longueur de son bras : ce qu'il falloit démontrer.



Ce sera encore la même démonstration si le point R tombe au-delà de H vers A.

On pourra pour rendre cette démonstration plus facile & plus simple appliquer des nombres aux parties EF, ER du levier, comme si l'on supposoit que EF fût le quart de ER.

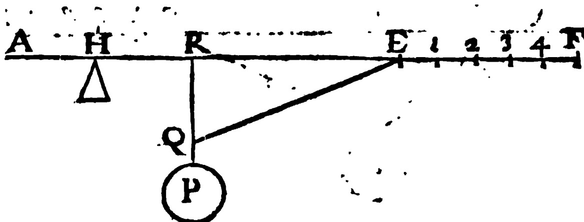
Consequence.

On voit par cette démonstration que le point R du levier AF sera toûjours chargé de la pesanteur absoluë du poids P de quelle grandeur que soit EF ; car quand EF seroit égale ou plus grande que ER, ce sera toûjours la même chose que si elle n'étoit que la miliéme partie de ER.

PROPOSITION LIII.

Si l'on suppose maintenant que le bras EF du levier QEF est arrêté ou attaché par quel nombre de liens on voudra à la partie EF du levier AHF; le poids P suspendu à l'extrémité Q du levier QEF fera toûjours le même effort sur le levier AHF, que si il y étoit suspendu en R dans sa ligne de direction QR.

Que le bras EF du levier QEF soit attaché au levier AF par les points E & F, & dans toutes les divisions 1, 2, 3, 4, &c. Puisque le poids P agit sur tous les points 1, 2, 3, 4, &c. F tout à la fois en s'appuïant sur l'appui E, il doit y distribuer son effort par rapport à la distance de ces points jusqu'à l'appui E: si l'on divise donc le poids P également dans le nombre des parties de EF, soit qu'elles



soient égales entr'elles ou non, il s'ensuit que si chacune de ces parties est multipliée par ER, qui est la distance depuis l'appui E du levier QEF jusqu'à la direction des poids QR, ces produits étant égaux, leurs momens seront égaux puisqu'ils sont égaux aux produits.

Mais puisque le poids P doit distribuer son effort à tous les liens qui l'attachent à EF par rapport à leur distance du point E, afin qu'ils lui resistent également, il faut que les momens de tous ces liens, ou des puissances qu'on peut imaginer à leur place soient aussi égaux aux momens des parties du poids par la distance ER: mais toutes les parties

du poids P étant appliquées ou suspenduës au point R du levier AHF, y auront des momens égaux à ceux des mêmes parties du poids suspenduës en Q, & égaux aussi aux momens des liens ou des puissances qu'on peut leur substituer, comme on l'a démontré dans la précédente proposition: c'est pourquoi toutes les parties du poids P, ou tout le poids, ce qui est la même chose, lequel est suspendu en Q sur le levier QEF, qui tient par les liens E 1, 2, 3, 4, &c. F au levier AHF, fera autant d'effort sur ce levier AHF que si il y étoit suspendu en R: ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Le nombre des liens n'étant point déterminé dans la démonstration précédente, on en peut supposer un nombre indéfini; ce qui est la même chose que de supposer le levier QEF joint immediatement au levier AHF par sa partie EF.

Il s'ensuivra aussi la même chose si l'on considere un levier replié AHEQ dont l'angle HEQ ne peut pas changer. Car ce levier plié en E fait le même effet que les deux leviers HEF, QEF qui ont la partie EF commune, puisque cette partie commune peut être supposée si petite qu'on voudra, comme on l'a remarqué dans la précédente proposition. Il n'est pas necessaire non plus que ce levier replié fasse un angle, puisque la figure du pli ne fait rien à l'effet, pourvû que les deux parties soient jointes ensemble. On auroit pû supposer que du point H on a mené une ligne droite jusqu'au point Q qui feroit le bras du levier angulaire AHQ lequel porteroit à son extrémité le poids P, & alors il seroit évident que le poids P feroit le même effet que si il étoit suspendu en R au levier droit AHR. Mais comme cette supposition peut avoir quelque difficulté à cause qu'on voit seulement que l'effort du poids

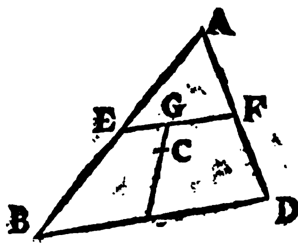
P se fait en EF sur le levier droit AHEF, j'ay crû que je devois démontrer cette proposition sans supposer le levier HQ.

Ce sera aussi toûjours la même démonstration quand le point R se trouvera vers A de l'autre côté de l'appui H.

PROPOSITION LIV.

COMMENT *on peut trouver le centre de gravité des lignes, des superficies, & des solides réguliers.*

On suppose toûjours les lignes également pesantes dans toutes leurs parties; c'est pourquoi si elles sont droites leur centre de gravité sera au milieu, & si il y en a plusieurs jointes ensemble ou séparées, on en trouvera le centre de gravité comme de differens points pesans en les supposant réduites chacune à part à leur centre de gravité. Par exemple si l'on demande le centre de gravité de la circonférence du triangle ABD, on regardera chaque côté comme étant réduit à son centre de gravité EIF. Aïant donc tiré la ligne EF on la divisera au point G dans la raison réciproque des grandeurs des lignes AB, AD qui est aussi le rapport des pesanteurs des points E & F, & le point G sera le centre de gravité des deux côtés AB, AD, qu'on doit considerer comme étant chargé du poids de ces deux lignes. Ensuite on menera GI que l'on divisera en C dans la raison reciproque de la pesanteur ou de la charge du point G, & de celle du point I, c'est-à-dire que GC sera à CI, comme la ligne BD à la somme des deux lignes AB, AD.



Pour les lignes courbes il faut chercher les momens de toutes leurs parties par rapport à quelque ligne droite qu'on

considerera comme un levier, & prendre sur ce levier le point qui donnera des momens égaux des parties de la ligne d'un côté & d'autre ; & chercher encore la même chose sur la perpendiculaire menée par ce point du levier, & le point de cette ligne sera le centre de gravité.

Les superficies courbes qui sont regulieres ont toûjours leur centre de gravité dans la ligne qui passe au milieu ; c'est pourquoi il ne faut plus que trouver une autre ligne ou un plan qui divise également les momens des parties de cette superficie, & leur rencontre sera le centre de gravité de la superficie : par exemple,

Si l'on veut avoir le centre de gravité de la superficie du cone droit ABD qui est formé par le triangle rectangle ABE en tournant sur son côté AE. (*Voïez la Fig. suivant.*).

Il est premierement évident que si on éleve sur AB la ligne BF égale à la circonférence du cercle dont BE est le raïon, & qu'on tire AF, toutes les lignes comme GH menées des points G du côté AB du triangle ABE, & paralleles à BF, seront égales à tous les cercles qui seront formés sur la superficie du cone par les points G de l'hypoteneuse du triangle rectangle AEB ; c'est pourquoi tous les quadrilateres comme BGHF du triangle ABF seront égaux à tous les anneaux de la superficie du cone ; & par conséquent tout le triangle ABF sera égal à la superficie du cone, & chaque partie comme LBFI sera égale à sa partie correspondante LBDM de la superficie du cone. Il est donc évident que le centre de gravité K de la superficie du cone sera à même distance de sa base BD, que le centre de gravité du triangle ABF l'est de la sienne BF. Mais par la cinquantiéme proposition, le centre de gravité dans le triangle est éloigné de la base du tiers de la distance de la base au sommet ; donc le centre de gravité K de la superficie du cone sera au tiers EK de la distance EA de la base au sommet.

Mais à cause de la regularité de cette superficie conique, il est évident que le centre de gravité doit être au milieu de chaque anneau de sa superficie, c'est-àdire dans l'axe AE du cone : c'est pourquoi le centre de gravité K de la superficie conique sera déterminé sur l'axe AE au point K qui le divise dans la raison de 1 à 2, KE étant 1, & KA 2.

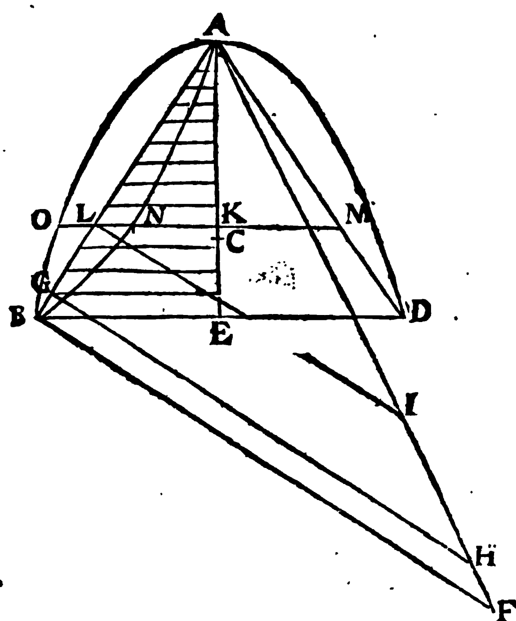
Maintenant pour trouver le centre de gravité des solides, il les faut réduire à des superficies qui gardent le rapport des momens de leurs parties, & chercher ensuite le centre de gravité de ces superficies par le moïen des trilignes, comme on a enseigné dans la proposition cinquantiéme. Par exemple,

Si l'on veut avoir le centre de gravité du cone AB formé comme on l'a fait cy-devant. Il faut d'abord considerer qu'il est divisé en parties indéfiniment petites par des plans paralleles au plan de sa base, & que tous ces petits solides seront entr'eux comme les cercles qui les comprennent, c'est-à-dire comme les quarrés des raïons de ces cercles, puisqu'ils gardent entr'eux la même proportion que les cercles.

Mais si sur chaque division comme LK on prend KN, ensorte qu'il y ait toûjours même raison du quarré de BE au quarré de LK, que de la ligne BE à la ligne KN, il est évident que la superficie du triligne AEBN representera le solide du cone, puisque toutes les parties du triligne auront entr'elles même raison que les parties du solide qui leurs répondent. Mais ce triligne est formé par la parabole AND qui a son sommet en A, puisqu'il y a même raison de AE à AK, que de BE à LK, & que le quarré de AE sera au quarré de AK, comme BE à KN.

Il ne faut donc plus que trouver le centre de gravité du triligne parabolique AEBN, ou bien seulement il faut trouver le point C sur la ligne AE, qui étant considerée

comme un levier, le point C sera la suspension du triligne par son centre de gravité. Mais nous avons vû dans la cinquantiéme proposition, que le point C doit diviser la ligne AE ensorte que CE soit à CA comme 1 à 3. Et puisque chaque partie du cone doit aussi avoir son centre de gravité dans l'axe AE, à cause de la régularité de la figure, il s'ensuit que le centre de gravité du cone sera sur l'axe AE, & le divisera dans la raison de 1 à 3.



Par la même méthode si l'on veut avoir le centre de gravité du conoïde parabolique ABD qui est formé par la demi-parabole AOBE en tournant sur son axe AE, on reduira toutes les parties solides de ce conoïde à des plans de même hauteur, qui doivent garder entr'eux la proportion des ordonnées dans le triangle ABE. Car dans la parabole le quarré d'une ordonnée BE étant au quarré d'une

ordonnée OK, comme les parties de l'axe AE à AK, ou celles qui ont même raison BE & KL; & les parties du conoïde étant entr'elles comme les quarrés des diametres au demi-diamettres KO de leurs cercles, ces parties du conoïde feront entr'elles comme celles du triangle ABE qui leur répondent. Ainsi le centre de gravité des parties du triangle étant au tiers de sa hauteur, & le centre de gravité des parties du conoïde étant encore dans l'axe AE du conoïde, il s'ensuit que le centre de gravité du conoïde sera au point K de son axe qui le divise ensorte que KE soit à KA, comme 1 à 2.

PROPOSITION LV.

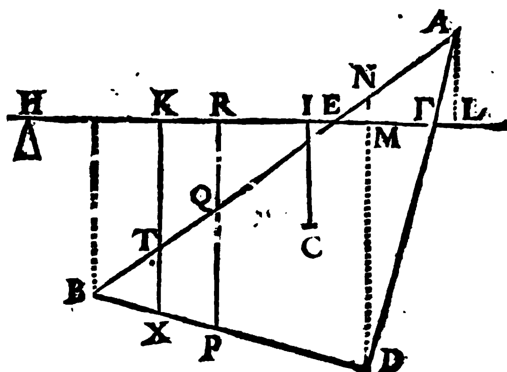
LES *trilignes étant appliqués comme on voudra à un levier, il y feront autant d'effort que si ils y étoient suspendus par leur centre de gravité.*

Soit le triligne ABD appliqué ou attaché par la ligne ou par les points EF, au levier HL, qu'on suppose perpendiculaire à la direction des poids : je dis que ce triligne fera autant d'effort sur ce levier par rapport à quelque appui H, que si il y étoit suspendu en I par son centre de gravité C.

Tout le triligne ABD, étant divisé en parties indéfiniment petites par des lignes comme PQ paralleles à la direction des poids & à CI, qui est la ligne d'où le triligne est suspendu par son centre de gravité C, si l'on prolonge toutes les lignes de la division du triligne jusqu'au levier HL, comme PQ en R, toutes ses parties comme PQ d'un côté de la ligne IC seront en équilibre avec toutes les parties comme ND de l'autre côté. Mais si l'on compare deux parties de ce triligne PQ, TX telles qu'on voudra comme deux poids suspendus separement aux points RK du levier, par les cinquante-uniéme & cinquante-troisiéme

propositions, ils y feront autant d'effort que si ils y étoient tous deux ensemble suspendus par leur centre commun de gravité.

Et si ce centre de gravité est consideré maintenant comme un poids pesant autant que les deux parties ensemble QP, TX, & qu'on le compare à une autre partie ND du triligne suspenduë aussi au levier en M, ils feront autant d'effort sur ce levier étant suspendus séparement que si ils étoient suspendus dans leur centre commun de gravité dans lequel ils seroient réünis. Enfin si l'on poursuit toûjours de même en comparant le dernier centre de gravité avec une nouvelle partie, on épuisera toutes les parties du triligne, & l'on trouvera nécessairement que le centre de gravité de la somme de toutes les parties sera suspendu en I, c'est pourquoi toutes les parties du triligne suspenduës séparement au levier HL y feront autant d'effort que si elles y étoient suspenduës toutes ensemble dans leur centre commun de gravité C qui est celui du triligne, ce qu'il falloit démontrer.

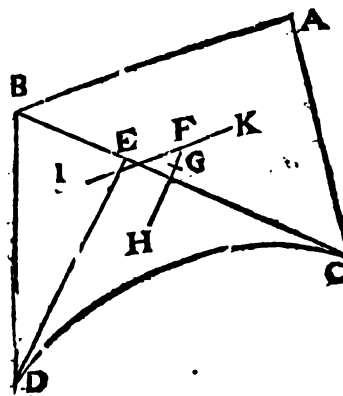


PROPOSITION LVI.

COMMENT *on peut trouver le centre de gravité des figures irregulieres.*

On peut trouver le centre de gravité de toutes sortes de figures en les séparant en d'autres figures dont on puisse

connoître les centres de gravité en particulier, comme de la figure plane ABCD, de laquelle on retranchera le triligne mixte DEC dont on peut connoître le centre de gravité H par la 50e. proposition, & l'on divisera le reste en triangles comme ABC, DBE dont on sçait aussi les centres de gravité I & K. Car aïant joint deux de ces centres de gravité comme IK par la ligne IK, on la divisera en F dans la raison reciproque des triangles, & ce point F sera le centre de gravité commun des deux triangles. Mais ces deux triangles faisant autant d'effort étant suspendus en I & en K sur la ligne IK considerée comme un levier auquel ils sont appliqués que si ils y étoient suspendus par le point F par la précédente proposition, on menera HF que l'on divisera en G dans la raison reciproque des deux triangles ABC, BED ensemble comme suspendus en F & du triligne DCE suspendu en H, & le point G sera le centre de gravité de toute la figure.



Car on pourra considerer les deux triangles joints ensemble & appliqués au levier HF sur lequel ils doivent faire autant d'effort par rapport à l'appui G que si ils y étoient suspendus par leur centre de gravité F; & de même le triligne EDC étant aussi consideré comme appliqué au même levier FH, il y fera autant d'effort par rapport à l'appui G, que si il y étoit suspendu par son centre de gravité H: c'est pourquoi les trois parties de la figure feront autant d'effort sur la ligne ou levier HF auquel on peut les considerer comme appliquées par rapport au point G, que si elles étoient suspenduës au même levier HF. Mais

nous avons démontré que lors qu'elles y sont suspenduës elles sont en équilibre sur le point G, elles seront donc en équilibre sur ce point G étant considerées comme appliquées au levier HF, c'est pourquoi le point G sera le centre de gravité de la figure.

PROPOSITION. LVII.

LES *lignes, les superficies & les solides étant appliqués comme on voudra à un levier, ils y feront autant d'effort que si ils y étoient suspendus par leur centre de gravité.* (Voïez la figure page 125.)

Cette proposition est évidente par les cinquante-uniéme & cinquante-troisiéme propositions, puisque toutes les parties de la ligne, de la superficie ou du solide proposé étant chacune suspenduë au levier par leur centre de gravité, doivent avoir leurs momens égaux étant pris tous ensemble, à celui de ces mêmes parties jointes ensemble dans leur centre de gravité commun, ce qu'on démontre en comparant deux de ces parties l'une à l'autre, & ensuite leur centre de gravité avec une troisiéme, & le centre de gravité de ces trois parties avec une quatriéme, & ainsi de suite jusqu'à la derniere, comme on l'a expliqué dans la proposition précédente.

On a supposé dans la cinquante-cinquiéme proposition, que les superficies des trilignes étoient placées sur un plan qui passant par le levier étoit étendu selon la direction des poids, & cela ne peut être autrement dans les superficies planes quand leur centre de gravité n'est pas sur le levier : car puisqu'une partie du plan est appliquée au levier, c'est à-dire que la ligne du levier est sur le plan, & celle qui va d'un point du levier à son centre de gravité par où la superficie est suspenduë, ne sçauroit être hors la superficie. On doit entendre la même chose des ligne droites.

Mais si leur centre de gravité est sur le levier, & que le plan de la figure ne passe pas par une ligne de direction des poids qui vient de quelque point du levier qu'on suppose toûjours perpendiculaire à la direction des poids, il faudra imaginer qu'il y a un plan qui passe par le levier & qui est selon la direction des poids; & puisque toutes les parties de la figure étant supposées indéfiniment petites, doivent être en équilibre les unes à l'égard des autres des deux côtés de ce plan qui passe par le centre de gravité de la figure, il est évident que si l'on compare une des parties d'un côté de ce plan avec un autre partie de l'autre côté qui ait un moment égal à l'autre, leur centre commun de gravité sera dans le plan, & l'on pourra considerer ce centre comme chargé des deux parties. Mais comme ce sera la même chose de toutes les parties de la figure d'un côté & d'autre de ce plan, toute la figure sera reduite en points pesans qui seront dans ce plan qui passera par le levier, & qui sera selon la direction des poids; c'est pourquoi par les cinquante-uniéme & cinquante-troisiéme propositions en prenant tous ces points pesans deux à deux, ils doivent faire autant d'effort sur le levier HF, que dans leurs centres commun de gravité, & prenant encore les centres de gravité comme des points pesans, on viendra à la fin au seul point C qui sera sur le levier le centre de gravité de toute la figure, ce qui fait voir que les parties de la figures prises separement & considerées comme appliquées au levier, y feront autant d'effort par rapport à quelque appui H, que si elles étoient toutes ensemble suspenduës dans le point C auquel on les a réduites, & qui est le centre de gravité commun de toutes les parties de la figure, & par consequent de la figure.

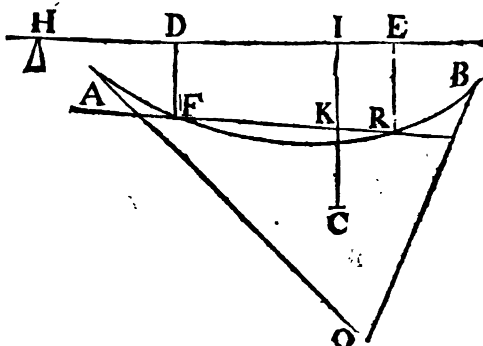
Il est facile à voir que cette démonstration peut convenir aux lignes droites qui sont appliquées ou attachées par leur centre de gravité au levier dans quelque inclinaison que

que ce soit, & aux lignes & aux superficies courbes, & enfin aux solides.

PROPOSITION LVIII.

Si une ligne ou une figure ABO est suspenduë en D & en E à un levier HE, par deux de ses points FB tels qu'on voudra; Je dis qu'elle fera autant d'effort sur ce levier par rapport à l'appui H du levier, que si elle y étoit suspenduë en I par son centre de gravité C.

On peut considerer la figure ABO, comme si elle étoit suspenduë & appliquée à un levier FR qui passe par les points F & R. Et par la cinquante-septiéme proposition toute la figure fera autant d'effort sur le levier FR par rapport à un point comme K, que si elle étoit suspenduë à ce levier par son centre de gravité C. Mais si le point K est la rencontre de la direction IC du centre de gravité C de la figure, elle fera tout son effort au point K. Enfin le levier FR étant chargé à son point K de toute la figure, & ce levier étant soûtenu en F & en R par deux puissances DE, toute la pesanteur de la figure doit se partager à ces deux puissances selon les distances KR, KF prises reciproquement par la troisiéme ou quatriéme proposition, c'est-à-dire que la puissance E sera à la puissance D, comme KF à KR, & les deux puissances ensemble doivent être égales à celle de la figure ou à sa pesanteur.



Il s'ensuit donc de-là que la figure étant suspenduë au

levier HE en D & en E, elle y partage sa pesanteur selon les lignes KF, KR, ou ce qui est la même chose dans la raison des lignes ID, IE. On peut donc considerer les deux points D & E comme étant chargés de deux poids qui sont ensemble égaux à celui de la figure, & qui sont entr'eux comme IE à ID. Mais par la cinquante-uniéme proposition, ces deux poids où toute la figure fera autant d'effort sur le levier HE par rapport à son appui H, que si elle étoit suspenduë en I par son centre de gravité C; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION LIX.

Si le levier n'est pas perpendiculaire à la direction des poids, comme on l'a supposé dans les propositions précédentes qui regardent les centres de gravité, on pourra toûjours le reduire à un autre qui y sera perpendiculaire, & qui sera sur le même plan qui passant par le levier est posé selon la direction des poids.

Cette proposition est évidente, car tout ce qu'on a expliqué des leviers perpendiculaires à la direction des poids convient aussi aux autres, puisque les directions paralleles couperont de ces deux leviers des parties qui seront toutes entr'elles en même raison; & l'effort des poids étant supposé le même dans une même ligne de direction, il sera aussi grand pour le levier incliné, que pour le levier perpendiculaire.

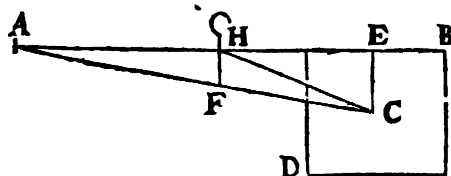
Il me reste maintenant à expliquer les effets des figures appliquées au levier quand leur centre de gravité n'est pas placé sur le levier.

PROPOSITION LX.

Si une figure est appliquée à un levier droit ensorte que le centre de gravité de la figure ne soit pas dans le levier ; ce levier droit se reduit à un levier angulaire.

Soit le levier droit AHB dont l'appui est en H, & la figure BD appliquée à l'un des bras de ce levier, ensorte que son centre de gravité C ne soit pas sur le levier AHB ; Je dis que ce levier droit se reduit au levier angulaire AHC, & qu'il en a toutes les proprietés.

Car puisque le point C est le centre de gravité de la figure, on la peut considerer toute reduite dans ce point, dont la disposition ne peut pas changer à l'égard du levier auquel il est appliqué par le moïen de l'étenduë de la figure. C'est pourquoi s'il y a équilibre entre un poids A & la figure BD sur l'appui H, il faudra que la figure soit au poids comme la distance HA à la distance HE, le point E étant la rencontre de la ligne CE, qui est la direction du centre C comme un point pesant. Mais si ce levier change de position en tournant sur son appui H, il n'y aura plus d'équilibre entre la figure & le poids A : car par la vingtiéme proposition si l'on mene AC, & que HF soit une ligne parallele à la direction des poids, laquelle soit menée par l'appui H, le point F sera le centre de gravité commun de la figure BD, & du poids A ; c'est pourquoi si le levier change de disposition sur l'appui H, il n'y aura plus d'équilibre.



Maintenant si l'appui H est à l'une des extrémités du levier AH, & que la figure PD soit placée entre l'appui H

& la puissance en A, dont on suppose la direction parallele à celle des poids, & que la figure soit au dessous du levier, il est évident que ce levier droit AH pourra aussi être reduit à un levier angulaire ACH. Mais dans la position AH du levier qui est perpendiculaire à la direction des poids, la puissance en A doit être au poids de la figure comme HE à HA, pour faire équilibre par la troisiéme ou quatriéme proposition, car CE est la direction du centre C.

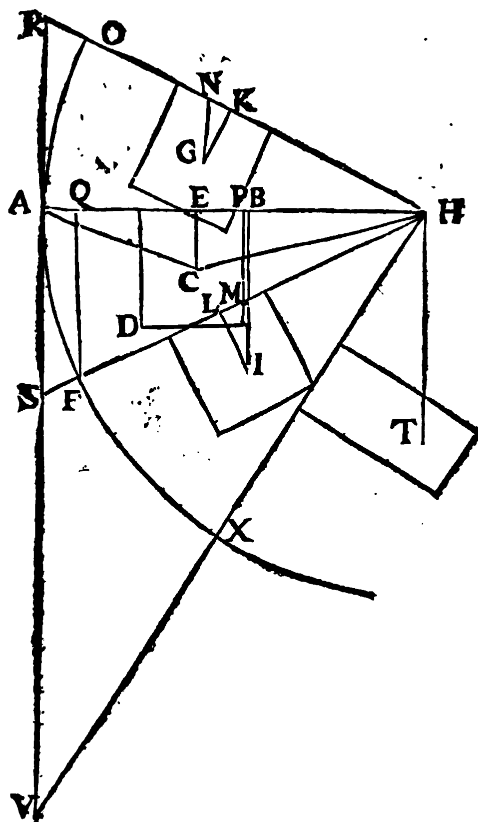
Maintenant si le levier est au dessous de HA, comme dans la position HF, & que IM soit la direction du centre de gravité I de la figure, la puissance appliquée en F avec sa direction parallele à celle des poids, sera au poids de la figure dans le cas de l'équilibre, comme HM à HF par la troisiéme ou quatriéme proposition; car alors toute la figure doit être considerée comme suspenduë en M au levier HF, ou en B au levier HA, & la puissance en Q, & HM est à HF, comme HB à HQ.

De même le levier étant placé en HO au dessus de HA, & GN étant la direction du centre G de la figure, la puissance appliquée en O dans le cas de l'équilibre doit être à la pesanteur de la figure, comme HN à HO ou HA.

Il est donc évident que si le levier est au dessous de HA, la puissance en F doit être moindre que celle qui étoit en A, & au contraire si le levier est au dessus, la puissance en O doit être plus grande que la puissance en A.

Je dis maintenant que dans toutes les inclinaisons du levier au dessous & au dessus de HA, la mesure de la diminution ou de l'augmentation de la puissance A, sera la grandeur de la tangente de l'angle de l'inclinaison du levier comme AHF ou AHO, par rapport à HA prise comme raïon: mais la grandeur qui representera la puissance sera AV qu'on trouvera en faisant comme CE à EH, ainsi HA à AV.

Par exemple, le levier étant en HF, la puissance appliquée en F pour soûtenir le centre de gravité du poids placé en I, sera à la puissance qui est appliquée en A, comme



HM à HE ou HL son égale, & la diminution sera marquée par LM. Mais le triangle ILM est semblable au triangle HAS dans lequel AS est la tangente de l'angle AHS en posant HA pour raïon.

De même pour l'augmentation quand le levier est placé au dessus de HA, comme en HO où KN est l'augmen-

tation de la puiſſance appliquée en O par deſſus celle qui étoit en A; & HA ſera à AR touchante de l'angle AHO, comme GK ou CE à KN.

Mais il faut remarquer que la diminution de la puiſſance ne peut aller que juſqu'à la quantité de la puiſſance, ce qui arrivera quand le levier ſera comme en HX où la direction par le centre de gravité T de la figure tombera au point H, & alors tout le poids de la figure ſera ſoutenu ſur l'appui H & la puiſſance ſera nulle, & l'on pourra regarder la tangente AV de cet angle comme la puiſſance en A pour lui comparer les autres, ou bien ſi l'on prend le point V pour un terme on aura toutes les lignes VS, VA, VR, &c. qui exprimeront le rapport des puiſſances qui doivent être appliquées aux extrémités du levier dans ſes differentes poſitions au deſſous ou au deſſus de HA, en poſant VA pour la grandeur de la puiſſance qui doit être appliquée en A: ce qui eſt facile à voir.

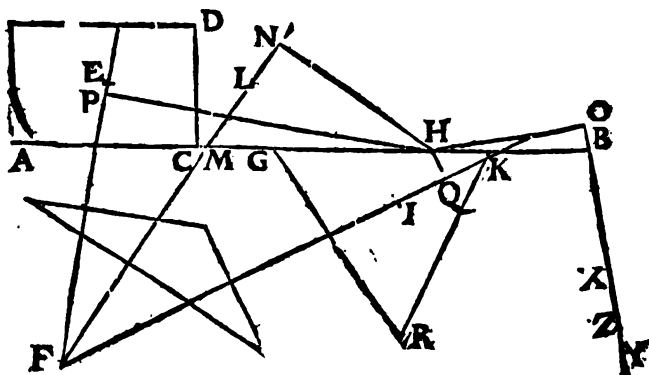
Il s'enſuit auſſi delà, que lorſque le levier ſera dans la ligne de direction des poids qui paſſe par l'appuiH, il ſera parallele aux touchantes VR, & il ne rencontrera plus la ligne VA, c'eſt pourquoi dans ce cas la puiſſance devroit être infinie pour ſoûtenir le poids de la figure, quelque petit qu'il fût.

Ce que l'on vient d'expliquer pour la figure PD quand elle a ſon centre de gravité au deſſous du levier AH, ſe doit entendre de même quand il eſt au deſſus, en remarquant ſeulement que le point V qui eſt le terme de la grandeur des puiſſances ſera placé au deſſus du levier AH perpendiculaire à la direction des poids, & que les parties VS, VA, VR juſqu'à l'infini iront de haut en bas, ce qui n'a pas beſoin de plus grande explication, puiſque c'eſt la même choſe que dans le cas précédent.

PROPOSITION. LXI.

PLUSIEURS figures étant appliquées comme on voudra à un levier avec des directions données, trouver la puissance qui fasse équilibre avec les figures, & qui soit appliquée à un point donné de ce levier avec une direction donnée.

Soit le levier droit AB qui a son appui en H ; & que la figure AD soit appliquée en AC au levier, & qu'elle ait son centre de gravité en E au dessus de ce levier avec la direction donnée EF. De plus soit aussi donné la figure GKR appliquée au même levier en GK, laquelle ait son centre de gravité en I, & dont la direction soit IF. Enfin soit donné le point B auquel il faut appliquer la puissance X avec la direction XB ensorte qu'il y ait équilibre entre cette puissance & les figures appliquées au levier.



Puisque les points E & I sont les centres de gravité des figures, & qu'elles sont jointes ensemble par le levier, on les peut considerer comme une seule figure dont on trouvera la direction de son centre de gravité, c'est-à-dire la ligne FL qui sera la direction d'une puissance qui soutien-

dra les deux figures avec leurs directions par la trentiéme proposition ; car le point F peut être consideré comme celui contre lequel les deux puissances agissent.

Mais cette puissance qui agit selon FL & qui rencontre le levier en M, peut être considerée comme étant appliquée au levier en M, puisqu'elle doit agir avec une égale force dans toute sa ligne de direction ; c'est pourquoi on aura reduit l'effort des deux figures AD, GKR à un seul avec sa direction particuliere FM, LN.

Maintenant si de l'appui H on mene les perpendiculaires HN, HO sur les directions données FMN, XBO, & si l'on fait comme HO à HN, ainsi la puissance trouvée qui soutient les deux figures, à la puissance X, il est certain par la neuviéme proposition que la puissance X fera équilibre avec celle qui soutient les deux figures, c'est-à-dire avec les deux figures qui agissent suivant leurs directions : ce qu'il falloit faire.

On doit remarquer que ces figures ne doivent être considerées que par rapport à leur grandeur pour déterminer celui de leur puissance, ce qui revient à la même chose que si l'on donnoit les deux points EI arrêtés au levier dans une position immuable, lesquels seroient tirés par deux puissances qui garderoient entr'elles le rapport des figures AD, GKR, suivant les directions EF, IF.

On pourroit aussi trouver la puissance X d'une autre maniere sans reduire les puissances E & I à une moïenne. Car si de l'appui H on mene la perpendiculaire HP sur la direction FE ; & de même si l'on mene la perpendiculaire HQ sur la direction FI ; & que l'on fasse comme HO à HP ainsi la puissance de la figure AD à une autre que j'appelle Z ; & de même comme HO à HQ ainsi la puissance de la figure GKR à une autre que j'appelle Y ; il est évident que ces deux puissances Z & Y prises ensemble si les perpendiculaires HP, HQ sont d'un même côté de H doivent

doivent être égales à X ; mais que ce sera leur difference si elles sont des deux côtés de H. Et si la puissance Z étoit égale à la puissance Y, & que les perpendiculaires fussent des deux côtés de H, la puissance X seroit nulle, c'est-à-dire que les deux puissances en E & I avec leurs directions feroient équilibre sur l'appui H, sans qu'il fût besoin d'une autre puissance X.

Ce que je viens d'expliquer des deux seules puissances appliquées en E & I doit s'entendre de même de quelle quantité que ce soit de puissances & appliquées de quelle maniere & en quels endroits on voudra du levier, soit du même côté ou des deux côtés de l'appui ; car l'on trouvera toûjours la puissance X par les deux manieres que je viens d'expliquer ; en observant que par la premiere il faudra reduire toutes ces puissances à une seule, en les prenant deux à deux jusqu'à la derniere.





DU TREÜIL OU TOUR, ET DES ROUËS DENTEÉS.

Il est fort facile à démontrer que l'augmentation de l'effort de la puissance dans cette machine, ne se fait que par le moïen du levier. Mais c'est une espece de levier qu'on peut appeller *levier sans fin*, puisque dans toutes les differentes positions de la puissance & du poids il y a toûjours même distance jusqu'à l'appui.

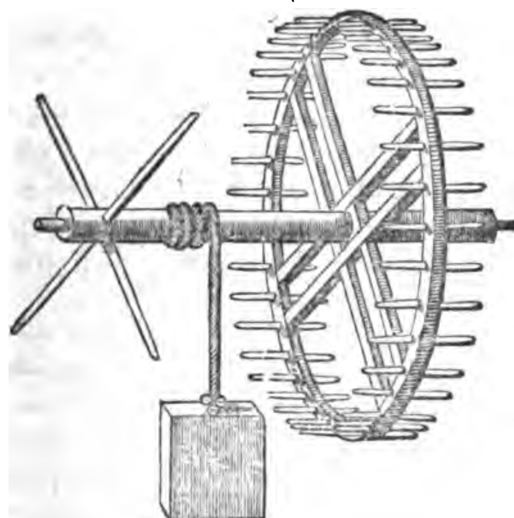
Cette machine a differens noms suivant les differentes applications qu'on en fait. Car lorsque le tour ou rouleau sur lequel la corde s'entortille est posé de niveau, on l'appelle communement Treüil, & l'on applique la puissance qui le fait mouvoir ou aux bras ou aux chevilles de la rouë. Mais lorsque le tour est posé à plomb, comme parlent les ouvriers, ou bien perpendiculaire à l'horizon, on appelle la machine *Vindas*.

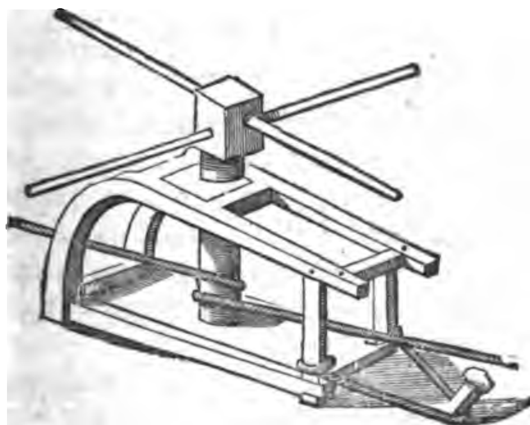
On pourroit croire que le nom de Treüil seroit dérivé du mot *axis in peritrochio*, que les Latins avoient tiré du Grec. Mais pour la machine où le rouleau est horizontal, nous trouvons dans Vitruve que les Latins l'appelloient *Sucula*, & celle où il est à plomb *Ergata*.

Les figures font assés connoître la construction de cette machine, & de quelle maniere on doit s'en servir pour élever ou pour trainer des fardeaux.

On remarquera seulement que le Treüil avec sa rouë s'applique ordinairement aux grues avec lesquelles on éleve les grosses pierres dans les bâtimens, & que le cable est arrêté en quelque endroit du tour sur lequel il s'entor-

tille : mais que ce cable est seulement tortillé un tour ou deux sur le tour du vindas ensorte qu'il n'y puisse pas glisser quand on le retient un peu ferme par l'une de ses extrémités.

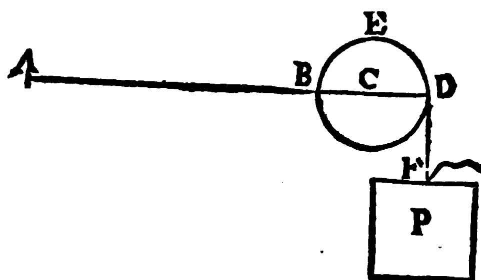




PROPOSITION LXII.

COMMENT *on doit mesurer l'effort de la puissance dans cette machine.*

Le cercle BED represente la grosseur du tour sur lequel la corde s'entortille, & AB la longueur du bras qui est attaché au tour, & qui sert à le mouvoir, ou bien la distance depuis ce tour jusqu'aux cheviles. Le tour est ordinairement soutenu sur une cheville de fer que l'on considere comme son appui & sur lequel il tourne, & si l'on n'a point d'égard à la grosseur de cette cheville ni à la grosseur du cable DF qui passe sur le tour & qui soutient le poids P, & qu'on ne les considere que comme des lignes, il est évident que la corde FD touchant le cercle en un point D, & le bras AB passant par le centre & rencontrant la circonference du cercle en D, dans le cas de l'équilibre



la puissance appliquée en A avec une direction perpendiculaire à AC doit être au poids P, comme le demi diametre CD du tour ou rouleau BED à la longueur AC du bras depuis le centre C du rouleau jusqu'à l'endroit A où agit la puissance par la troisiéme ou quatriéme proposition : car l'aissieu representé par le point C sera l'appui du levier dont les bras seront CD, CA.

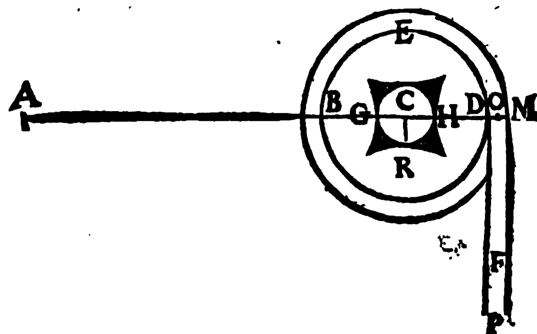
Mais si la puissance appliquée au bras du roüleau n'est pas perpendiculaire au bras, il est facile à voir que la puissance doit être plus grande pour soutenir le poids P. Car puisque la distance perpendiculaire depuis l'appui C

jusqu'à la direction du poids P qui est la ligne FD, & qui doit toucher le cercle en D, demeurera toûjours la même CD, il faudroit que la longueur de l'autre bras CA fût aussi toûjours la même, ce qui ne peut être que lorsque la direction de la puissance sera perpendiculaire à CA, car si elle lui est inclinée de quelque maniere que ce soit, cette perpendiculaire sera toûjours plus courte que CA, & par conséquent il faudroit une puissance plus grande pour soutenir le poids P.

PROPOSITION LXIII.

Il *faut voir maintenant ce qui doit arriver si l'on a égard à la grosseur de la cheville sur laquelle le rouleau ou le tour se meut en tournant.*

Si l'ouverture ou le trou dans lequel la cheville se meut étoit rond, & seulement d'un diametre un peu plus grand que celui de la cheville, il est évident que la circonference de la cheville touchera en beaucoup d'endroits celle du trou, & par conséquent les frottemens seront grands & le mouvement difficile. Mais si cette ouverture est quarrée ou même si elle est faite de portions de cercle, dont la convexité soit tournée au contraire de celle de la cheville, comme on le voit dans la figure, le frottement sera très petit; car si la circonference de la cheville qui ne touchera quasi qu'en un point R celle de l'ouverture, s'échapera facilement.



La ligne CR étant menée du centre C au point touchant R étant perpendiculaire à ACD, il eſt évident que tout le frottement ſera au ſeul point R, puiſque le poids P & la puiſſance A demeurent en équilibre ſur ce point comme ſur le centre C; car ſi du point R comme appui on menoit des perpendiculaires ſur les lignes de direction par A & par D qui ſont perpendiculaires à ACD, elles ſeroient auſſi égales à CA & à CD.

PROPOSITION LXIV.

PLUS *le cable ſera gros & le tour ou le rouleau petit; plus il faudra de force pour mouvoir, ou même pour ſoûtenir le fardeau.* (Voïez la Fig. précédente.)

Si l'on a ſeulement égard à la groſſeur du cable qui ſoit DM, il faudra conſiderer comme un corps qui ſoutient le poids P, & qui eſt appliqué au levier CD prolongé en M. Mais comme ce corps ſoutient le poids P, on peut le conſidérer comme peſant lui-même autant que ce poids ſans avoir égard à ſa peſanteur particuliere qui doit diminuer à meſure que le poids monte. Et comme ſa peſanteur ou ſa charge ſe doit diſtribuer également dans toutes ſes parties, il fera autant d'effort ſur le levier auquel il eſt appliqué, que s'il étoit ſuſpendu par ſon centre de gravité O qui eſt au milieu de DM, par la cinquante-ſeptiéme propoſition. Ainſi le bras CD devient plus long de la moitié du diametre de la corde, qu'on ne l'avoit ſuppoſé dans les propoſitions précédentes; & par conſéquent plus la corde ſera groſſe & plus ce bras ſera grand; c'eſt pourquoi il faudra une puiſſance plus grande en A pour ſoutenir le fardeau P.

Je dis auſſi que ſi le diametre du rouleau eſt petit, il faudra plus de force pour élever le poids que s'il étoit plus gros. Car lorſque le poids s'éleve la corde s'entortille

autour du rouleau, & il est certain qu'elle ne peut s'appliquer autour du rouleau sans que toutes ses parties se ploient, & la difficulté à se ploier sera d'autant plus grande que les plis seront plus grands; mais ils sont plus grands, c'est-à-dire, que les angles sont plus aigus sur un petit rouleau que sur un grand; il y aura donc plus de difficulté à élever le fardeau avec le petit tour ou rouleau qu'avec le grand, supposé que la proportion soit gardée entre la longueur du bras & le raïon ou demi diametre du rouleau.

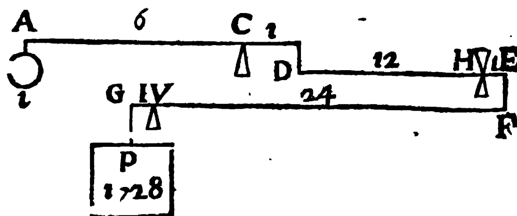
C'est une difficulté dans l'exécution des machines à laquelle il faut avoir égard aussi-bien qu'aux frottemens.

Il faut aussi prendre garde que si la corde ou le cable fait plusieurs tours l'un sur l'autre, elle s'éloigne d'autant plus de l'appui, ce qui augmente encore la difficulté.

PROPOSITION LXV.

L'EFFORT *des machines qui sont composées de rouës dentées, peut se mesurer par des leviers qui se communiquent les uns aux autres.*

Je suppose icy que les rouës dentées font toûjours un même effort les unes sur les autres en se rencontrant avec leurs dents, ce qu'on peut exécuter comme je l'ay démontré dans le traité des Epicycloïdes, & de leur usage dans les Mécaniques que j'ay fait imprimer depuis peu; & quoique les dents ne se rencontrent pas toûjours à égale distance de l'axe de la rouë ou du pignon, on peut toujours le supposer puisqu'elles font le même effort l'une sur l'autre que si elles s'y rencontroient effectivement.



Soit donc AB un levier dont l'appui eſt en C que l'on peut conſiderer comme le diametre d'une roue, enſorte que CA ſoit la diſtance depuis l'aiſſieu marqué par l'appui C juſqu'aux dents, & CB celle depuis le même aiſſieu juſqu'aux dents du pignon de cette roue. Et ſemblablement que DE repreſente le diametre d'une autre roue dont l'appui ſoit en H, & FG auſſi celui de la derniere roue dont l'appui en V.

Si ces roues ſe communiquent en ſe rencontrant en B & D, & en E & F, ce ſera la même choſe que ſi les leviers s'appuïoient par les mêmes points l'un ſur l'autre.

Maintenant que la puiſſance ſoit appliquée en A, & que le poids P qu'elle doit élever ſoit ſoutenu par la corde GP qui eſt tortillée ſur le tour de la derniere, lequel a pour demie diametre VG.

Si la longueur CA eſt égale à ſix fois CB, il eſt évident par la troiſiéme propoſition que le poids d'une livre en A ſoutiendra le poids de ſix livres en B, ou ce qui eſt la même choſe qu'il fera en ce point B un effort égal à celui de ſix livres.

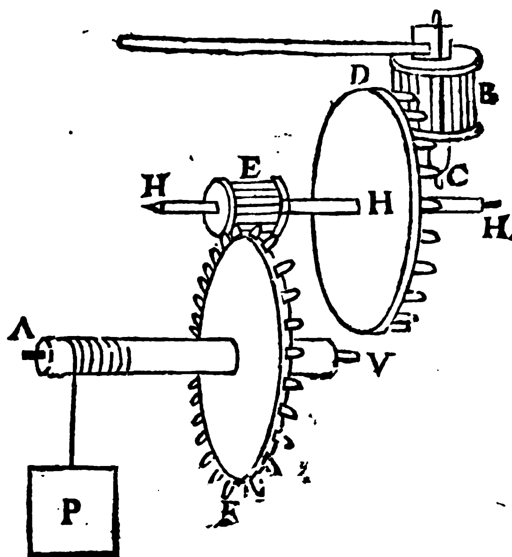
Mais puiſque le point B eſt appliqué ſur le point D du ſecond levier, ſi HD eſt égale à douze fois HE, il s'enſuit auſſi par la même propoſition que l'effort de ſix livres en D lequel il reçoit du poids B, en fera un de 72 livres en E.

Enfin par l'application du point E au point F du troiſiéme levier, ſi VF eſt égal à 24 fois VG, l'effort de 72 livres en F en produira un en G de 1728.

Ainſi l'effort d'une livre en A peut ſoutenir en G un poids de 1728 livres.

On n'a point d'égard aux frottemens, & il n'eſt pas auſſi néceſſaire de les conſiderer dans l'état de l'équilibre, puiſqu'ils doivent plûtôt aider à ſoutenir les pois en équilibre qu'à détruire l'équilibre, car il eſt certain dant cet exemple

exemple que le poids d'une livre en A en pourroit soutenir un en G bien plus grand que 1728 livres, à cause que celui-cy auroit besoin d'une augmentation considerable pour vaincre les frottemens des dents des rouës l'une contre l'autre & des pivots dans leurs trous. De même le poids de plusieurs livres en A resteroit encore en équilibre avec le poids de 1728. en G. C'est pourquoi il faudroit une force beaucoup plus grande que celle d'une livre en A pour élever 1728 en G, puisqu'il faudroit qu'elle pût surmonter tous les frottemens. On peut voir dans cette figure l'assemblage de plusieurs rouës les unes avec les autres pour connoître comment les dents des rouës s'engrennent dans celles des pignons, ou dans les fuseaux des lanternes qui font le même effet que les pignons.



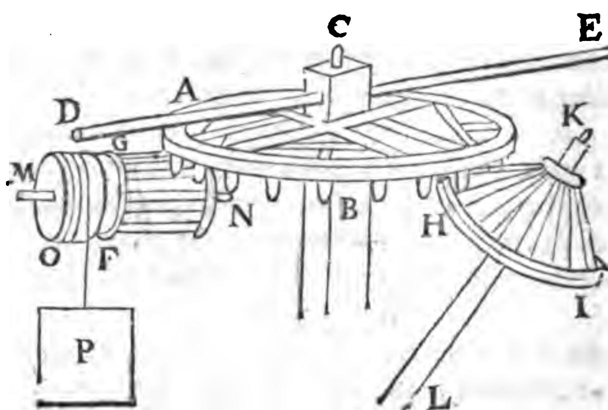
PROPOSITION LXVI.

ON *peut changer la direction des mouvemens par le moïen des rouës dentées.*

Soit la rouë AB qui se meut sur son pivot vertical C & qui a ses dents posées perpendiculairement sur le plan de la rouë.

Si l'on fait mouvoir cette rouë AB horizontalement par

le moïen des bras DE, & que ses dents rencontrent & s'engrennent dans les fuseaux de la lanterne GF qui se meut sur son pivot horizontal MN, il est évident que le mouvement horizontal de la puissance appliquée aux bras DE sera changé en un mouvement vertical autour du pivot ou de l'arbre MN de la lanterne. Ainsi par le moïen d'un mouvement horizontal on élevera le poids P dont la corde s'entortillera sur le rouleau O, qui a son aissieu MN commun avec celui de la lanterne FG.



Mais si au lieu de la lanterne FG dont les fuseaux sont paralleles à l'aissieu, on en construit une autre comme HI dont les fuseaux sont inclinés à l'arbre KL dans quel angle on voudra, il est évident que le mouvement horizontal de la puissance appliquée aux bras de la roüe sera changé en un mouvement incliné à celui-cy dans quel angle on voudra autour de l'arbre KL.

On remarquera seulement qu'il faut que les fuseaux de la lanterne HI, lesquels rencontrent les dents de la roüe ou roüet AB, se trouvent placés horizontalement dans

cette rencontre, afin qu'ils s'y appliquent de la même maniere que si cette lanterne étoit semblable à l'autre GF. Ces changemens de directions dans les mouvemens peuvent avoir de très-grands usages dans les machines.

PROPOSITION LXVII.

DESCRIPTION *du moulin à vent, avec le calcul de l'effort du vent sur les volans ou aîles.*

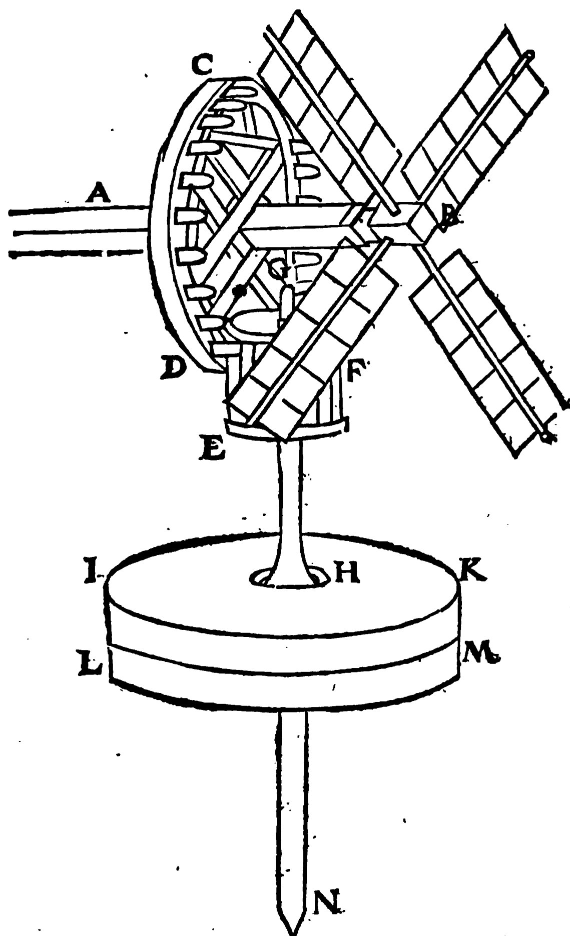
Il y en a ordinairement de deux sortes, mais ils ne sont differens qu'en ce que dans les uns tout le corps du moulin tourne sur un pivot pour exposer les volans au vent, dans les autres le corps est de pierre, & il n'y a que la partie d'enhaut qui tourne pour exposer les aîles au vent. Dans ceux-cy la lanterne & les meules doivent être placées au milieu de la tour, afin que les dents du rouët dans toutes ses positions differentes rentrent toûjours également les fuseaux de la lanterne.

AB est le gros arbre à l'extrémité duquel les aîles sont attachées, & qui sert d'aissieu à la rouë ou rouët CD. Les dents du rouët CD s'engrennent dans les fuseaux de la lanterne EF dont l'aissieu GHN est vertical, & qui étant arrêté à la meule de dessus IK la fait tourner sur celle de desous LM qui est immobile.

Ainsi le mouvement vertical des aîles & du rouët est converti en un mouvement horizontal des meules.

Le rouët a ordinairement 48 dents & la lanterne 10 fuseaux, ensorte que chaque tour du rouët ou des aîles fait faire près de cinq tours aux meules. On observe autant qu'on peut que les meules ne fassent tout au plus qu'un tour en une seconde de tems, & par conséquent les aîles feront aussi un tour en cinq secondes: c'est pourquoi si le vent est trop violent on abat une partie des toiles pour les reduire à cette vitesse.

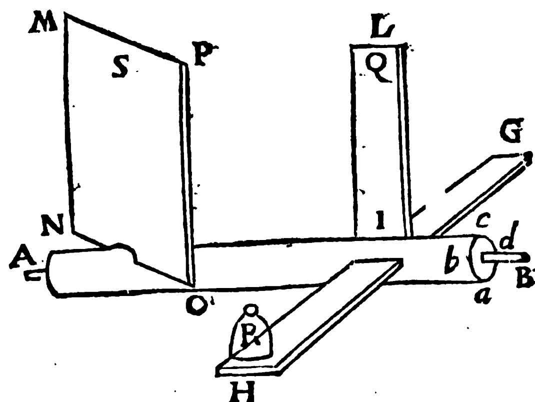
Il ne ſemble pas que la maniere ordinaire de ſe ſervir de la force du vent pour faire tourner les meules des moulins ſoit la plus avantageuſe qu'il eſt poſſible de trouver,



c'eſt ce qui a obligé pluſieurs habiles ouvriers à chercher d'autres ſortes de moulins à vent & ſur tout des horizontaux, afin d'en expoſer les volans directement au vent & de profiter de toute ſa force; mais toutes ces ſortes din-

ventions n'ont point réüssi. On peut croire que les moulins à vent tels que nous les voïons, n'ont pas été mis d'abord dans la perfection où ils sont à present, mais que l'usage continuel que l'on en fait, y a fait voir plusieurs deffauts que l'on a corrigés ensuite. Voicy le calcul de l'effort du vent contre les aîles d'un moulin suivant la recherche qu'en a fait Monsieur Mariotte dans son livre du mouvement des eaux.

AB represente dans cette figure l'axe ou l'aissieu d'un tourniquet cylindrique que la régle GH traverse à angles droits; & IL est une autre régle posée perpendiculairement sur la premiere GH & arrêtée aussi dans le tourniquet. MNOP est une petite table mince comme les régles précédentes, qui est aussi posée perpendiculairement sur l'axe AB, & de biais, en telle sorte qu'elle fait avec lui un angle de 45 degrés & à l'égard de la régle GH.



Si nous supposons maintenant qu'un jet d'eau choque directement la régle IL vers le point Q, & qu'il fasse tourner le cylindre selon l'ordre des lettres *a b c d*; mais que le poids R posé vers l'extrémité H de la régle GH fasse équilibre avec la force du jet d'eau Q, c'est-à-dire qu'il empêche le cylindre de tourner. Il est certain que si le même jet d'eau choque aussi la table MO dans le point S qui soit aussi éloigné de l'axe du cylindre que le point Q, & que la direction de ce jet soit perpendiculaire à la table, il ne pourra pas

soûtenir le poids R, parce que sa direction ne sera pas selon le mouvement de la régle IL qui est dans un plan perpendiculaire à l'axe AB; mais il ne pourra alors soutenir qu'un poids qui sera au poids R, comme le côté d'un quarré à sa diagonale. Et si le même jet est parallele à l'axe AB & qu'il choque la table MO au même point S, il faudra encore diminuer de son effort dans la même proportion du côté à la diagonale d'un quarré, parce que ce jet choque obliquement la table sous un angle de 45 degrés.

Il est donc évident que cette double raison de diminution doit reduire le poids R à sa moitié, comme il est démontré dans le traité de la percussion à la fin de la treiziéme proposition de la seconde partie.

Or le vent qui choque les aîles d'un moulin à vent les choque obliquement, & s'il rencontroit chaque aîle sous un angle de 45 degrés, il s'ensuit par ce qui vient d'être expliqué qu'il n'auroit que la moitié de la force qu'il auroit s'il la rencontroit directement, & si l'aîle étoit placée sur l'arbre comme la régle IL sur l'axe AB. Si l'on pose donc que la force totale du vent soit 80, elle se reduira à 40 par ces deux causes.

Mais il y a encore une cause de diminution de force qui vient de la même obliquité; car il y aura une moindre largeur de vent qui rencontrera la surface de l'aîle que si elle lui étoit directement opposée, & cette diminution sera encore dans la même raison du côté d'un quarré à sa diagonale, ce qui réduit enfin toute la force du vent mesurée par 80 à 28 $\frac{1}{4}$.

Mais si l'obliquité de l'aîle est moindre que 45 degrés, c'est-à-dire si elle est plus exposée au vent dont on suppose la direction parallele à l'axe AB, & que l'angle soit de 60 degrés d'un côté & 30 par l'opposé, alors la premiere cause de diminution réduit la force de 80 à la moitié 40, mais les deux autres ensemble ne la réduiront que de 40

à 31 à peu près. Ce qui fait connoître qu'il vaut mieux que les aîles des moulins à vent aïent cette obliquité que celle de 45 degrés.

Par les suppositions de M. Mariotte, si la vitesse d'un vent mediocre est de 24 pieds par chaque seconde de tems, comme on le connoît par l'experience, une aîle ou une voile opposée directement au vent, & qui a 144 pieds en superficie soutiendra un poids de 210 livres, si la distance de l'appui ou le centre du mouvement, comme l'axe AB dans le tourniquet précédent jusqu'à l'endroit comme R où est posé le poids, est de 12 pieds de même que la distance du centre de la voile. Mais si la voile avoit seulement 6 pieds de large & 24 pieds de long, elle aura la même superficie de 144 pieds, & son centre sera aussi à 12 pieds de l'axe; c'est pourquoi elle soutiendra encore les 210 livres à 12 pieds de distance de l'axe. Mais si la distance depuis l'axe jusqu'au centre de la voile est de 15 pieds, elle soutiendra 262 $\frac{1}{2}$ livres.

Mais par les trois causes de diminution supposant l'angle des aîles de 60 degrés avec l'arbre où élles sont attachées, la force du vent se reduira à soutenir 101 $\frac{3}{4}$ de liv. à 15 pieds de distance de l'arbre. Et à cause des quatre aîles, la force du vent pourra soutenir 407 livres à la distance de 15 pieds de l'axe des aîles.

Mais le demi diametre du rouët étant supposé de 4 pieds si l'on fait comme 4 à 15, ainsi 407 à 1526, ce nombre sera celui des livres qui mesurent l'effort du vent contre les fuseaux de la lanterne, dans la supposition qu'il fait 24 pieds en une seconde. On n'a point d'égard aux frottemens dans tous ces calculs.

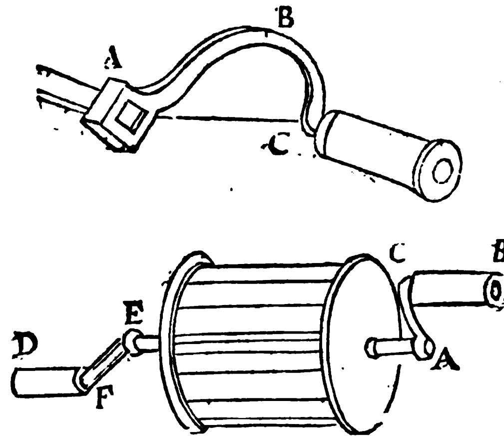
Dans les moulins horizontaux il ne peut y avoir environ qu'une aîle contre laquelle le vent agit directement, & il faudroit qu'elle fût d'une grandeur extraordinaire pour faire autant d'effet que les quatre aîles verticales des

moulins ordinaires, comme il eſt facile de le calculer par les ſuppoſitions précédentes.

PROPOSITION LXVIII.

DES *manivelles courbes & droites.*

Les ouvriers ont accoutumé de mettre une manivelle courbe ABC aux axes des rouës, & ils croient que par ce moïen la puiſſance agit avec plus de force. Mais il eſt facile à voir que cette manivelle étant de fer & roide, l'on n'en tire pas plus d'avantage que ſi elle étoit droite depuis A juſqu'en C.



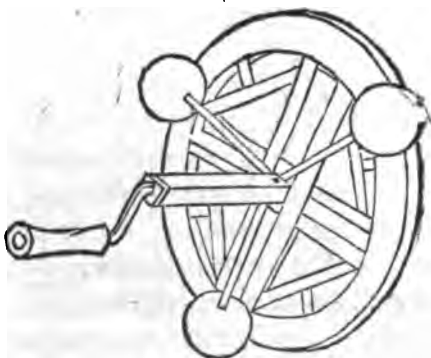
On remarquera ſeulement, que ſi l'on applique deux manivelles ACB, EFD aux extrémités de l'axe d'une rouë, il ne faut pas qu'elles ſoient oppoſées l'une à l'autre; mais il faut qu'elles faſſent un angle droit entr'elles comme CA, EF, afin que quand un des ouvriers tire à lui ou repouſſe le manche de la manivelle, l'autre l'éleve ou l'abaiſſe. Car les forces étant differentes dans ces differentes manieres d'agir, elles ſeront toujours oppoſées l'une à l'autre, & le mouvement de la rouë ſera uniforme.

PROPOSITION

PROPOSITION LXIX.

DES *poids que l'on ajoûte aux roües.*

Si la puissance qui est appliquée à l'axe d'une roüe pour la faire mouvoir n'agit pas également par tout, il sera à propos de donner assez de pesanteur à la roüe, afin qu'étant mise en branle elle puisse reduire à l'égalité le mouvement inégal de la puissance; & si l'on ne peut pas rendre la roüe plus pesante, on ajoûtera à l'axe trois masses de plomb qui y seront attachées avec des verges de fer. Mais il ne faut pas croire comme quelques-uns, que ces masses de plomb puissent augmenter la force de la puissance, au contraire leur pesanteur augmentant les frottemens de l'axe de la roüe, la puissance y perdra toûjours beaucoup de sa force.

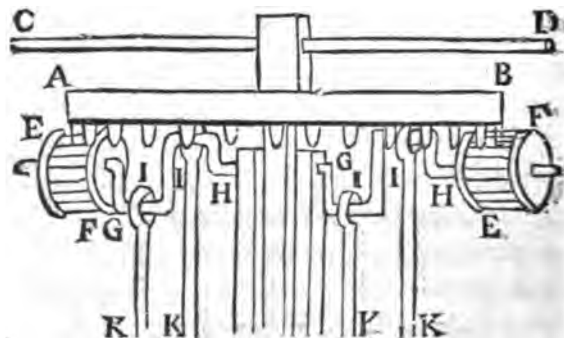


PROPOSITION LXX.

DES *roües & des lanternes avec leurs axes coudés pour faire mouvoir les pistons des pompes.*

Si la puissance fait tourner la roüe verticalement, il faudra seulement couder les extrémités de son axe, comme on voit icy GH. Mais si le mouvement de la puissance est horizontal, comme s'il est appliqué aux bras CD d'une roüe horizontale AB, il faudra ajuster les lanternes EF ensorte que leurs fuseaux s'engrennent dans les dents de la roüe, & que leurs axes coudés puissent faire l'effet que l'on demande.

Dans chaque coude de l'axe on y passe une espece d'anneau I qui tient à la queuë du piston K, ensorte que dans le mouvement de la lanterne les coudes des axes s'élevant & s'abbaissant alternativement, ils élevent & abaissent les pistons dans les corps de pompe, ce qui fait donner un coup de piston à chaque tour des lanternes.



On peut faire le diametre des lanternes de la cinquiéme partie, à peu près de celui de la grande rouë, afin qu'à chaque tour de la grande rouë des lanternes en fassent cinq. Mais quoique cette proportion soit commode, on n'en peut pas faire une regle, à cause qu'il faut avoir égard à la vitesse de la puissance, qui pourroit être trop grande pour cette proportion, & qui feroit mouvoir les pistons trop promptement.

PROPOSITION LXXI.

QUE *dans les rouës dentées il ne faut pas que le nombre des dents contienne exactement un nombre de fois les dents des pignons où les fuseaux des lanternes ausquels elles s'appliquent.*

Cette regle ne regarde seulement que l'exécution, & l'on y doit avoir égard pour faire que les dents des rouës ne rencontrent pas toûjours les mêmes dents des pignons;

car lorsqu'elles en rencontrent de differentes elles se perfectionnent en se frotant & en s'usant l'une contre l'autre, & elles prennent enfin à peu près la figure qui leur convient pour agir également dans leurs differentes rencontres & dans les differens éloignemens de leurs axes, ce que j'ay examiné dans le traité des *Epicycloïdes*.

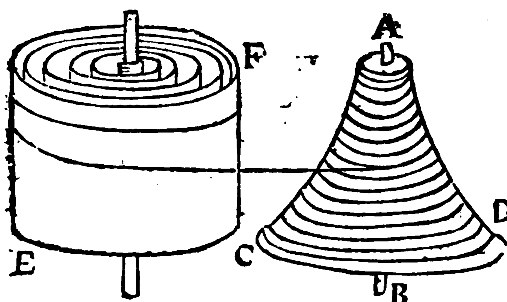
Il faudroit pour pratiquer cette regle à la rigueur, que les nombres des dents des rouës & des pignons fussent premiers entr'eux, c'est-à-dire qu'ils n'eussent point d'autre commune mesure que l'unité, & ainsi une même dent de la petite rouë ou du pignon ne rencontreroit la même dent de la grande rouë qu'après que la petite auroit fait autant de revolutions qu'il y auroit de dents dans la grande. Mais à cause qu'il y a un peu de difficulté à faire une division de deux nombres premiers, on fait le nombre des dents de la grande rouë, par exemple de 48 ou de 60, & celui des pignons de 6 ou de 8, & dans les moulins le rouët a 48 dents & la lanterne 10 fuseaux, afin que les mêmes dents se rencontrent le moins souvent qu'il sera possible; car si la rouë a 60 & le pignon 6, les moindres nombres qui gardent la même proportion seront 10 & 1, c'est pourquoi les mêmes dents du pignon de 6 ne rencontreront celles de la rouë qu'après 10 revolutions; & si la grande rouë avoit 60 & le pignon 8, les dents du pignon ne rencontreroient les mêmes dents de la rouë qu'après 15 revolutions, à cause que 15 & 2 sont les nombres premiers entr'eux qui expriment le rapport de 60 & de 8. Enfin si la rouë a 48 dents & le pignon ou la lanterne 10, les dents de la lanterne ne rencontreront les mêmes dents du rouët qu'après 24 revolutions, car les nombres 24 & 5 sont les deux nombres premiers qui expriment le rapport de 48 & de 10, & c'est ce qui fait voir qu'on ne pouvoit pas trouver des nombres de dents qui fussent plus propres pour le rouët & pour la lanterne des moulins, car la divi-

sion en 48 parties est très-facile & se peut faire fort exactement, & celle de 10 est commode puisqu'elle se reduit à celle de 5.

PROPOSITION LXXII.

De la figure qu'on doit donner à la fusée des horloges qui ont un ressort pour principe du mouvement.

Quoique les ressorts tirent avec beaucoup plus de force quand ils sont fortement bandés, que quand ils ne sont que médiocrement, on n'a pas laissé de se servir de cette puissance inégale pour le mouvement égal des horloges, en corrigeant les inégalités de la puissance par les differentes longueurs des bras du levier ausquels elle est appliquée successivement.



On s'est servi pour cet effet d'une fusée ACD qui a la figure d'une espece de cone, sur laquelle la corde est entortillée quand le ressort du *tambour* ou *barillet* est tendu. Ainsi quand le ressort tire avec plus de force la corde avec laquelle il agit sur la fusée pour la faire tourner, il est appliqué au sommet A de la fusée où la distance depuis sa superficie où la corde la rencontre, jusqu'à l'axe AB est fort petite. Au contraire quand le ressort est vers la fin de sa tension, la corde se trouve appliquée sur la plus grande circonférence de la fusée vers sa base CD où elle la tire fort loin de l'axe. Et si quand elle tire la fusée vers le sommet la force du ressort peut soutenir quatre livres, & vers la base une livre seulement, ce qu'on peut connoître par

experience, il faudra que le diametre de la fusée par sa base à l'endroit où s'applique la corde soit quadruple du diametre du sommet. Car par ce moïen les puissances étant en raison reciproque des distances depuis l'appui jusqu'à l'endroit du levier où elles sont appliquées, elles agiront avec une force égale.

Il faut donc expliquer la maniere de trouver la figure de la fusée qui ne doit pas être tout-à-fait conique comme l'experience la fait connoître; mais elle doit être un peu creuse vers le milieu.

On a trouvé par experience que les tensions differentes des ressorts par differens poids ou differentes puissances sont en même raison que ces poids ou que ces puissances, c'est-à-dire que si le ressort AB est arrêté ferme par son extrémité B, & que sans être chargé il ait la position BA, lorqu'on le chargera du poids d'une once, par exemple il prendra la position BC, & quand on le chargera du poids de deux onces il prendra la position BD, on trouve que AC est à AD comme 1 à 2. Cette experience est assés juste dans le moïennes tensions du ressort, mais ce n'est pas la même chose dans les dernieres : c'est-pourquoi comme dans la construction des horloges on ne se sert que d'une partie de la tension du ressort qui peut garder assés exactement cette regle, on la suppose icy comme un principe.



Cette experience étant posée, je suppose que la corde n'a aucune difficulté à se ploïer, & qu'elle est très-deliée pour trouver plus exactement la figure de la fusée.

Soit donc AB la hauteur de la fusée, & BC le demi diametre du cercle de sa base; car je suppose qu'elle n'est formée que de cercles qui ont tous leurs centres dans la ligne ou dans l'axe AB; & soit AD le demi diametre du cercle

d'enhaut. Soit enfin la force du ressort capable de soutenir 4 onces à quelque distance de l'axe AB, comme BC, quand la corde tire la fusée par le point C à la même distance BC, ce que l'on peut connoître par experience.

Maintenant aïant divisé BC en un nombre tel qu'on voudra de parties égales, comme en 25 que l'on peut supposer égales au diametre de la corde, on aura le nombre 100 pour moment de l'effort du ressort qui tire en C le bras du levier BC avec une puissance de 4 onces.

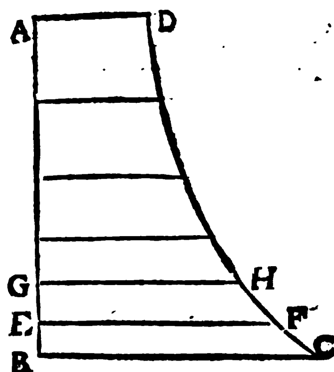
Mais si AD contient 10 parties de celles dont BC en contient 25, & qu'on veuille que le ressort étant appliqué au point D pour le tirer y agisse avec un effort égal à celui qu'il avoit en C, il faudra diviser le moment qu'il avoit en C, qui étoit 100 par la distance AD depuis l'axe AB jusqu'au point D où il est appliqué, & l'on aura 10 qui sera la force de 10 onces qu'il doit soutenir en ce point D pour faire le même effet qu'il faisoit au point C lorsqu'il le tiroit avec une force de 4 onces. Il faudra donc que le ressort soit bandé de telle maniere, que lorsqu'il tirera ~~le point D il soutienne 10~~ onces.

Mais lorsque ~~le ressort sera~~ tendu pour soutenir 5 onces à l'extrémité F du bras d'un levier EF, si l'on veut qu'il y fasse autant d'effort qu'il en faisoit en C, il faudra diviser le moment 100 par 5, & l'on aura $\frac{100}{5}$ ou 20 des parties de BC pour la longueur du bras EF. De même si le ressort est tendu pour soutenir un poids de 6 onces, la longueur du bras GH sera $\frac{100}{6}$, & ainsi de suite en prenant toûjours une once d'augmentation on aura $\frac{100}{7}$, $\frac{100}{8}$, $\frac{100}{9}$ & $\frac{100}{10}$ ou 10 pour AD.

Mais par le principe puisque les augmentations de l'effort du ressort sont égales étant chacune d'une once, il faut que les longueurs de la corde qui bande le ressort aïent des differences égales entr'elles, & par consequent ces longueur égales de cordes occuperont des espa-

ces égaux sur la fusée. Mais on ne doit pas mesurer ces espaces par les segmens de la superficie de la fusée, mais par les segmens de triangles comme BCEF, EFGH qui sont entr'eux dans la même raison que les circonferences des cercles que forme la corde entre chaque division, car on supose qu'elle tourne en cercle sur la fusée qui doit être formée par la longueur de la corde, puisque ces segmens de triangles sont composés des diametres de chaque cercle.

Il ne reste donc plus qu'à déterminer la hauteur des segmens de triangles comme BCEF, EFGH & les autres qui doivent tous être égaux entr'eux. Aïant supposé que la difference des longueurs de la corde dans les deux tensions du ressort en C & en D soit de 405 parties des 25 de BC, on la divisera par le nombre des separations de la fusée qui sont icy 6, ce qui donnera 67 $\frac{1}{2}$, & l'on divisera ensuite ce nombre par la longueur moïenne arithmetique entre les deux extrêmes BC, EF qui sont connués & qui est de 22 parties $\frac{1}{2}$, ce qui donnera 3 pour la hauteur du premier segment qui aura sa superficie de 67 parties $\frac{1}{2}$; & cette superficie étant égale pour tous les autres segmens, il sera facile d'en déterminer la hauteur.



Car pour le second segment aïant trouvé la moïenne arithmetique entre EF & GH qui sera 18 $\frac{1}{3}$, on divisera la superficie du premier qui est 67 $\frac{1}{2}$ par ce terme 18 $\frac{1}{3}$, & il viendra 3 $\frac{15}{22}$ pour la hauteur EG du second segment.

Pour le troisiéme, la moïenne proportionnelle sera 15 $\frac{10}{21}$, & sa hauteur sera 4 $\frac{47}{130}$.

Pour le quatriéme, la moïenne proportionnelle sera 13 $\frac{11}{28}$, & sa hauteur 5 $\frac{1}{23}$.

Pour le cinquiéme, la moïenne proportionnelle sera $11\frac{29}{36}$, & sa hauteur sera $5\frac{61}{85}$.

Pour le sixiéme & dernier segment dans cet exemple, la moïenne sera $10\frac{5}{9}$, & sa hauteur $6\frac{25}{38}$.

Cette figure ne sera composé que de lignes droites CF, FH, &c. Et si on veut en avoir une qui soit plus parfaite & qui approche plus de la courbe, au lieu que l'on a supposé que les tensions du ressort differoient d'une once dans les points CFH, on pourra prendre des demi onces ou quarts d'once.

La grosseur des cordes ou des chainettes dont on se sert dans les horloges par rapport à la petitesse de la fusée & l'entortillement en spirale au lieu d'être en cercle comme on l'a supposé, fait assés voir qu'on ne doit pas attendre que l'exécution puisse répondre justement aux regles qu'on vient de donner.



DE

DE LA POULIE, ET DES MOUFLES.

LA *poulie* eſt une machine compoſée d'une *roüe* ou roulette enchaſſée dans ſon *écharpe* ou *chape*, & arretée par ſon aiſſieu qu'on appelle *goujon*, avec une corde qui paſſe par deſſus la roulette.

La *mouſle* eſt un aſſemblage de pluſieurs poulies qui n'ont qu'une même corde.

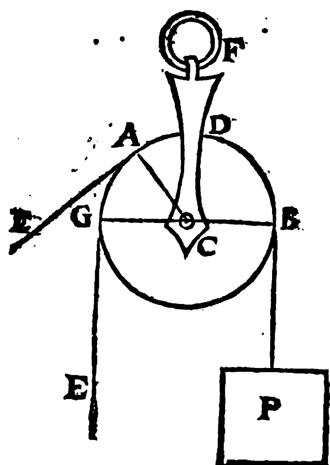
Dans la poulie une des extrémités de la corde eſt attachée au poids qu'on veut lever, & l'autre extrémité eſt appliquée à la puiſſance. Mais dans la mouſle le poids qu'on veut élever eſt attaché à la chappe de la mouſle, & l'une des extrémités de la corde eſt auſſi arrêtée à la chappe ou en quelqu'autre endroit immobile, & l'autre extrémité eſt appliquée à la puiſſance.

PROPOSITION LXXIII.

La poulie n'augmente ni ne diminuë la force de la puiſſance pour mouvoir ou pour élever un poids, & elle ſert ſeulement à changer la direction des puiſſances ou des poids. (Voïez la Fig. ſuivante.)

Soit la poulie ABGFC dont la roulette eſt ABG qui a ſon centre en C, & la chappe FDC qui retient la roulette par le moïen du goujon C qui lui ſert d'eſſieu, avec la corde EGDBP qui paſſe par deſſus la roulette & qui ſoutient le poids P à l'une de ſes extrémités, & qui a la puiſſance appliquée en E à l'autre extrémité.

Il est évident que si la puissance E & le poids P sont égaux il y aura équilibre entr'eux. Car la roulette étant circulaire, si de son centre C où est l'appui sur le goujon, on mene des perpendiculaires CB, CA ou CG sur les directions du poids EA ou EG, ces perpendiculaires rencontreront les directions sur la circonference de la roulette où elles la touchent; & par consequent ces perpendiculaires seront égales entr'elles, & comme elles sont les bras d'un levier ou droit ou angulaire, il faut aussi que les puissances ou les poids qui leur sont appliquées soint égaux entre-eux pour faire l'équilibre.



Il est facile à voir que l'équilibre demeurera toûjours dans toutes sortes de directions de la puissance appliquées à la corde, puisque les bras du levier demeureront toûjours égaux entr'eux.

On peut dire que cette machine étant la plus simple de toutes, & se trouvant presque dans toutes les compositions des autres, elle donne de très-grands avantages pour mouvoir des fardeaux, ou pour les élever, car elle fait l'office d'un levier qu'on peut appeller perpetuel, à cause que ses bras demeurent toûjours égaux, quoique le poids s'eleve; & que les differentes directions de la puissance ou du poids ne peuvent augmenter l'effort de l'un ni de l'autre.

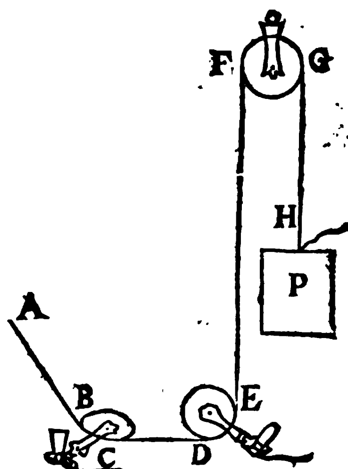
PROPOSITION. LXXIV.

SI *les efforts d'une puissance sont differens suivant ses*

differentes applications, on pourra profiter du plus grand par le moïen de la poulie.

On ſçait que la plus grande force de l'homme eſt d'élever un poids qui ſera à ſes pieds, ou de tirer de haut en bas, & que la moindre eſt de tirer ou de pouſſer horizontalement; & qu'au contraire dans la plûpart des animaux, comme les chevaux & les bœufs, c'eſt de tirer dans ce même ſens.

On peut donc par le moïen des poulies ſe ſervir du plus grand effort d'un animal dans quelque direction que ce ſoit, comme d'élever un poids en ſe ſervant des chevaux. Car ſoit la poulie FG arrêtée ferme en quelque endroit élevé, & une ou deux autres poulies DE, BC arrêtées en bas par leurs chappes, ſi la corde ABCDEFGH paſſe pardeſſus ces poulies, & qu'à ſon extrémité H ſoit ſuſpendu le poids P, il eſt évident que ſi l'on attache un cheval en C ou en A qui tire la corde horizontalement, il élevera le poids P avec toute la force dont il eſt capable. Car la poulie DE étant attachée à terre, ſi la corde CD eſt tirée horizontalement, elle changera la direction horizontale CD en verticale EF, & par ce moïen le poids P ſera élevé par un mouvement horizontal.



On peut encore changer le mouvement horizontal CD en un autre horizontal AB ſuivant la ſujétion des lieux, par le moïen de la poulie BC qui eſt auſſi attachée à terre. Mais ſi l'on ſe ſert d'un vindas, & que la force du

cheval qui tiroit par AB soit appliquée au bras du vindas, sa force étant augmentée dans la raison du demi diametre du rouleau au bras du vindas, un seul cheval en tirant pourra élever un très-grand poids, & le calcul en sera facile à faire sur la supposition de la force du cheval en tirant, & sur les mesures du vindas; car pour les poulies elles ne sont pas contées, puisqu'elles n'augmentent ni ne diminuent la force; il faut pourtant prendre garde que les frottemens font une grande diminution à l'effort de la puissance.

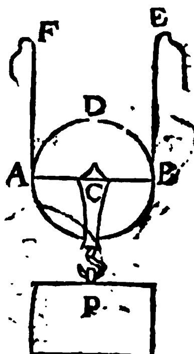
Un homme peut assés facilement élever un poids qui pese autant que lui par le moïen d'une seule poulie, puisqu'il peut se suspendre entierement à la corde, & s'il étoit attaché au pavé, ou bien s'il étoit chargé d'un poids considerable, il pourroit élever un fardeau plus pesant qu'il n'est lui-même. C'est aussi pour la même raison que lorsqu'on veut que les chevaux fassent un grand effort pour tirer, les chartiers montent dessus pour augmenter leur poids, car sans ce secours ils n'auroient pas assés de pesanteur pour s'attacher sur le pavé & pour exercer en tirant toute la force dont ils sont capables.

PROPOSITION LXXV.

UNE *puissance double sa force si elle soutient un poids qui soit suspendu à la chappe d'une poulie, une des extrémités de la corde étant arrêtée ferme en quelque endroit, & la puissance étant appliquée à l'autre extrémité, pourveu que les parties de la corde qui passent par dessus la poulie soient paralleles entr'elles.*

Soit la poulie ADB suspenduë sur la corde EBAF, & que la chappe qui est mobile sur l'aissieu ou goujon C soit suspendu le poids P. Il est évident par la vingtiéme proposition que le centre de gravité du poids P se mettra

dans la ligne de direction des poids, laquelle passera par l'axe C de la poulie. Mais comme par l'hypothése les parties EB, FA de la corde sont paralleles entr'elles, & qu'elles soutiennent le poids P avec la poulie, elles doivent aussi être paralleles à la direction des poids: c'est pourquoi si l'on mene par le centre C de la poulie, la ligne ACB perpendiculaire à la direction des poids, elle rencontrera la corde dans l'endroit où elle touche la circonference de la poulie; & par consequent la ligne ACB pourra être considerée comme un levier qui a ses bras égaux, & qui étant perpendiculaire à la direction des poids ou des puissances, celle du milieu qui fait l'effet de l'appui doit soutenir les deux autres, ou ce qui est la même chose l'effort du poids du milieu se distribue également à chacune des deux puissances qui le soutiennent, c'est pourquoi la puissance F & la puissance E ne soutiendront chacune que la moitié du poids P sans avoir égard à la pesanteur de la poulie. Ainsi ne considerant point la puissance E où la corde est arrêtée, on peut dire que la puissance F double sa force, puisqu'elle est en équilibre avec un poids, ou avec une puissance dont elle n'est que la moitié.

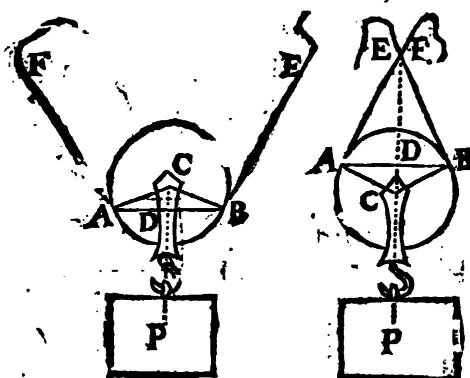


PROPOSITION LXXVI.

Si les directions des deux parties de la corde qui soutiennent la poulie ne sont pas paralleles entr'elles comme dans la précédente proposition, mais qu'elles concourent au dessus & au dessous de la poulie, la puissance F doit être plus grande que la moitié du poids P pour faire équilibre avec lui, & elle sera toûjours à tout le poids dans la raison du raïon de la poulie CA à la corde AB de l'arc de la poulie compris entre

les points touchans A & B des parties de la corde FA, EB.

On peut considerer comme dans la précédente proposition, que cette machine est reduite à un levier ADB dont les extrémités A & B sont tirées par les puissances F & E avec les directions FA, EB, & qu'au point D le poids P est soutenu. Mais AB étant la corde de l'arc de la poulie compris entre les points touchans A & B, le triangle ACB sera isoscelle, & la ligne CDP qui est la direction des poids, sera perpendiculaire à AB par la vingtiéme proposition, car le poids peut être consideré sur la ligne AB au point D dans sa direction.



Maintenant par la vingt-troisiéme proposition les lignes CA, CB & AB étant perpendiculaires aux trois directions FA, EB, CP, elles seront entr'elles dans le cas de l'équilibre, comme les puissances FEP qui leurs sont appliquées; & par consequent la puissance F sera au poids P, sans avoir égard à la pesanteur de la poulie, comme CA à AB, c'est-à-dire comme le raïon de la poulie à la corde de l'arc compris entre les touchantes FA, EB; ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

Il s'enfuit delà, que si l'angle que font les cordes au dessus de la poulie est égal à l'angle qu'elles font au dessous, il faudra une même puissance F pour faire équilibre avec le poids.

PROPOSITION LXXVII.

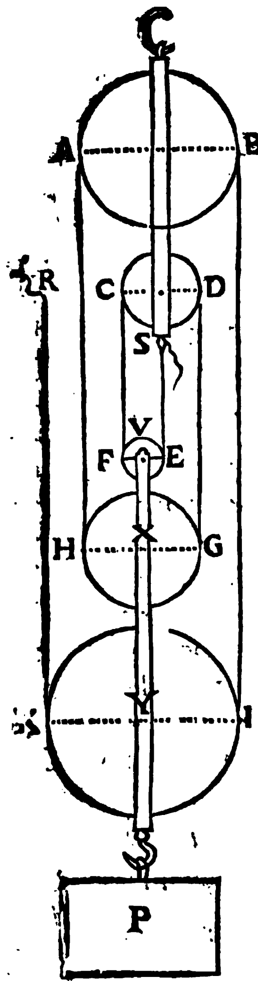
LES *poulies des moufles étant faites de telle maniere que les portions de la corde qui passe par dessus les poulies soient toutes paralleles entr'elles, & l'une des extrémités de la corde étant attachée en haut ; la puissance qui sera appliquée à l'autre extrémité sera au poids qui est suspendu à la chappe de la moufle inferieure dans le cas de l'équilibre, comme l'unité au nombre des portions de la corde qui soutiennent le poids.*

Soit la moufle d'enhaut composée des deux poulies AB, CD qui tournent sur leurs aissieux particuliers, & la moufle d'embas composée des trois poulies FE, HG, KI qui tournent aussi sur leurs aissieux particuliers dans la même chappe, & que l'une des extrémités de la corde soit arrêtée en haut à l'endroit S, laquelle passe ensuite sur les poulies de la moufle inferieure & de la superieure, ensorte que toutes les parties de la corde, comme BI, AH, DG entre les deux moufles soient paralleles entr'elles, & enfin que l'autre extrémité de la corde soit soutenuë par la puissance R : Je dis que la puissance R sera au poids P qui est suspendu à la chappe de la moufle inferieure dans l'état de l'équilibre, comme l'unité au nombre des parties de la corde qui soutiennent la moufle inferieure avec le poids P, qui sont au nombre de six dans cet exemple.

Dans toutes ces démonstrations on peut n'avoir aucun égard à la pesanteur de la moufle, ou bien supposer que son poids est joint au poids P.

Premierement il est évident par la précédente proposition, que s'il n'y avoit qu'une seule poulie EF, & que la corde étant attachée d'un côté en S fût soutenuë par la puissance en C, cette puissance feroit un effort du double de ce qu'elle est pour soutenir un poids attaché en V à la

chappe, c'est-à-dire que si le poids V étoit de deux livres, il ne faudroit en C qu'une puissance d'une livre pour le soutenir.



Mais la corde passant par dessus la poulie CD, la puissance appliquée en D ou en G pour tirer la corde du haut en bas ne fera pas plus d'effort que si elle la soutenoit en C; car la poulie CD ne fait que changer la direction de la puissance par la soixante-onziéme proposition.

Maintenant si l'on suppose qu'il y a une autre poulie GH qui ne soit point jointe à la premiere FE, & que la corde DG passe par dessous cette poulie pour la soutenir en A, il est évident par la précédente proposition, que si l'on suspend à la chappe de cette poulie HG un poids de 2 livres en X, il fera un effort pour tirer embas le poids de 1 livre appliqué en A, & de 1 livre en D; & par conséquent la seule puissance de 1 liv. en A soutiendra le poids de 2 livres en X, & de deux livres en V: car nous avons vû que le poids de 2 livre en V faisoit un effort de 1 livre pour tirer la corde DG de bas en haut, & l'effort de 2 livres en X en fait un contraire pour tirer la corde DG de haut en bas, & ces deux efforts se soutenant l'un l'autre il ne reste plus que la puissance A de 1 livre qui soutient les deux poids V & X.

Enfin si la corde HA par dessus la poulie AB qui est arrêtée

arrêtée à la moufle d'enhaut, il eſt évident, comme on a dit cy-devant, que la puiſſance qui étoit appliquée en A pour tirer vers le haut la corde HA, pourra être appliquée en B ou en I pour la tirer vers le bas, ſans qu'il arrive aucun changement ni à la puiſſance ni au poids qu'elle ſoutient, puiſque la poulie d'enhaut AB ne fait que changer la direction de la puiſſance. Mais ſi l'on ajoûte encore une poulie IK qui ſoit ſoutenuë par la corde comme les autres HG, FE avec un poids Y égal au poids X ou V, & qui ſoit ſuſpendu à la chappe, ce poids Y de 2 livres fera auſſi un effort de 1 livre ſur chacune des deux parties de la corde IB & KR pour les tirer en bas; c'eſt pourquoi il fera le même effet que faiſoit la puiſſance appliquée en I pour tirer cette corde en bas; il faudra donc ſeulement appliquer en R une puiſſance de 1 livre pour tirer la corde KR en haut, & pour reſiſter à l'effort que fait le poids Y pour la tirer en bas.

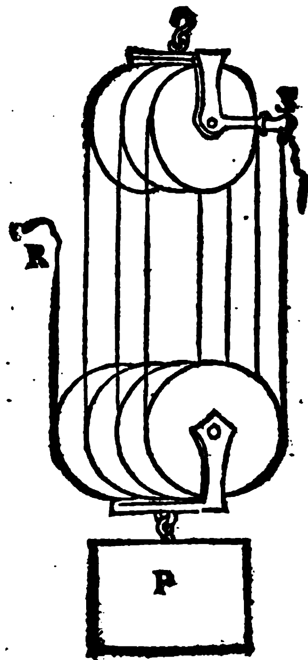
Il eſt donc évident que la ſeule puiſſance de 1 livre en R pour tirer la corde en haut ſoutient toute ſeule les trois poids VX & Y chacun de 2 livres, c'eſt-à-dire qu'elle ſoutient 6 livres, qui eſt en raiſon de l'unité aux ſix portions de la corde qui ſoutiennent les trois poulies inferieures.

Mais ſi au lieu des trois poids VX & Y qui ſont attachés à chacune des trois poulies, on ne met qu'une chappe commune pour ces trois poulies, & qu'à l'extrémité de la chappe on attache le poids P égal aux trois autres enſemble, il ſe fera toûjours un même effort ſur chaque poulie; car le poids ſe diſtribuera également ſur les axes des trois poulies, à cauſe de la flexibilité des cordes, & par conſequent le poids P de 6 livres ſera ſoutenu par le poids de 1 livre en R: ce qu'il falloit démontrer.

Conſéquence.

Il eſt évident que ce ſera la même augmentation de la

puiſſance ſi les poulies ſont ſoutenuës par un axe commun dans chaque moufle, car chaque poulie en particulier de la moufle d'embas portant un poids double de la puiſſance appliquée à l'extrémité de la corde R, ſi l'on ne donne enſuite aux poulies qu'un même axe & qu'une chappe commune à laquelle le poids P égal tous les poids enſemble de chaque poulie ſoit ſuſpendu, l'effort du ſeul poids P ſe diſtribuera également ſur chaque poulie, & il y fera autant d'effort que chacun des poids y faiſoient auparavant en particulier.



On remarquera ſeulement que dans cette conſtruction de moufle toutes les poulies doivent être égales afin que les parties de la corde ſoient paralleles entr'elles, & il faudra auſſi que l'extrémité de la corde S qui eſt attachée à la moufle d'enhaut, ſoit ſuſpenduë à l'extrémité d'un petit bras qui ſoit autant éloigné de l'axe des poulies, que le demi diametre des poulies; & de plus il faudra que les poulies d'embas aïent leur diametre un peu plus grand que celui des poulies d'enhaut, à cauſe qu'elles feront un peu obliques par rapport à celles d'enhaut, afin que les cordes ſoient paralleles entr'elles.

PROPOSITION LXXVIII.

LES *mêmes choſes étant poſées comme cy-devant, je dis que la puiſſance R augmente ſon effort dans la raiſon*

de l'unité au nombre double des poulies d'embas.

Cette proposition est évidente ; car par la précédente proposition l'augmentation de la puissance est comme l'unité au nombre des portions de la corde qui soutiennent les poulies inferieures, & chaque poulie aïant deux portions de corde pour la soutenir, il y aura même raison de l'unité au nombre des portions de corde, que de l'unité au nombre doublé des poulies d'embas.

PROPOSITION LXXIX.

S I *l'une des extrémités S de la corde est attachée à la moufle inferieure, la puissance R sera augmentée dans le nombre des parties de la corde qui soutiennent la moufle inferieure, c'est-à-dire dans le nombre double des poulies de cette moufle plus l'unité.* (Voïez la Fig. suivant.)

Si l'on suppose qu'il y ait un poids suspendu à l'extrémité de la corde en S, & qui soit égal à la puissance R, ce poids S tirant la corde SA de haut en bas, il fera équilibre avec un poids égal attaché à la corde en B ou I de l'autre côté de la poulie AB : car la poulie AB est considerée comme un levier à bras égaux. Ce poids S fera donc un effort pour tirer la corde BI de bas en haut. Mais si l'on applique à la corde la poulie IK, & qu'on suspende à sa chappe un poids double du poids S, c'est-à-dire de 2 livres si le poids S est 1 livre, & qu'en quelque endroit K ou C de la corde KC, on applique une puissance de 1 livre égale à S qui tire de bas en haut, il s'ensuit de ce qui a été dit cy-devant, qu'une puissance de 1 livre en C soutiendra le poids S de 1 livre, & le poids de 2 livres attaché à la chappe de la poulie IK. Mais si la corde passe par dessus la poulie CD, la puissance de 1 livre appliquée en D ou en G à la corde pour la tirer en bas, fera le même effort qu'elle faisoit en C pour la tirer en haut. Et si la corde passe

Mais si l'on joint les deux poulies ensemble par la ligne IK, & que l'on suspende au milieu H de la ligne IK, le poids P de 4 livres au lieu des deux poids X & V, ce poids P fera autant d'effort sur les poulies que les poids V & X; & par consequent la seule puissance R de 1 livre soutiendra le poids de 4 livres P suspendu au milieu H de la ligne IK.

Il est facile à voir dans cette disposition de poulies, que si la puissance R élevoit la corde RF, & qu'elle fît monter la poulie EF, la ligne IK s'éleveroit par son extrémité I, & l'autre poulie demeureroit dans le même état qu'elle étoit auparavant, car le poids P seroit toûjours suspendu au milieu H entre I & K, supposant que les cordes pussent demeurer paralleles.



Mais comme la chappe de la moufle qui joint les deux poulies ensemble, est une plaque qu'on peut considerer comme le triangle IPK qui tient aux poulies en I & en K; & que le poids ne peut être suspendu qu'à son angle P, si l'on éleve la poulie EF alors la ligne de direction du poids suspendu en P ne coupera plus la ligne IK dans son milieu comme elle faisoit en H quand les deux poulies étoient de même hauteur; mais elle passera plus proche du point I que du point K; c'est pourquoi le point I étant plus chargé que le point K, aussi la corde EA sera tirée plus fortement que la corde DB qui n'est chargée que de la moitié de l'effort que le poids P fait au point K, & qui est moindre que celui qu'il fait au point I, & ces deux parties de la corde se communiquant par la poulie AB, la plus forte emportera la plus foible, & fera monter la poulie CD tant que les points K & I soient à même hauteur, ou que la direction du poids P passe par H comme auparavant.

Ce sera la même chose si les poulies ont un axe commun, comme on le peut voir dans cette figure qui le represente par le profil; car le point H qui est le milieu de l'axe commun IK des deux poulies sera la rencontre de la direction du poids P dans l'état d'équilibre ou de repos des poulies. Mais si l'on éleve la poulie I, aussitôt la direction du poids P attaché à la chappe commune des poulies sera plus proche de I que de K, & l'effort étant plus grand en I qu'en K, la poulie K pourra monter, comme on l'a expliqué cy-devant.

PROPOSITION LXXXI.

UNE *puissance peut augmenter son effort par le moïen de plusieurs poulies dans la raison de 1 à 2 multipliée autant de fois qu'il y a de poulies, par exemple s'il y a trois poulies dans la raison de 1 à 8, parce que 8 est le cube ou la troisiéme puissance de 2; s'il y a cinq poulies dans la raison de 1 à 32, car 32 est la cinquiéme puissance ou le quarré de cube de 2, &c.*

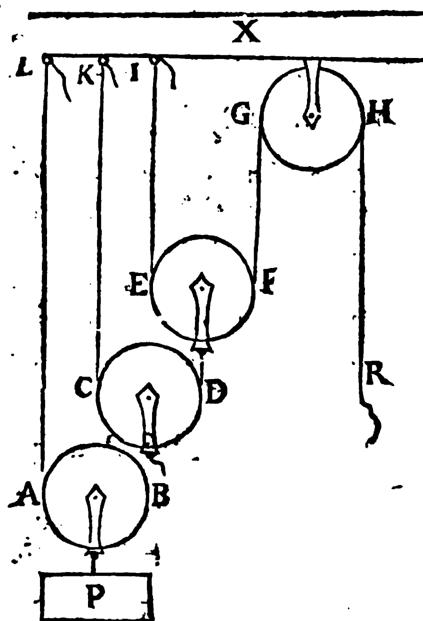
Soit une puissance R appliquée à l'extrémité R d'une corde RHGF qui passe par dessus la poulie GH arrêtée ferme au sommier X; cette puissance R qui tire de haut en bas sera la même que si elle étoit appliquée en G, en tirant la corde GF de bas en haut; car la poulie GH ne fait que changer sa direction.

Mais si la corde GF passe par dessous la poulie EF pour la soutenir, & qu'elle aille ensuite s'attacher au sommier X en I, il est évident par la soixante-treiziéme proposition que la puissance supposée de 1 livre pourra soutenir un poids de 2 livres qui sera suspendu en D à la chappe de la poulie EF.

Mais si au lieu du poids D on attache à la chappe de cette poulie la corde DCK qui soutient la poulie CD, &

qui va s'attacher ensuite en K au sommier X, il est évident que l'on pourra suspendre en B à la chappe de cette poulie un poids double de celui qui étoit en D, c'est-à-dire de 4 liv. qui sera soutenu par le poids R de 1 livre, car ce poids de 4 livres en B ne fait effort que de 1 livre en G ou en R.

De même si l'on met une corde BAL à la chappe de la poulie CD & que cette corde soutienne la poulie AB, & qu'ensuite elle s'attache en L au sommier X, la puissance de 4 liv. qui étoit en B pourra soutenir un poids de 8 livres comme P suspendu à la chappe de cette poulie AB par la même soixante-treiziéme proposition; car ce poids de 8 livres en P fait un effort de 4 livres en B, celui de 4 livres en B un de 2 livres en D, & enfin un de 2 livres en D un de 1 liv. en F ou en R, & ainsi des autres poulies : ce qu'il falloit démontrer.



On pourroit par le moïen de cette machine élever un poids fort pesant avec peu de poulies, mais on ne pourroit élever le poids P que de la huitiéme partie de la longueur de la corde IE, & s'il y avoit cinq poulies que de la 32 partie, & ainsi du reste; & par consequent cette machine ne peut avoir que très-peu d'utilité, puisqu'il faudroit que le sommier fut extrémement élevé pour élever le poids à une hauteur médiocre.

PROPOSITION

PROPOSITION LXXXII.

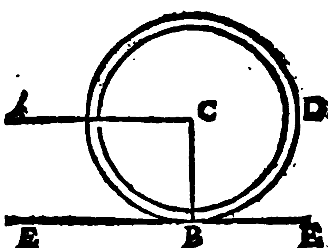
De l'utilité des moufles pour élever de très-grands fardeaux.

Les moufles ont de très-grands avantages pour élever de grands fardeaux ; car la machine n'occupe que fort peu de place, & il ne faut qu'une petite puissance pour faire un grand effort ; mais le tems sera toûjours proportionné à l'effort. Car il est certain que s'il faut à une puissance une seconde de tems pour élever un poids de 10 livres à un pied de hauteur, cette même puissance ne pourra élever ce même poids à 100 pieds qu'en 100 secondes, & si la même puissance par le secours de la machine peut élever un poids de 100 livres à un pied, elle ne le peut faire que dans 10 secondes de tems, car on suppose qu'elle ne peut pas aller plus vîte en élevant le poids de 100 livres que celui de 10 livres ; car tout son effort ne vient que de la longueur du bras du levier auquel elle est appliquée, & ce levier agit seul ou par le moïen de plusieurs leviers contigus, comme j'ai expliqué dans la soixante-troisiéme proposition, ce qui se confirme aussi dans la moufle où l'effort de la puissance n'est augmenté que par le nombre des cordes qui soutiennent le poids. Et si une puissance éleve le poids d'un pied, en élevant à un pied la corde où elle est appliquée, elle n'augmentera point sa force. Mais si elle éleve seulement le poids à 10 pouces de hauteur dans le même tems qu'elle éleve ou qu'elle tire la corde de 100 pouces, elle décuplera sa force, & comme il faudra qu'elle éleve ou qu'elle tire la corde de 100 pouce, il lui faudra aussi dix fois autant de tems que pour l'élever de 10 pouces.

PROPOSITION LXXXIII.

De l'avantage qu'on peut tirer des roües quand elles sont appliquées aux charettes & aux chariots, & on examine si les grandes roües sont meilleures que les petites.

On ne sçauroit douter que si les roües étoient parfaitement circulaires & unies par leur circonference où elles touchent le terrein qui fut aussi un plan parfait & de niveau, & qu'il n'y eut point de frottement sur l'aissieu de la roüe, la moindre force pourroit faire mouvoir la machine à laquelle les roües seroient appliquées. Car la puissance A qui seroit appliquée à l'aissieu C pour tirer la roüe BD de quelque pesanteur que la roüe fut chargée, n'auroit pas plus de peine à la faire avancer en roulant ou en frottant que si elle étoit appliquée à l'extrémité C de la verge CB, qui étant posée selon la direction des poids & perpendiculaire au plan BE, seroit chargée à son extrémité C de quel poids on voudroit, puisque la circonference de la roüe ne devroit toucher le plan BE que dans le seul point B, qu'on peut considerer comme l'extrémité de la verge.



Il n'y a donc que les inégalités du plan & de la circonference de la roüe avec les frottemens sur l'aissieu dont il faut vaincre la resistance.

S'il se rencontre des inégalités dans la circonference de la roüe & dans le plan tout ensemble, ou dans l'un des deux seulement, ce sera la même chose par rapport à la difficulté de faire marcher la roüe. Car si la roüe rencontre le plan aux deux points B & E, il nimporte pas qu'elle soit bien circulaire entre ces deux points, ou qu'elle soit

irreguliere puiſqu'on ne doit conſiderer que ces deux points, ou bien les deux raïons CB, CE qui font un angle immuable BCE.

Soit donc maintenant la puiſſance A qui tire le centre C de la roue ſelon quelque direction AC, & que la charge de la roue au point C ſur l'aiſſieu ſoit le poids R qui agit ſelon la direction CR. On a donc les directions CA, CR de deux puiſſances A & R dont R eſt donnée, leſquelles tirent l'extrémité C de la verge EC qui eſt appuïée ſur le plan au point E; & on trouvera par la vingt-troiſiéme propoſition quelle doit être la puiſſance A pour faire équilibre avec la charge R de la roue, & pour peu qu'on ajoûte à cette puiſſance trouvée elle ſurmontera l'obſtacle E.

Mais cette puiſſance A étant à la charge R dans l'état de l'équilibre comme le côté CL du triangle DCL au côté DC, ces côtés étant perpendiculaires aux directions CA, CR, & LED perpendiculaire à CE, il eſt évident que plus la direction AC ſera inclinée à EC, le côté CL qui eſt perpendiculaire à cette direction dans le triangle DCL, ſera d'autant plus grand par rapport à DC; car l'angle ACL étant droit, plus CA ſera proche de CE & plus CL en ſera éloigné; & dans le triangle DCL la grandeur DC étant la meſure du poids R qui demeurera toûjours la même, CL ſera la meſure de la puiſſance A qui deviendra d'autant plus grande que CA ſera proche de CE. Au contraire CL diminuera d'autant plus que CA approchera de CH qui eſt

perpendiculaire à CE. Car lorsque la puissance A aura sa direction en CH perpendiculaire à CE, la ligne CL qui mesure la puissance A sera jointe à CE qui étant la plus courte ligne de toutes celles qu'on peut mener du point C à la ligne DEL, fait voir que ce sera dans la direction CH que la puissance A doit être la plus petite pour faire équilibre avec le poids R. Enfin si la direction passoit au delà de CH, CL passeroit aussi au delà de CE vers D, & devenant plus grande que CE, on voit que la puissance A devroit être plus grande pour soutenir le poids R.

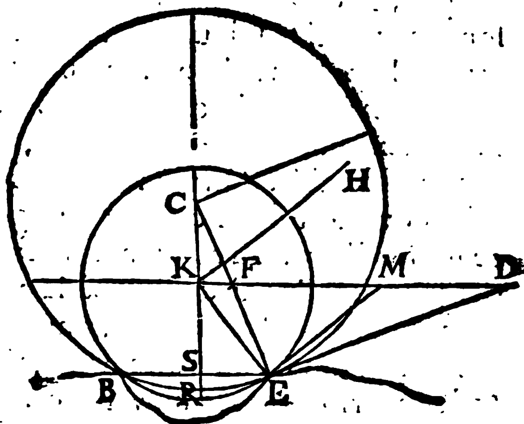
On connoît donc par cette démonstration que la puissance qu'on doit appliquer pour tirer une charette ou un chariot doit être toûjours plus élevée sur l'horizon que l'aissieu de la rouë. Car les inégalités qui se rencontrent sur le terrein font que la ligne CE est toûjours entre la perpendiculaire CR à l'horizon, & la puissance qui tire, laquelle sera la plus petite qu'elle puisse être quand elle aura sa direction perpendiculaire à CE.

C'est peut-être pour cette raison que les rouës de devant des carosses & des chariots sont plus petites que celles de derriere. Mais ces petites rouës ont d'un autre côté une grande incommodité: car sans parler de quelques terreins bourbeux dont elles ne se peuvent debarrasser aussi facilement que les grandes rouës, toutes les petites buttes sont par rapport à une petite rouë comme un plan incliné sur lequel elle doit monter, au lieu que la grande rouë les touche seulement sur la partie la plus élevée, & qu'elle peut passer facilement par dessus toutes les petites inégalites du terrein.

Mais quand on n'auroit aucun égard à ces plans inclinés, & qu'on considereroit seulement deux pointes E & B dans le même niveau sur lesquels une petite & une grande rouë seroient appuïées, on peut démontrer que les forces qu'il faudra pour les faire mouvoir seront en raison reci-

proque des diametres ou des raïons des rouës, quoiqu'on y emploïe la moindre force qu'il sera possible. Car les points E & B étant dans un même niveau la direction du poids R qui passera par l'aissieu ou centre C d'une des rouës passera aussi par l'autre K ; & la ligne DK étant perpendiculaire à la direction CR, & les lignes DE, ME aussi perpendiculaires aux raïons CE, KE de la grande & de la petite rouë, & les puissances A & H appliquées à ces rouës pour les mouvoir étant aussi perpendiculaires à ces raïons quand elles sont les moindres qu'elles puissent être, il s'ensuit que les deux triangles FED, KEM auront leurs côtés en même raison que les puissances & les poids, ou charges sur l'appui E, ou bien les deux autres triangles qui leurs sont semblables & rectangles CES, KES, aïant mené ES perpendiculaire sur le raïon CR.

Maintenant la puissance A sera au poids R comme EF à FD par la vingt-troisiéme proposition, ou bien comme ES à EC ; & semblablement le poids R sera à la puissance H, comme KM à KE, ou bien KE à ES : la puissance A sera



donc à la puissance H dans la raison composée de à ES à EC, & de KE à ES qui est celle de KE à EC à cause de la hauteur commune ES ; mais KE & EC sont les raïons des rouës ; donc la puissance A sera à la puissance H comme KE à EC qui est la raison des raïons des rouës ausquelles les puissances sont appliquées mais dans un ordre reciproque.

On peut dire que les petites roues sont d'un très-grand avantage pour les carosses dont l'extrémité de la fléche est en arc, car elles passent par dessous l'arc, & le carosse peut tourner fort court, mais les petites roues auront un très-grand desavantage pour faire tourner le carosse dans des terreins mous ou irréguliers puisqu'elles y seront toûjours beaucoup plus engagées que les grandes roues.

PROPOSITION LXXXIV.

COMMENT *on peut remedier en partie aux frottemens qui se trouvent dans les poulies & dans les roues.*

Pour ce qui est des poulies il sera facile d'ôter la plus grande partie du frottement qui se fait sur le goujon; car au lieu que le goujon est ordinairement arrêté avec la chappe, & que la poulie roule sur le goujon dans toute sa longueur où il se fait un frottement considerable, on peut arrêter le goujon à la poulie ensorte que le goujon roule sur l'ouverture de la chappe: mais la chappe étant ordinairement une bande de fer plat, le frottement n'y sera pas considerable. On pourra encore le diminuer si l'on fait l'ouverture de la chappe de figure quarrée, car par ce moïen il n'y aura qu'un peu de frottement en deux petits endroits, l'un au dessous où la poulie s'appuïe, & l'autre au côté quand on la fait mouvoir.

Pour ce qui est du frottement de l'aissieu des charrettes & des chariots dans le moyeu de la roue, il est assés difficile d'y trouver quelque remede, & il faut croire que s'il y en avoit, le grand usage qu'on en fait l'auroit fait découvrir. Car l'aissieu ne peut pas être arrêté commodement à la roue pour differens accidens qui arrivent assés souvent aux roues, & pour plusieurs difficultés qui se rencontreroient à faire rouler l'aissieu sous le corps de la charette. Il n'y a donc que l'ouverture du moyeu qu'on

pourroit faire quarrée, mais elle seroit bientôt arrondie par le violent frottement de l'aissieu dans ce trou qui s'agrandiroit par trop en peu de tems. Il est aussi nécessaire que l'aissieu porte dans toute la longueur du moyeu de la roue, à cause qu'un corps plat & de peu d'épaisseur ne pourroit pas resister aux frequentes secousses & cahots qui surviennent dans le mouvement.



DU COIN.

LE coin est un instrument très-simple & d'une très-grande utilité pour fendre le bois, pour détacher des pierres de leur lit naturel, & pour serrer deux corps l'un contre l'autre, & même pour soulever un peu des fardeaux d'une pesanteur immense. Les pieux ou pilotis doivent être faits en coin pour entrer facilement dans le terrein. Mais quoique l'action du coin dépende seulement de la percussion dont il est difficile de donner le rapport avec la pesanteur, nous ne laisserons pas de considerer l'effort qui le pousse, comme celui d'une puissance sans avoir égard à la percussion; & enfin nous tâcherons d'apporter quelques éclaircissemens sur la force de la percussion.

PROPOSITION LXXXV.

EXAMEN *de l'effort du Coin.*

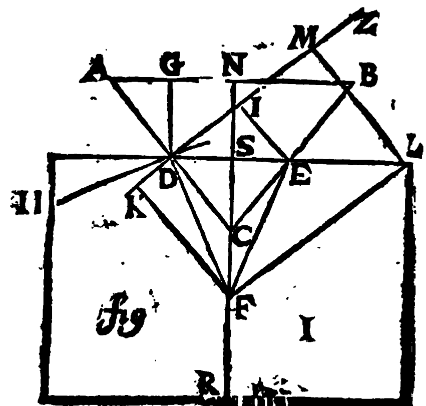
Les faces du coin peuvent être appliquées de deux manieres differentes aux parties du corps qu'elles doivent separer. Car ces faces AC, BC rencontreront seulement le corps qu'elles doivent fendre en deux points D & E comme dans la premiere figure, ou bien elles lui seront appliquées dans toute leur longueur comme dans la seconde figure.

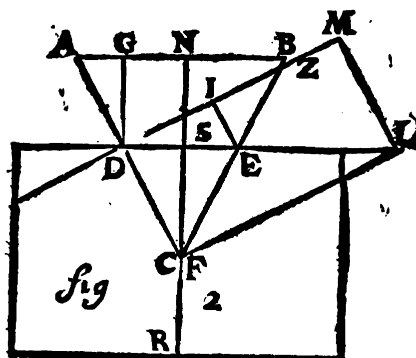
Je suppose d'abord que les faces du coin AC, BC rencontrant en D & en E les extrémités de la fente DFE qu'il doit augmenter en s'y introduisant, ne trouvent aucune resistance par les inégalités ou par la nature de la matiere du coin ni du corps DER, c'est-à-dire que les faces du coin AC, BC sont infiniment polies, & que le corps DRE

ni

le coin ne peuvent faire aucune impression l'un sur l'autre, ni changer leur figure par leur rencontre.

Je suppose encore que le corps DRE ne peut faire aucun ressort, & que toute la resistance qu'il a à être séparé, n'est que dans les liens qui sont dans la ligne FR, selon laquelle il doit être séparé par l'effort du coin.





Soit maintenant la direction NCFR de la puissance N qui pousse le coin pour le faire entrer dans le corps DRE, laquelle passe par l'angle C du coin, & par l'angle F de la fente, & s'étend ensuite dans le corps en FR selon la séparation qui s'y doit faire.

Nous pourrons donc considerer aussi chaque partie du corps DFR, EFR comme deux leviers angulaires & séparés l'un de l'autre qui sont appuïés l'un contre l'autre dans l'étendue de leur bras commun FR, & dont l'angle F tant de l'un que de l'autre est soutenu par un appui, & qu'aux extrémités DE des bras FD, FE qu'on pose égaux, il y a des puissances H appliquées selon la direction HD perpendiculaire à ces bras.

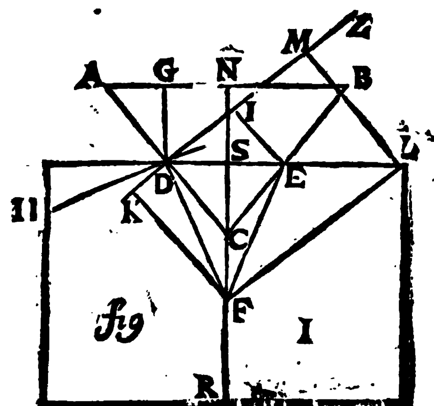
On doit poser la direction de la puissance H perpendiculaire à FD & FE, puisqu'elle represente l'effort du corps DRE pour resister à être séparé au point F, & que cette séparation ne peut commencer à se faire que selon un arc de cercle dont le centre est en F, & qui a pour raïon FD, & que la perpendiculaire HD doit être prise comme la portion indéfiniment petite de cet arc au point D.

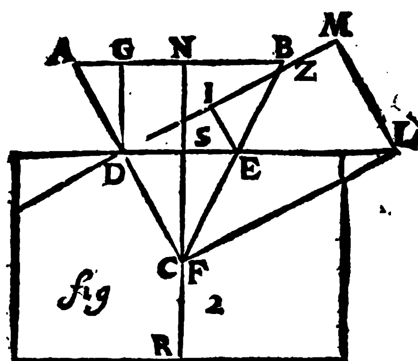
Maintenant puisque la puissance N agit sur le coin selon la ligne NC, on la peut supposer en quel endroit on voudra de sa direction comme en S entre les points D & E, & alors il est évident qu'elle n'agit que de la moitié de son effort de chaque côté en D & E; car le point S coupe DE en deux également, & j'appelle G la moitié de cette puissance N, laquelle agit au point D selon la direction GD parallele à NC.

Mais puisque le point D de la face AC du coin est poussé par la puissance G qui agit contre la face AC, & que cette face n'est pas perpendiculaire à la direction GD, il faut reduire cette puissance à une autre Z qui agisse perpendiculairement contre cette face, c'est-à-dire selon ZD. On prendra donc pour cet effet dans la ligne DE qui est perpendiculaire à GD un point tel qu'on voudra comme E, qu'on supposera l'appui d'un levier ou verge ED, à l'extrémité D de laquelle deux puissances G & Z sont appliquées selon les directions GD, ZD; & si de ce point E on mene les perpendiculaires ED, EI à ces di-

rections, par la quinziéme proposition la puissance G sera à la puissance Z dans l'état de l'équilibre comme EI à ED.

Maintenant si l'on suppose un autre levier ou verge FD perpendiculaire à la direction HD, & de quelle longueur on voudra, puisqu'il est perpendiculaire à HD, & que de son extrémité F on mene la perpendiculaire FK à la di-





rection IDK de la puissance Z, on aura dans l'état de l'équilibre la puissance Z à la puissance H, comme FK à FD, qui sont les perpendiculaires aux directions de ces puissances.

Mais la puissance G étant à la puissance Z comme EI à

ED ; & la puiſſance Z à la puiſſance H, comme FD à FK ; la puiſſance G ſera à la puiſſance H dans la raiſon compoſée de EI à ED, & de FD à FK. Mais ſi par le point F on mene la ligne FL parallele à DI, laquelle rencontre en L la ligne DE, & que par le point L on mene la Ligne LM parallele à FK ; LM ſera égale à FK, & il y aura même raiſon de LM ou bien FK à LD, que de EI à ED. La raiſon compoſée de EI à ED, & de FD à FK ſe reduira donc à celle de FK à LD, & de FD à FK : mais à cauſe de la grandeur commune FK, cette raiſon ſera celle de FD à LD ; la puiſſance G ſera donc à la puiſſance H, comme FD à LD dans l'état de l'equilibre.

Ce ſera la même choſe de l'autre côté au point E. Ainſi le poids N fera un effort en D & en E pour ſeparer le corps DRE, ou bien contre deux puiſſances tout enſemble, dont chacune eſt égale à H, puiſque ces deux puiſſances lui reſiſtent enſemble, comme FD à LD.

Il eſt facile à voir que dans la ſeconde figure la raiſon de FD à LD ſera comme celle de NA à AC, en ſuppoſant comme on fait ordinairement que la figure du coin eſt iſoſcelle : car les deux triangles LDF, CAN ſont ſemblables.

On trouvera auſſi la même choſe ſi l'on cherche par la vingt-troiſiéme propoſition le rapport des deux puiſſances GZ ſuivant leurs directions données, avec celle de l'appui ED dont on a auſſi la direction, & enſuite ſur l'appui FD qui eſt une direction donnée le rapport des deux puiſſances Z & H dont les directions ſont auſſi données ; car celle de G à H ſera compoſée des mêmes qu'on a trouvées cy-devant.

Si l'on pouſſe la tête du coin AB que j'ay ſuppoſée perpendiculaire à la direction de la puiſſance, par quelqu'autre point que N entre G & N, il eſt évident que l'effort de la puiſſance ſe diſtribuant inégalement en D & en E

& dans la raison reciproque des distances jusqu'à ces deux points D & E, le coin glissera dans la fente, & ses faces prendront une position telle que la force s'appliquera également sur les points D & E, ce qui reduit le coin isoscelle à un scalene où la puissance est perpendiculaire à la tête du coin. Il ne sera pas non plus difficile de déterminer l'effort du coin si la direction est oblique à la ligne DE, par la méthode que j'ay donnée cy-dessus en reduisant la direction oblique de la puissance à une autre perpendiculaire à la face du coin. Ce sera aussi la même chose si la puissance agit obliquement contre la tête du coin AB, ou bien si l'on suppose que la figure du coin n'est pas isoscelle, ou enfin si FD & FE ne sont pas égales, car il faudra toûjours reduire l'effort de la puissance à un autre effort perpendiculaire aux faces AC & BC, ou par une seule reduction ou par plusieurs, & chercher l'effort de la puissance distribuée en D & E séparement. Mais toutes ces recherches n'ont aucune utilité, elles apportent seulement quelquefois un peu plus de composition dans le calcul qui se fait toûjours par la même méthode. Il me semble que c'est assés dans les machines de faire connoître tout l'avantage qu'on peut tirer d'une puissance, sans examiner tous les deffauts qui s'y peuvent rencontrer, qui sont quelquefois en trés-grand nombre. On doit seulement remarquer icy qu'on ne peut donner presque aucun coup sur la tête d'un coin sans qu'il porte à faux.

PROPOSITION LXXXVI.

LA *puissance qui est appliquée à pousser le coin, a d'autant plus de force que le coin est plus aigu.*

Cette proposition est évidente par ce qui a été démontré dans la précédente; car puisque la ligne FL doit être

perpendiculaire à la face du coin AC, plus l'angle ACB sera aigu, & plus le point L sera éloigné du point D : c'est pourquoi la raison de la puissance N qui pousse le coin étant toûjours à la resistance du corps, comme FD à LD, si le coin est plus aigu LD sera plus grande, & la puissance N sera moindre, puisque la resistance du corps demeure toûjours la même, & qu'elle a plus grande raison à la puissance N.

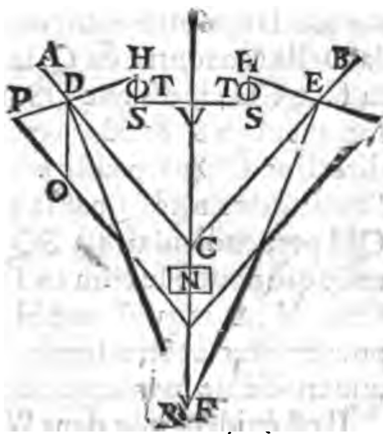
PROPOSITION LXXXVII.

On peut encore démontrer l'effort du coin sur les corps qu'il faut fendre, de la maniere suivante.

Les mêmes choses que dans la proposition quatre-vingt-cinquiéme étant posées, si l'on suppose que le coin ABC est tiré par l'angle C avec un poids N égal à la puissance N qui le poussoit auparavant, il est évident qu'il s'ensuivra le même effet puisque ce poids doit agir sur le coin de même maniere que la puissance, suivant les suppositions.

Mais si aux points D & E du corps DRE où le coin le rencontre, on attache deux fils ou cordes DHS, EHS qui fassent des angles droits FDH, FEH avec les côtés FD, FE de la fente du corps ; & ces cordes étant pliées en H si on y suspend deux poids égaux TT de chaque côté, ou bien le seul poids SS qui ait son centre de gravité V dans la direction des poids qui passent par CF, & que ce corps SS soit égal en pesanteur aux deux poids ensemble TT ; il est évident par la troisiéme ou quatriéme proposition qu'il fera le même effort pour tirer les points D & E, que les deux poids séparés TT. C'est pourquoi s'il y a équilibre entre le poids N appliqué au coin qui agit selon la direction des poids CF, & le poids V qui tire les points D & E selon DH, EH perpendiculaires à FD, FE il faudra

que leurs momens soient égaux ; c'est-à-dire que les produits des poids par les longueurs des bras du levier ausquels ils sont appliqués soient égaux entr'eux, ou bien ce qui est la même chose les produits des poids par les chemins qu'ils sont en état de parcourir dans le même-tems : c'est pourquoi ces chemins doivent être dans la raison reciproque des poids, & si les uns sont donnés, comme icy les chemins par les figures du coin & de la fente, on aura les autres.



Car si l'on suppose que le coin descende par l'espace DO qui sera aussi le chemin du poids N ; la face du coin demeurant toûjours paralle-le à elle-même en descendant, & se trouvant comme en PO quand le poids N est descendu de la hauteur DO, le point D sera parvenu en P suivant la ligne DP qui est perpendiculaire à FD, ou bien ce qui est la même chose le poids V sera remonté de la hauteur PD, il faut donc que dans l'équilibre il y ait même raison entre le poids N & le poids V, qu'entre PD & DO.

Il est facile à voir que le triangle OPD est semblable au triangle LFD de la quatre-vingt-cinquiéme proposition, car dans l'un le côté DO est perpendiculaire au côté DL de l'autre, le côté PD l'est au côté FD, & enfin le côté OP l'est à LF. C'est pourquoi par cette démonstration nous trouvons que le poids N est au poids V qui represente la resistance du corps comme PD à DO, ce qui est aussi comme FD à LD à cause des triangles semblables OPD, LFD, ce qu'on avoit conclu de la quatre-vingt-cinquiéme proposition.

PROPOSITION LXXXVIII.

VOICY *de quelle maniere on peut construire un levier dont les extrémités seront tirées par deux puissances qui representeront les efforts du coin & du corps qui doit être fendu.*

Soit comme dans la quatre-vingt-cinquiéme proposition la face du coin DC, & FD le côté de la fente du corps. Du point S aïant mené la ligne SQ parallele à FD, laquelle rencontre en Q la ligne DZQ perpendiculaire à la face CD; je dis que DSQ est un levier angulaire qui a son appui en S, & dont l'extrémité D étant tirée suivant la direction GD perpendiculaire à SD par la puissance G; & l'autre extrémité Q par la puissance H suivant la direction QH perpendiculaire à SQ, la puissance G representera celle qui pousse le coin en D, & qui est la moitié de la puissance N, & la puissance H representera l'effort du corps pour resister à être fendu d'un côté seulement: & c'est une troisiéme maniere de démontrer l'effort du coin.

Il est évident que dans l'état de l'équilibre la puissance G doit être à la puissance H, comme SQ à SD qui sont perpendiculaires aux directions, par la dixiéme proposition.

Mais pour voir plus clairement le rapport de l'effort de la puissance à la resistance du corps, aïant mené SP perpendiculaire sur DQ, l'effort de la puissance G sera à l'effort d'une puissance Z, qui agit selon la direction DQ, & qui est celle de la face du coin sur le point D, comme SP à SD; & la puissance Z étant à la puissance H qui agit selon la direction QH perpendiculaire à FD, qui est celle du point D du corps à fendre, comme SQ à SP; on aura la raison de la puissance G à la puissance H composée de G à Z & de Z à H, qui est aussi celle de SP à SD & de SQ à SP,

Cette

laquelle se reduit à celle de SQ à SD, à cause de la grandeur commune SP.

Cette raison de SQ à SD est la même que celle de FD à LD dans la figure de la quatre-vingt-cinquiéme proposition ; car elle est composée de raisons semblables, puisque dans la quatre-vingt-cinquiéme proposition EI est à ED ; comme SP à SD dans celle-cy, & dans la quatre-vingt-cinquiéme FD est à FK, comme SQ à SP dans celle-cy.

Enfin si la puissance G est à la puissance H comme SQ à SD, il est évident que les momens de ces puissances seront égaux, puisqu'elles sont entr'elles en raison reciproque des bras du levier par la sixiéme proposition ; & il s'ensuit aussi de-là que l'extrémité D du bras du levier SD ne sçauroit parcourir un espace sans que l'extrémité Q de l'autre bras SQ du même levier ne parcoure un autre espace qui sera au premier dans la raison du bras SQ au bras SD, qui sont aussi ceux que doivent parcourir les poids qu'on a substitués aux puissances dans la quatre-vingt-septiéme proposition, ce qui montre le rapport de ces trois differentes démonstrations pour l'effort du coin sur le corps qu'il doit fendre.

Remarque.

J'ay donné ces trois differentes démonstrations de l'effort du coin, parce que la plûpart de ceux qui ont écrit de Mécanique n'ont point apporté de raisons exactes ou convaincantes de son effort. Quelques-uns l'ont comparé à un levier dont ils n'ont pû determiner certainement le point d'appui ; d'autres l'ont regardé comme un plan in-

cliné, & l'ont ensuite rapporté au levier d'une maniere qui ne convient pas au corps qu'on doit fendre avec le coin; enfin il y en a qui l'ont examiné par son mouvement & par celles des parties du corps qu'il doit fendre, mais ils n'ont pas pris garde avec assés d'attention aux chemins que doivent parcourir les deux corps dans le même tems.

PROPOSITION LXXXIX.

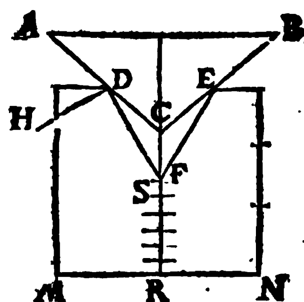
NOUS avons déterminé dans les précédentes propositions quel est l'effort du coin aux points D & E où il rencontre le corps qu'il doit fendre; nous examinerons présentement comment on peut comparer cet effort avec la difficulté de fendre le corps.

On doit considerer que toutes les parties du corps qu'on doit fendre sont jointes les unes avec les autres par des liens qu'il faut rompre pour séparer ces parties.

Par exemple on peut regarder le corps DEMN composé des deux parties DFRM, EFRN qui sont jointes ensemble par leur partie commune FR avec de petits liens qui tiennent à chaque partie, & dont le premier est en F.

Mais la puissance qui pousse le coin étant donnée, on sçait par les précédentes propositions quel doit être la puissance H qui lui resiste selon la direction HD perpendiculaire à FD. C'est cette même puissance H qui doit être la mesure de la force dont le premier lien placé en F doit être rompu. Si ces liens étoient d'une nature à ne pouvoir s'étendre, & que le corps fût infiniment dur, il est évident qu'une très-petite force en H pourroit rompre le premier lien quoiqu'il fût très-fort : car l'angle DFR pourroit être consideré comme un levier qui auroit son appui en F, ou qui seroit retenu par le lien en cet endroit, & dont l'appui seroit au premier lien S au dessous vers R,

l'extremité D de ce levier étant tirée avec la puissance H selon la direction HD, Mais par la troisiéme ou quatriéme proposition il doit y avoir même raison de SF à SD que de la puissance H à la puissance du lieu en F, n'ayant pas d'égard à l'angle SFD; d'où il suit que si la distance FS entre deux liens est fort petite, comme elle le doit être dans les corps, il faudra que le lien soit très-fort pour resister à la puissance H. Par exemple si la puissance H étoit d'une livre, & que SD fût de 100 lignes, & SF de la dixiéme partie d'une ligne, le lien devroit avoir une force pour resister à 1000 livres.



Si le premier lien en F étoit rompu, il est facile à voir que tous les autres ne pourroient pas resister, & qu'ils devroient se rompre plus facilement que le premier; car le bras SD du levier s'augmenteroit toûjours à très-peu près de la distance qu'il y auroit entre les liens rompus, & c'est ce qui fait en partie que les corps qui commencent à se fendre s'éclattent fort avant sans beaucoup de peine.

Mais si le corps est d'une nature molasse & spongieuse dont les liens peuvent s'étendre & les pores s'entr'ouvrir, il arrivera que l'appui S se trouvera fort éloigné du point F, & que par consequent les liens qui seront vers F feront une grande resistance, car dans ce cas il y en aura plusieurs qui soutiendront ensemble l'effort de la puissance H.

PROPOSITION XC.

EXAMEN *de la percussion.*

On ne doute point que la percussion ne soit d'autant plus grande & ne fasse d'autant plus d'effort que le corps

qui frappe est plus pesant & qu'il a plus de vitesse, puisque ce n'est que par la pesanteur & par la vitesse du corps jointes ensemble que se fait l'effort de la percussion. C'est pourquoi il n'est pas possible de comparer l'effort de la percussion avec celui de la pesanteur seule d'un corps : car ce seroit faire la même chose que si l'on vouloit comparer une superficie formée par une ligne qu'on auroit fait mouvoir par un espace avec une ligne toute seule.

On peut pourtant faire quelques comparaisons particulieres des efforts de la percussion avec ceux de la pesanteur, comme d'un poids qui peut avec une vitesse déterminée rompre une piece de bois arrêtée horizontalement dans un mur en la rencontrant à une certaine distance du mur, avec un poids qui la peut rompre y étant appliqué dans le même endroit sans aucun mouvement, & n'agissant que par sa seule pesanteur. De même que si l'on attache un poids à une corde, & qu'en le laissant tomber il bande la corde lorsqu'il sera parvenu à une certaine distance depuis son repos & qu'il puisse la rompre, on pourra faire ensuite la comparaison de ce poids à celui qui rompra la même corde y étant seulement suspendu & sans aucun mouvement.

Ces sortes d'effets qui sont semblables pour les poids qui ont du mouvement, & pour ceux qui n'en ont pas, ne font point connoître en général quel est l'effort de la percussion, mais on sçait seulement par-là, que l'effort d'un corps pesant qui se meut avec vitesse, peut rompre les liens qui tiennent de certaines parties jointes ensemble, de même que l'effort d'un corps pesant sans aucune vitesse.

Ce qui a fort embarrassé ceux qui ont voulu faire quelque comparaison d'un corps pesant qui se meut avec vitesse avec un corps pesant qui n'a point de mouvement, c'est par exemple l'effort avec lequel un marteau qui frappe

un clou avec une médiocre force, le fait entrer dans un morceau de bois, ce qu'un poids immense ne pourroit pas faire étant posé sur le clou; de même que les coups du mouton avec lequel on enfonce les pilotis, ce qui seroit impossible de faire par l'effort de la seule pesanteur. Mais si l'on considere ce qui doit arriver aux parties du bois quand on y enfonce un clou avec un marteau, on verra bien que la seule pesanteur ne sçauroit faire le même effet qu'avec une très-grande peine. Car lorsque le clou est chassé dans le bois avec violence il en rompt les premiers liens qui ne peuvent pas prêter tout d'un coup à l'effort qui leur est fait, & ceux-cy étant rompus les autres ne resistent pas, comme je l'ay démontré dans la proposition précédente; mais quand tous les liens & toutes les parties peuvent ploïer les unes après les autres, & se mettre en ressort pour soutenir chacune une partie de l'effort, le clou ne peut les rompre quoiqu'il soit chargé d'un très-grand poids. On peut appuïer cette raison par quelques expériences, comme si l'on pose un bâton sur le bord de deux verres & en frappant un très-grand coup sur le milieu du bâton on le romp sans que les verres se cassent. De même que si l'on met dans la main un os d'éclanche de mouton, & qu'on l'y soutienne par les extrémités, lors qu'on donnera un coup assés fort sur le milieu de l'os il se cassera sans faire aucune impression sensible sur la main; mais si le coup n'est que médiocre l'os ne se cassera pas & la main portera tout le coup. C'est encore ce qui fait que lorsqu'on tire un peu obliquement un boulet de canon sur la surface de l'eau il n'y sçauroit entrer & il se reflechit; car quoique l'effort qu'il fait sur l'eau soit très violent, il ne peut en séparer que peu de parties, tout d'un coup les autres lui resistant & ne pouvant se déranger si promptement; c'est pourquoi il est contraint de se détourner.

On pourroit encore rapporter plusieurs exemples sem-

blables, mais j'ajoûterai seulement que le coup du mouton ne fait enfoncer les pilotis dans la terre, ou dans le sable, qu'en secoüant tous les petits grains qui sont autour de la pointe du pilotis, & en leur faisant occuper moins de place qu'ils ne faisoient auparavant, ce qui donne lieu à la pointe du pilotis de s'enfoncer, de la même maniere que si l'on posoit un poids considerable & qui eut une assiete plate, sur un vase qu'on auroit rempli de sablon, mais le plus legerement qu'il auroit été possible; car ce poids ne feroit pas enfoncer sensiblement le sablon, & pour peu que l'on frapât contre le vase le sablon se tasseroit & occupant bien moins de place qu'auparavant, aussi-tôt le corps descenderoit. Il est facile à voir que ce secouëment du vase fait glisser la plûpart des grains de sable les uns contre les autres & les arrange en appliquant par les faces ceux qui ne se touchoient auparavant que par les angles, & qui pouvoient soutenir un très-grand poids dans cette disposition.

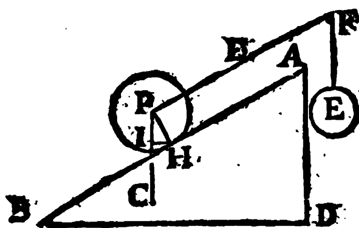


DU PLAN INCLINÉ, ET DE LA VIS.

PROPOSITION XCI.

Si un poids sphérique P est posé sur un plan AB incliné à l'horizon BD, & qu'il y soit soutenu par une puissance ou par un poids E dont la direction soit parallele au plan incliné AB; je dis que dans l'état de l'équilibre le poids P sera au poids ou à la puissance E, comme la longueur AB du plan incliné à sa hauteur ou à son élevation AD sur l'horizon BD.

On peut considerer tout le corps sphérique P reduit dans son centre de gravité P qui pesera autant que tout le corps. Mais la sphére rencontre le plan AB dans le point H, en sorte que la ligne PH menée du centre de la sphére à ce point touchant H est perpendiculaire sur ce plan incliné AB. On peut donc regarder le corps sphérique comme un point P pesant appliqué à l'extrémité P de la verge HP, & dont la direction sera PC qui est celle des poids, & que l'on suppose perpendiculaire à BD. d'un autre côté l'extrémité P de cette verge est aussi retenuë par la puissance E selon la direction FP parallele à AB. Si l'on mene donc du point d'appui H les perpendiculaires HI, HP aux directions par la quinziéme proposition le poids P sera à la puissance E comme HP à HI. Mais le triangle HPI est rectangle & semblable au triangle

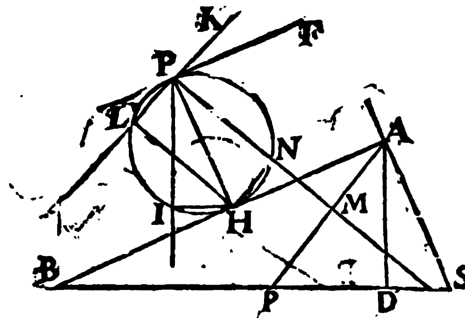


ABD, car ses trois côtés sont perpendiculaires à ceux de celui-cy; HP sera donc à HI comme AB à AD, & par consequent le poids P sera à la puissance E comme AB à AD : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XCII.

MAIS *si la direction de la puissance E n'est pas parallele au plan incliné, il faudra toûjours pour soutenir le poids P une puissance plus grande que celle qui a été déterminée dans la proposition précédente, soit que dans la direction soit au dessus de la parallele, soit qu'elle soit au dessous : mais si la direction est au dessus de la parallele à AB, la puissance ne pourra tout au plus que devenir égale au poids P, & si elle est au dessous elle pourra aller jusqu'à l'infini.*

Si la direction de la puissance K qui soutient le poids P est au dessus de PF comme en PK, aïant mené HL perpendiculaire à PK, le poids P sera à la puissance K comme HL perpendiculaire à PK à HI : mais à mesure que la direction s'élevera au dessus de PF les perpendiculaires comme HL, à ces directions diminueront jusqu'à ce qu'elles viennent égales à HI, & alors la direction de la puissance sera la même que celle des poids, & la puissance portera tout le poids P. Mais si la direction PM est au dessous de PF, les perpendiculaires comme HN qui mesurent le rapport du poids à la puissance qui est representée par HI, diminuent depuis HP jusqu'à



jusqu'à ce qu'elles deviennent égales à HI; & alors le poids & la puissance doivent être égaux. Mais HN diminuant à l'infini jusqu'au point H, donnera un rapport du poids à la puissance qui augmentera à l'infini. Il est évident que tous les points HPLIN seront dans la circonference d'un cercle dont HP est le diametre, à cause des angles droits.

PROPOSITION XCIII.

QUE *l'effort du poids P n'est pas toûjours le même sur le même plan incliné, mais qu'il change suivant la direction de la puissance qui l'y soutient.*

Par la vingt-troisiéme proposition si l'on mene dans la figure précédente la ligne AR perpendiculaire à la direction PM de la puissance qui soutient le poids, le triangle ABR aïant ses trois côtés perpendiculaires aux directions de la puissance, du poids & de l'appui, ces mêmes côtés donneront les rapports que doivent avoir la puissance, le poids & l'appui; & par consequent BR representant toûjours le poids, & AR la puissance, AB sera l'effort qui se fait sur l'appui. Mais BR change suivant les differentes inclinaisons de la direction PM de la puissance; c'est pourquoi les rapports de la puissance à l'appui changeront aussi suivant les differentes inclinaisons de la puissance.

Il est évident que si la direction PM de la puissance étoit parallele à l'horizon BD, les trois côtés du triangle ABD exprimeroient les rapports de la puissance, du poids & de l'appui, de même que si la direction PF de la puissance est parallele au plan incliné: car la ligne AS étant perpendiculaire à PF ou à sa parallele AB, le triangle ABS dont les côtés donnent les trois rapports que l'on cherche sera semblable au triangle BAD: mais dans celui-là le rapport du poids à l'appui sera comme le côté BD à l'hypotenuse BA, au lieu que dans celui-cy ce sera comme l'hypotenuse BA

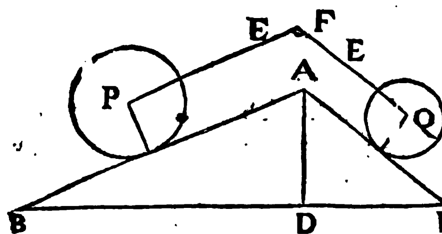
au côté BD, ou bien ce qui eſt la même choſe comme BS à BA.

Enfin ſi la direction de la puiſſance fait avec le plan incliné au deſſus du poids un angle égal à la moitié de l'angle de l'élevation ABD du plan ſur l'horizon, la peſanteur du poids ſera égale à l'effort qu'il fait ſur l'appui; car dans ce cas la ligne AR coupera BR égale à BA, ce qui eſt facile à connoître. Et ſi l'angle IPN de la perpendiculaire à l'horizon & de la direction de la puiſſance eſt double de celui de l'élevation du plan, la puiſſance doit être égale au poids; car BR & AR ſeront alors égales entr'elles.

PROPOSITION XCIV.

Si deux poids ſphériques P & Q ſont placés ſur deux plans AB, AR inclinés à l'horizon BDR & qu'ils ſe ſoutiennent l'un l'autre, c'eſt-à-dire qu'ils ſoient en équilibre, avec des directions FP, FQ paralleles aux inclinaiſons des plans; je dis que ces poids ſeront entr'eux comme les longueurs des plans AB, AR.

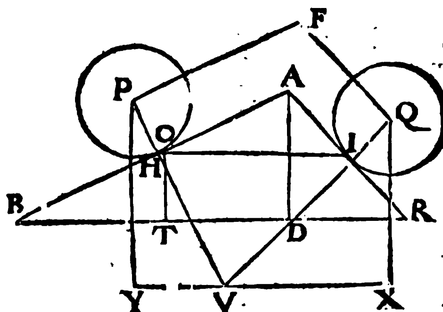
Par la quatre-vingt-dixiéme propoſition le poids P ſera à la puiſſance E qui le ſoutient ſelon la direction PF parallele à AB; comme la longueur du plan AB à ſa hauteur AD. Mais auſſi la puiſſance E qui ſoutient le poids Q ſelon la direction FQ parallele au plan incliné AR, ſera à ce poids Q, comme AD hauteur du plan à ſa longueur AR; donc en raiſon égale le poids P ſera au poids Q, comme AB à AR: ce qu'il falloit démontrer.



PROPOSITION XCV.

SI *deux poids sphériques & égaux P & Q sont placés sur des plans differemment inclinés à l'horizon AB, AR, & qu'ils agissent l'un sur l'autre avec des directions FP, FQ paralleles aux plans; je dis que le moment du poids P sera au moment du poids Q, comme la longueur AR du plan qui soutient le poids Q à la longueur AB du plan qui soutient le poids P, c'est-à-dire que les momens des poids sont entr'eux dans la raison reciproque des plans.*

Puisque les deux poids P & Q sont joints ensemble par les fils ou lignes FP, FQ paralleles aux plans, ils ne peuvent se mouvoir l'un sans l'autre, & ils doivent parcourir des espaces égaux sur leurs plans. Ainsi lorsque le poids Q aura parcouru la longueur du plan AR, le poids P aura parcouru sur son plan AB un espace BO égal à AR. C'est pourquoi le poids Q sera descendu de la hauteur AD perpendiculaire à l'horizon BR, & le poids P ne sera monté que de la hauteur OT sur le même horizon. Mais le moment du poids Q sera le produit de son poids par son chemin AD, & le moment du poids P sera le produit de son poids par son chemin OT; & les poids étant égaux ces momens seront entr'eux comme les lignes AD, OT. Enfin à cause des triangles semblables BAD, BOT il y aura même raison de AD à OT, c'est-à-dire du moment du poids Q au moment du poids P, que de BA à BO égale à AR : ce qu'il falloit démontrer.



J'ay dit que les momens étoient les produits des poids par les chemins, ce qui est la même chose que les produits des poids par les bras du levier; car les chemins seront toûjours en même raison que les longueurs des bras, comme je l'ay démontré dans la quatre-vingt-septiéme proposition sur le coin, & c'est ce que l'on peut faire icy en prenant les points H & I à même distance du point A, & supposant que les poids touchent leurs plans en H & I. Car si l'on prolonge les perpendiculaires QI, PH jusqu'en V; les lignes VI, VH seront égales entr'elles, puisque les deux triangles AIV, AHV doivent être égaux entr'eux; & si on leur ajoûte les lignes IQ, HP aussi égales entre-elles, les lignes VQ, VP seront égales, que l'on pourra considerer comme les bras d'un levier angulaire PVQ qui a son appui en V & qui est chargé de deux poids égaux en P & en Q. Il est évident que ces poids P & Q ainsi appliqués au levier PVQ y feront le même effet que lorqu'ils étoient soutenus comme auparavant sur les plans inclinés AB, AR. Mais ces poids pesent suivant leur direction naturelle qui est par les lignes PY, QX perpendiculaires à BR, ensorte que ce levier angulaire PVQ qui a les bras égaux se reduit à un levier droit YVX parallele à BR, & qui a ses bras VY, VX inégaux. Mais aussi ces poids P & Q peuvent être supposés aux points Y & X de leurs lignes de direction; & puisqu'ils sont égaux, le moment du poids P placé en Y sera au moment du poids Q placé en X, comme le bras VY au bras VX.

Maintenant à cause que les côtés du triangle VXQ sont perpendiculaires aux côtés du triangle ADR, ces deux triangles seront semblables; & par la même raison les deux autres VYP & ABD; c'est pourquoi AB sera à AD comme VP à VY; & AD à AR comme VX à VQ. AB sera donc à AR dans la raison composée de VP à VY, & de VX à VQ; mais VP & VQ sont égales; c'est

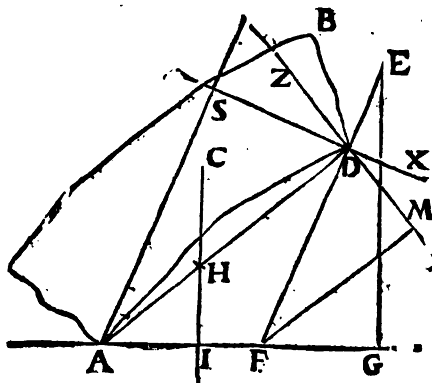
pourquoi cette raison composée se reduit à celle de VX à VY; donc le moment du poids Q sera au moment du poids P son égal dans la position où ils sont, comme AB à AR, qui est comme VX à VY.

PROPOSITION XCVI.

SOIT *un corps ABD tel qu'on voudra qui s'appuie par son angle D contre le plan incliné EF.*

Il faut déterminer le rapport de la pesanteur absoluë du corps ABD à la puissance X qui soutient l'effort du corps en D sur le plan incliné avec une direction XD perpendiculaire au plan incliné EF.

Soit le corps ABD de quelle figure on voudra qui étant soutenu & arrêté en A sur le plan horizontal AG s'appuïe en D contre le plan incliné EF, & soit le centre de gravité du cops au point C.



On peut supposer toute la pesanteur du corps reduite dans son point C, & enfin ce poids C placé où l'on voudra dans sa ligne de direction CI perpendiculaire à AG. Aïant mené la ligne AD par les deux points où le corps est soutenu, l'un sur le plan horizontal AG, & l'autre contre le plan incliné en D, & la ligne AD coupant la ligne CI au point H; on pourra supposer le poids du corps suspendu au point H du levier AD, lequel est soutenu à son extrémité D par une puissance Z selon la direction ZD perpendiculaire à AD. Il est donc évident par la

neuviéme propoſition que le poids C ſera à la puiſſance Z, comme AD à AI qui ſont les perpendiculaires menées aux directions ZD, CI. Mais auſſi à cauſe que le corps qui s'appuïe ſelon la directions ZD contre le plan incliné EF qui lui reſiſte ſuivant XD qui lui eſt perpendiculaire, il faut reduire la puiſſance Z à la puiſſance X appliquée au levier AD, ce qui ſe fait en menant AS perpendiculaire ſur XD. Car la puiſſance Z ſera à la puiſſance X, comme AS à AD ; & par conſequent le poids C ſera à la puiſſance X dans la raiſon compoſée de C à Z & de Z à X, qui eſt celle de AD à AI & de AS à AD, qui ſe reduit à celle de AS à AI : ce qu'il falloit trouver.

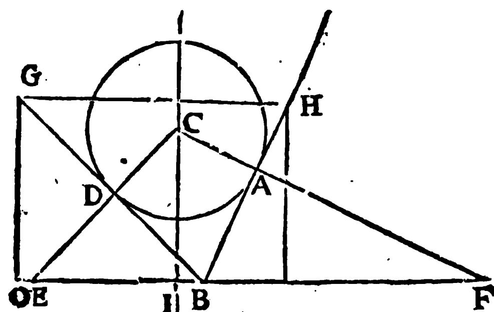
On auroit pû d'abord comparer la peſanteur du corps C avec ſa direction, à la puiſſance X avec ſa direction XD perpendiculaire au plan incliné FE, contre lequel le corps s'appuïe, & l'on auroit trouvé la même raiſon de AS à AI.

PROPOSITION XCVII.

UN *corps peſant de figure ſphérique AD étant ſoutenu par deux plans AB, DB, inclinés à l'horizon EF ; je dis que ſi l'on mene la ligne GH parallele à EF qui forme avec les deux plans AB, DB le triangle GBH, les côtés GB, HB de ce triangle repreſenteront l'effort que le corps peſant fait contre ces mêmes plans, par rapport à la baſe GH de ce triangle, laquelle repreſentera la peſanteur abſoluë du corps.*

Ce corps peſant peut être conſideré comme reduit à ſon centre de gravité C où il peſe ſelon ſa direction naturelle CI perpendiculaire à EF. Mais aïant mené de ce centre C les lignes CA, CD perpendiculaires ſur les plans AB, DB, elles les rencontreront aux points A D où le corps ſphérique les touche ; c'eſt pourquoi le corps ſphérique

s'appuïant sur les plans dans ces mêmes points, on peut considerer le poids C comme un seul point retenu par trois directions CA, CD, CI, & par la vingt-troisiéme proposition le triangle GBH aïant ses côtés perpendiculaires



à ces directions representera les puissances qui leur seront appliquées, qui sont les deux plans qui soutiennent le poids & sa pesanteur absoluë : ce qu'il falloit démontrer.

Conséquence.

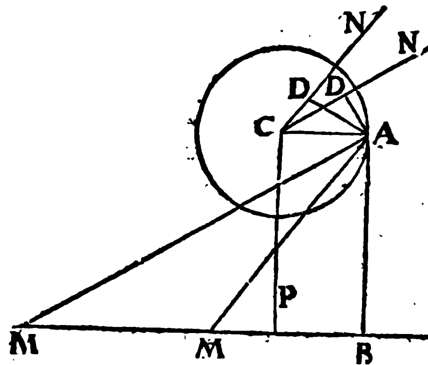
On voit par-là que la pesanteur relative du poids sur les deux plans est toûjours plus grande que sa pesanteur absoluë, puisque les deux côtés d'un triangle pris ensemble sont toûjours plus grands que le troisiéme ; & que cette pesanteur relative sera d'autant plus grande, que les plans feront ensemble un angle plus aigu, quoique le plan horizontal ne soit chargé ou ne porte simplement que la pesanteur absoluë du poids. C'est ce qui montre combien se sont trompés ceux qui ont voulu seulement distribuer la pesanteur absoluë du poids à chacun des deux plans.

On doit aussi remarquer que les deux plans doivent être joints ensemble & se retenir l'un l'autre, ou par le moïen d'un lien particulier, ou par le moïen du plan horizontal auquel ils seront attachés, car sans cela ils s'écarteroient l'un de l'autre en glissant sur le plan horizontal ; & que ce lien soutient l'effort que fait le poids sur les plans inclinés.

PROPOSITION. XCVIII.

Soit la ligne droite AB disposée selon la direction des poids, & qu'au point A soit appuïé un poids de quelle figure on voudra dont le centre de gravité soit C dans la ligne AC perpendiculaire à AB; Je dis que si le centre de gravité C de ce corps qu'on peut considerer comme le corps réüni dans ce point, est tiré & soutenu en équilibre par une puissance N qui ait quelle direction on voudra CN, toutes les lignes AM menées du point A jusqu'à BM perpendiculaire à AB, lesquelles seront paralleles aux differentes directions CN de la puissance N, representeront les differentes puissances N qui peuvent soutenir le corps suivant ces directions par rapport à la pesanteur absoluë du corps qui est representée par la ligne AB.

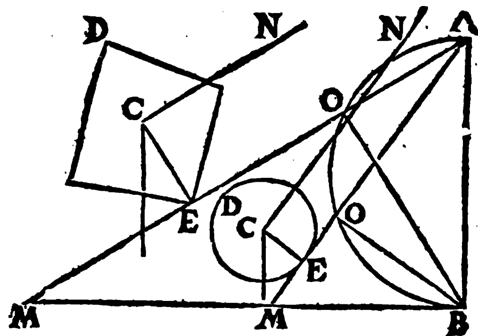
Par l'hypothése la direction CP du poids C sera parallele à AB; & si du point A on mene les perpendiculaires AD sur les directions CN, il est évident par la neuviéme proposition qu'il y aura même raison de AD à AC que la pesanteur absoluë du poids à la puissance N. Mais aussi tous les triangles ADC étant semblables aux triangles ABM, car ils sont rectangles, & les lignes AC, BM & NC, AM étant paralleles les angles ACD seront égaux aux angles AMB, il y aura même raison de AB à AM que de AD à AC, qui est aussi celle de la pesanteur absoluë du poids à la puissance N: ce qu'il falloit démontrer.



PROPOSITION XCIX.

MAIS *si l'on considere les lignes AM de la précédente proposition comme des plans differemment inclinés, & qui ont tous une même hauteur AB au dessus de BM perpendiculaire à la direction des poids AB; & qu'on décrive un demi cercle AOB sur AB pour diametre, & sur un plan perpendiculaire aux plans inclinés; Je dis que les puissances N qui ont des directions paralleles aux plans inclinés AM, & qui soutiennent sur ces plans un même poids sphérique ou d'autre figure, seront toutes entr'elles comme les cordes AO du cercle, lesquelles sont les rencontres des plans inclinés avec le plan du cercle.*

Que le point C soit le centre de gravité du corps DE, auquel point on peut supposer que tout le corps pesant est réüni, & qu'il s'appuïe au point E sur le plan incliné AM par le moïen de la ligne CE perpendiculaire à AM; & que les directions CN des puissances N qui soutiennent le poids



C, soient paralleles à AM qui est la rencontre des plans inclinés & de celui du cercle.

Par la quatre-vingt-onziéme propositic le poids C sera à la puissance N, comme AM à AB. Mai, les triangles

rectangles BAO dans le demi cercle sont semblables aux triangles rectangles MAB; c'est pourquoi AB est à AO, comme AM est à AB : donc le poids C sera à la puissance N comme AB est à AO : & le poids C demeurant toûjours le même ou bien étant par tout égal, toutes les puissances N qui le soutiendront seront entr'elles comme les cordes AO du demi cercle. Il n'est pas nécessaire que les longueurs CE des appuis des poids soient égales puisqu'elles ne changent rien à la puissance N.

PROPOSITION C.

Un corps pesant qui descend sur des plans differemment inclinés, y parcourt des espaces dans un même tems depuis le commencement de sa chute, qui sont égaux aux cordes du demi cercle, lesquelles ont même inclinaison que les plans, le diametre du demi cercle étant placé selon la direction des poids.

Soit le demi cercle AOB qui a son diametre AB selon la direction des poids. Je dis qu'un corps C placé en A parcourra dans un même tems sur des plans inclinés comme AO, des espaces égaux aux cordes AO du demi cercle.

Galilée trouva par experience que les tems qu'un corps emploïoit à descendre sur des plans, comme AM, differemment inclinés à l'horizon, & également élevés sur l'horizon, comme de la hauteur AB, étoient entr'eux comme la longueur des plans qu'ils parcourroient. Et si les espaces que parcourt le corps sur ces plans inclinés sont en raison doublée du tems, ou bien les tems en raison soudoublée des espaces, voicy comme on peut démontrer cette proposition.

Le tems que le corps emploïe à tomber par la perpendiculaire AB sur l'horizon BM, sera au tems qu'il emploïe à tomber au long du plan incliné AM, comme AB

à AM par l'experience de Galilée : mais aussi le tems qu'il emploïe à tomber par AM, sera au tems qu'il emploïe à tomber par AO, comme AM à la moïenne proportionnelle entre AM & AO, qui est la raison soudoublée des espaces; c'est pourquoi en raison égale le tems que le corps emploïe à tomber par AB, sera au tems qu'il emploïe à tomber par AO, comme AB à la moïenne proportionnelle entre AM & AO. Mais à cause des triangles rectangles semblables ABM, AOB ; AM est à AB comme AB à AO ; AB sera donc la moïenne proportionnelle entre AM & AO ; & par consequent le tems de la chute du corps par AB est au tems de la chute par AO, comme à AB à AB, c'est-à-dire qu'il est égal.

Il s'ensuit de-là que les tems de la chute par toutes les parties AO des plans AM differemment inclinés seront entr'elles dans la même raison de AB à AB qui est celle d'égalité : & c'est ce qu'il falloit démontrer.

Je démontreray à la fin de ce traité l'experience que fit Galilée des tems de la chute d'un corps par des plans differemment inclinés, & que les vitesses de ce corps sont égales, quand il est parvenu à l'horizon sur des plans differemment inclinés, ce qui est le principe dont il s'est servi pour démontrer l'experience qu'il avoit faite.

PROPOSITION CI.

On a déterminé dans la quatre-vingt-treiziéme propo-sition l'effort que fait un poids P sur un plan incliné AB sui-vant une direction PH perpendiculaire à ce plan, le poids P étant donné avec la direction PM de la puissance qui le sou-tient sur le plan incliné.

Je dis maintenant que si l'on suppose que le plan incliné AB est l'hypotenuse d'un triangle rectangle ABD, & que son côté BD qui touche le plan horizontal puisse glisser sur ce plan sans aucune difficulté, l'effort du poids sur le plan horizontal par une ligne THV perpendiculaire à l'horizon BD sera à son ef-fort sur le plan incliné comme le côté BD du triangle à son côté ou hypotenuse AB; & son effort suivant une ligne HN perpendiculaire au côté AD sera representé par la ligne AD.

Par la proposition quatre-vingt-treiziéme la ligne AR étant menée perpendiculaire à la direction PM telle qu'on voudra de la puissance, dans le triangle ABR, le côté BR represente la pesanteur absoluë du poids P, la ligne AR represente la puissance qui le soutient sur le plan incliné AB, & la ligne AB l'effort que ce poids fait sur le plan in-cliné AB par la direction PH perpendiculaire à AB.

Maintenant si au lieu du plan incliné AB qui soutient le poids P au point H, on le soutient avec une puissance V ou T dont la direction THV soit parallele à la direction des poids PI ou perpendiculaire à l'horizon BD, & avec une autre puissance N suivant la direction NH parallele à BD; il est évident que la puissance V ou T sera l'effort que le poids fait sur le plan horizontal avec sa direction natu-relle, & que la puissance N est celle qui empêche que le triangle ABD ne glisse sur ce même plan. Mais les trois directions PH, NH, THV étant données avec l'effort que fait le poids P selon PH, le triangle ABD dont les trois

côtés sont perpendiculaires à ces trois directions, donneront les rapports de ces trois puissances : c'est pourquoi BD & AD par rapport à AB representeront les puissances V & N par rapport à la puissance du poids P sur le plan incliné AB, on aura donc la pesanteur absoluë du poids à l'effort qu'il fait perpendiculairement sur le plan horizontal, comme BR à BD, & contre la puissance N, comme BR à AD : ce qu'il falloit démontrer.

Si la direction PM de la puissance M qui soutient le poids sur le plan incliné étoit parallele à l'horizon BD, il est évident que la puissance N sera la même que M ; car alors la ligne AR se joint à la ligne AD, & l'effort que le poids fait sur le plan horizontal par sa direction naturelle, sera égal à sa pesanteur absoluë, puisqu'elle sera comme BR ou BD à BD.

PROPOSITION CII.

LES *mêmes choses étant posées comme dans la quatre-vingt-dix-septiéme proposition ; Je dis que le plan horizontal est seulement chargé de la pesanteur absoluë du poids, & que l'effort du poids sera égal sur chacune des deux puissances qui retiennent les plans inclinés selon les directions paralleles à l'horizon, quoique ces plans aïent des inclinaisons fort differentes, & que cet effort sera à chacune de ces puissances, comme la ligne GH à HO, qui est la distance de GH à l'horizon.*

Dans la figure de la quatre-vingt-dix-septiéme proposition, des points GH aïant mené la ligne HR parallele à

GB, & GS parallele à HB, & les lignes HO, GK perpendiculaires à l'horizon SR, on aura BR, BS & KO égales chacune à GH. Mais par ce qui a été démontré dans la précédente proposition, la pesanteur absoluë du poids P est à l'effort qu'il fait perpendiculairement contre le plan incliné AB, comme BR à BH, & cet effort est à celui qu'il fait perpendiculairement sur le plan horizontal, comme BH à BO : donc la pesanteur absoluë du poids P sera à l'effort qu'il fait perpendiculairement sur le plan horizontal, comme BR ou GH son égale, à BO.

On démontrera de la même maniere que ce même poids P, qui fait aussi un effort sur le plan GB, fera un effort sur le plan horizontal, ensorte que la pesanteur absoluë du poids sera à cet effort, comme GH à KB : donc la pesanteur absoluë du poids P sera aux deux efforts qu'il fait sur le plan horizontal en s'appuïant contre les plans inclinés comme GH à la somme de BO & de BK, qui est égale à OK ou à GH : c'est pourquoi l'effort que fait le poids sur le plan horizontal est celui de sa puissance absoluë, de même que s'il s'appuïoit immediatement sur le plan horizontal : ce qu'il falloit démontrer d'abord.

Maintenant puisqu'on a aussi démontré dans la précédente proposition que la pesanteur absoluë du poids P sera à la puissance N qui agit selon la direction NA qui est perpendiculaire à HO, ou bien qui est parallele à l'horizon, pour soutenir l'effort du poids P, comme BR ou GH à HO ; & que ce sera la même chose de l'autre côté où la pesanteur absoluë du poids P sera à la puissance L selon la

direction LD parallele à l'horizon, comme BS ou GH à GK égale à HO; il est évident que le poids P fera des deux côtés des efforts égaux selon les directions paralleles à l'horizon, & que les deux puissances N & L, qui le soutiendront suivant des directions paralleles à l'horizon doivent être égales entr'elles, quelque inclinaison que puissent avoir les plans inclinés qui soutiennent le poids P, & sur lesquelles les puissances N & L agissent ou directement aux points A & D, ou bien perpendiculairement contre les plans HO, GK, aux points X, Q, ce qui est la même chose.

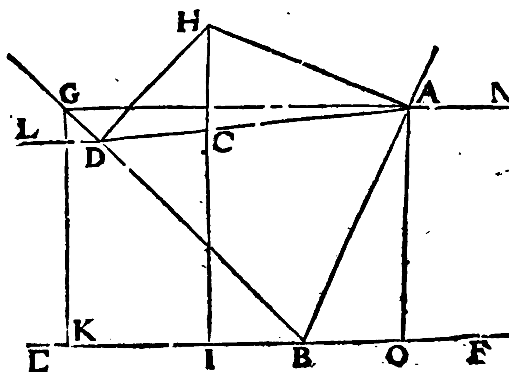
Mais comme le poids P agit également des deux côtés contre des puissances paralleles à l'horizon, si les plans inclinés BH, BG où les deux triangles BHO, BGK sont attachés ensemble par le point B ensorte qu'ils ne puissent pas se séparer, l'effort du poids qui les pousse pour les écarter ne les pourra pas faire glisser d'un côté ni d'autre sur le plan horizontal, ce qui ne seroit pas ainsi si l'une des deux puissances N ou L devoit être plus grande que l'autre pour resister à l'effort du poids : & c'est ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION CIII.

Un levier ou verge AD étant donnée de grandeur avec le poids C suspendu ou attaché à l'un de ses points C; il faut déterminer la position que le levier doit avoir pour demeurer placé entre deux plans BD, BA inclinés & donnés de position à l'égard de l'horizon EF.

On doit considerer la resistance que font les plans BA, BD au levier AD selon les lignes DH, AH perpendiculaires à ces plans; ainsi on peut reduire ce problême à la proposition trente-uniéme : car on trouvera la position AD du levier entre les directions HA, HD des puissances

qui le soutiennent par ses extrémités, lesquelles font un angle donné AHD qui est le supplément de l'angle des plans ABD; & ce levier AD doit être appliqué de telle maniere dans cet angle que la direction HI naturelle des poids qui passe par le point H passe aussi par le point C donné sur le levier; car l'angle DHI ou AHI sera aussi donné, & ces trois directions étant données ce sera la même chose que si l'on avoit les trois poids ou les trois puissances.



Aiant mené quelque ligne AG parallele au plan horizontal & les deux perpendiculaires AO, GK sur l'horizon, on démontrera comme dans la précédente proposition que l'effort perpendiculaire du poids C sur le plan horizontal, sera égal à sa puissance absoluë, puisquelle sera à cet effort comme AG à OK, qui sont égales entr'elles; & de plus que les efforts seront égaux sur chacune des puissances LN qui ont des directions paralleles à l'horizon, quoique les deux lignes HA, HD ne soient pas égales entr'elles comme PA, PD dans la précédente proposition, puisque cette égalité ne fait rien à ces efforts.

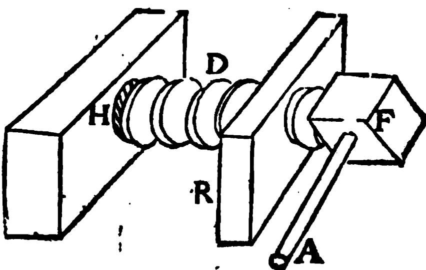
Il est facile à voir que si l'on plaçoit le levier AD dans une autre position que celle que nous venons de déterminer, il couleroit sur les plans inclinés tant que l'une des extrémités fût jointe à l'angle B que font les plans, & que tout le levier fût couché sur l'un des plans, car la resistance des plans n'étant pas proportionnée à l'effort de la puissance

puissance des deux côtés, le plus grand l'emporteroit sur le plus petit.

PROPOSITION CIV.

DESCRIPTION *de la vis, & la mesure de son effort.*

La *vis* est un cylindre comme D qui est creusé en spirale. Elle entre en s'appliquant dans une autre spirale formée de la même maniere dans quelque corps R que l'on appelle *écrou* de la vis; ensorte qu'en tournant la vis on fait avancer l'écrou si la vis est árrêtée par l'une de ses extrémités de telle maniere qu'elle puisse seulement se mouvoir circulairement, ou bien si l'écrou est arrêté ferme on fait avancer la vis. Ce sera la même chose si l'on fait mouvoir l'écrou.

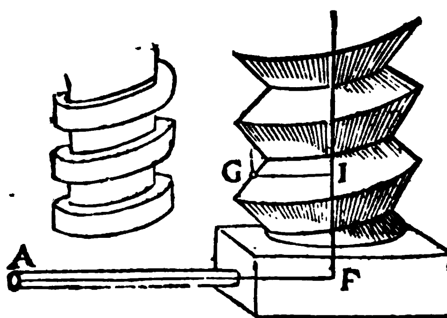


Il y a deux sortes de vis, l'une que l'on appelle droite & l'autre gauche. La droite est celle que l'on fait entrer dans l'écrou immobile en la tournant de gauche à droite; la gauche est celle au contraire qui y entre en la tournant de droite à gauche. C'est la même chose pour l'écrou; car celui qui s'accommode à la vis droite s'avance aussi sur la vis immobile en le tournant de gauche à droite; & l'autre au contraire.

Dans l'usage le plus ordinaire de la vis on la fait avancer dans l'écrou immobile par le moïen d'un bras AF qui est arrêté dans la tête de la vis. Soit donc dans la figure suivante qui represente une portion de vis, l'axe HF de la vis, qui est aussi l'axe du cylindre autour duquel on a formé

la vis, ensorte que chaque point des pas de la vis qui sont également éloignés de l'axe s'élevent également au long de l'axe.

Il est facile à voir que si la surface des pas de l'écrou s'applique exactement contre la surface des pas de la vis qu'elle touche, il y aura un très grand frottement & que la plus grande partie de l'effort de la puissance qui fait marcher la vis, sera emploïée à le surmonter. Il seroit donc plus avantageux que la vis ne touchât l'écrou que dans une ligne tournée autour de la spirale & également éloignée par tout de l'axe de la vis. C'est aussi ce que nous considerons icy pour mesurer l'effort de la vis, quoique ce soit la même chose pour l'effort de la puissance que la vis touche l'écrou dans une ligne ou dans toute sa surface si l'on n'a point d'égard aux frottemens. On peut encore reduire l'application de la vis à l'écrou à un seul point pesant comme G qui doit monter au long des pas de la vis en demeurant toûjours également éloigné de son axe lequel on suppose placé selon la direction des poids; car il ne faudra pas plus d'effort à la puissance pour élever ce point que pour élever toute la ligne qui sera aussi éloigné de l'axe que le point.

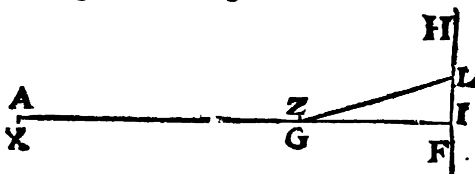


Cecy étant posé, on pourra facilement reduire l'effort de la vis au plan incliné : car la distance GI depuis l'axe jusqu'au point G qui doit être élevé, est donnée; la hauteur des pas de la vis est aussi donnée avec la longueur du bras AF depuis le point A où l'on suppose que la puissance est appliquée jusqu'à l'axe au point F. C'est pourquoi quand l e

bras aura fait une converſion entiere autour de l'axe HF le point G doit être monté de la hauteur d'un pas de la vis en décrivant une ſpirale autour de l'axe ; & ce ſera la même choſe pour une partie de converſion.

Que la ligne HF repreſente donc l'axe de la vis, & la ligne IA qui lui eſt perpendiculaire ſoit égale à la circonference du cercle laquelle eſt décrite ſur la longueur du bras FA de la vis comme demi diametre ; & IG ſoit auſſi la circonference du cercle décrit ſur le raïon GI, qui eſt la diſtance de l'axe au point G ; & qu'enfin IL ſoit la hauteur d'un pas de la vis.

La ligne IA étant ſuppoſée horizontale ou perpendiculaire à la direction des poids, il eſt évident que la ligne GL repreſentera le plan incliné au long duquel il faut que le poids G monte dans une converſion entiere de la vis ou du bras AF : car pendant que le poids G s'éleve de la hauteur de IL il parcourt une ligne égale en longueur à GL.



Maintenant que la puiſſance qui eſt appliquée à l'extrémité A du levier ſoit appellée X, il eſt évident par la troiſiéme ou quatriéme propoſition que l'effort que la puiſſance X fera ſur le point G, que j'appelle la puiſſance Z qui eſt X reduite, ſera à cette puiſſance X, comme AF à GI qui ſont les diſtances depuis l'axe juſqu'aux points A & G, ou bien les raïons des cercles égaux à IA, IG. Mais l'effort de la puiſſance Z avec la direction AI pour ſoutenir le poids G ſur le plan incliné ſelon ſa direction naturelle & parallele à HF, avec l'effort que ce poids fait perpendiculairement ſur le plan incliné GL, ſeront repreſentés par les trois côtés du triangle GIL qui ſont perpendiculaires à ces trois directions, dans l'état de l'équilibre : c'eſt pourquoi la puiſſance Z ſera à la peſan-

teur absoluë du poids G, comme LI à GI. Mais la puissance X étant au poids G dans la raison composée de X à Z & de Z à G, elle le sera aussi de celles des lignes GI à à AI & LI à GI. Mais cette raison composée se reduit à la simple de LI à AI, c'est-à-dire de la hauteur d'un pas de la vis à la circonference du cercle décrit sur la longueur du bras qui fait mouvoir la vis.

Ce qu'on vient de démontrer pour un poids G qui s'applique aux pas de la vis, doit s'entendre de même de quelque puissance que ce soit qui pousse les pas de la vis ou l'écrou selon la longueur de l'axe de la vis, pendant que la puissance qui meut la vis, agit perpendiculairement sur l'axe par le moïen du bras AF.

On peut tailler la vis sur le cylindre en deux manieres differentes en faisant que les pas soient angulaires, qui est la plus ordinaire, ou bien en les faisant quarrés, comme les deux figures le representent; mais la même démonstration servira toûjours pour ces deux especes de vis. La seconde espece est plus solide que la premiere pour l'usage, surtout dans les grosses vis de bois; car les arrêtes étant à angle droit ne sont pas si sujettes à se rompre que les autres qui sont ordinairement d'un angle de 60 degrés; outre que l'effort se fait sur une plus grande épaisseur de la matiere dont la vis est formée dans celle-cy, & que dans celle qui est angulaire l'effort se fait obliquement sur la face de l'angle & sur une moindre épaisseur de la matiere.

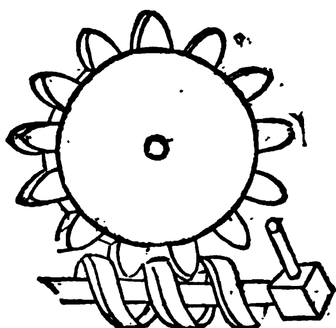
PROPOSITION CV.

DE *la vis sans fin.*

La vis sans fin n'est pas une espece de vis particuliere, mais ce n'est qu'une machine composée d'une vis ordinaire & d'une rouë dentée. On l'appelle vis sans fin à cause de son usage: car en faisant tourner la vis sur son axe

comme un cylindre ou rouleau, ses pas rencontrant les dents de la rouë ils les poussent, & les faisant avancer ils font tourner la rouë sur son axe, l'axe de la vis doit être placé dans le plan de la rouë.

Pour l'augmentation de l'effort de la puissance dans cette machine, elle est la même que celle de la vis, si ce n'est qu'au lieu de l'écrou que les pas de la vis rencontrent, ce sont icy les dents de la rouë, & que par ce moïen l'effort de la puissance peut être encore augmenté consi-



derablement, si les poids ou la puissance qui doit être mue est proche de l'axe de la rouë, ce qui est facile à connoître par ce qui a été démontré cy-devant.

Il seroit impossible de faire le même effort de la vis sans fin sur la rouë dentée en se servant d'un pignon qui s'engrenneroit dans les dents de la rouë : car puisqu'à chaque tour de la vis la rouë doit s'avancer d'une dent, il faudroit que le pignon n'eût qu'une dent pour faire le même effet, ce qui ne peut pas se mettre en execution.



DE QUELQUES MACHINES composées des précédentes.

ON donne icy plusieurs machines qui peuvent servir beaucoup dans la physique, puisqu'elles sont tirées pour la plûpart des mouvemens qui se rencontrent dans la nature. On a choisi les plus considerables de celles qui sont connuës jusqu'à present pour faire entendre les autres & celles qu'on pourra découvrir dans la suite. Les démonstrations qu'on en apporte sont fondées sur les précédentes.

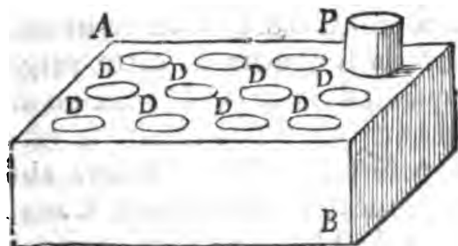
PROPOSITION CVI.

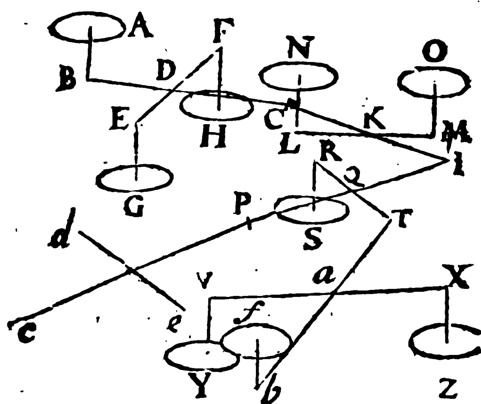
CONSTRUCTION *mécanique d'une boëte, sur laquelle un poids étant posé il fait le même effort sur toutes les surfaces de la boëte, que si elle étoit remplie de liqueur & qu'elle fut chargée dans le même endroit où est le poids, d'une quantité de la même liqueur aussi pesante que le poids.*

La boëte AB peut être de quelle grandeur on voudra, le dessus & le dessous sont percés de plusieurs trous D égaux entr'eux, & bouchés par des pieces de la même matiere que la boëte, ensorte que ces deux surfaces ne laissent pas d'être aussi unies que s'il n'y avoit point d'ouvertures. Le dedans de la boëte est disposé de telle maniere pour soutenir toutes les pieces ou platines D qui bouchent les ouvertures, que si l'on pose un poids P tel qu'on voudra comme d'une livre sur l'une des platines des ouvertures, toutes les autres platines tant du dessus que du dessous de la boëte seront poussées en dehors chacune avec

un effort égal à celui du poids P, qui est d'une livre dans cet exemple.

Pour ce qui est des pieces qui composent le dedans de cette machine, je suppose que leur pesanteur ni les frottemens ne peuvent apporter aucun empêchement à leur effet.





A represente l'une des platines du dessus de la boëte & celle sur laquelle on met le poids P. A chacune des platines tant du dessus que du dessous de la boëte il y a un pied qui y est attaché ferme ou soudé; la hauteur de ce pied doit être de la moitié de l'épaiseur ou de la hauteur de la boëte, comme AB, GE, HF, LN, MO, &c. ensorte que toutes les extrémités de ces pieds comme BEFLM

répondent au milieu de la boëte. Maintenant si l'on joint ensemble avec la verge EF les extrémités EF de deux pieds qui appartiennent aux platines GH telles qu'on voudra du dessous de la boëte, & que cette verge soit bien arrêtée aux extrémités des pieds ; & qu'au milieu D de la verge EF on applique une autre verge BDC qui soit jointe à l'extrémité B du pied AB, & de telle maniere qu'elle puisse se mouvoir aux points B & D d'un mouvement de haut en bas seulement, la longueur de cette verge BC étant double de BD qui est donnée par la position des platines AGH ; il est évident que si l'extrémité C est arrêtée, le poids de 1 livre posé sur la platine A fera aussi un effort de 1 livre sur chacune des platines GH. Car 1 livre posée en A ou en B, ce qui est la même chose puisqu'on suppose que le dessus & le dessous de la boëte sont paralleles à l'horizon ou perpendiculaires à la direction des poids, & que les pieds des platines leur sont posés à angle droit, fera un effort de 2 livres au point D par la troisiéme proposition, & cet effort de 2 livres en D en fera un de 1 livre en E & en F, ou bien sur les platines G & H.

Mais si l'on joint ensemble les pieds LM de deux platines NO telles qu'on voudra du dessus de la boëte, par le moïen d'une verge LM qui soit arrêtée ferme aux extrémités LM, & que l'on fasse passer une autre verge CKI par le milieu K de la verge LM, ensorte que CKI soit arrêtée en K & jointe à l'extrémité C de la verge BC, & qu'elle soit mobile de haut en bas en C & en K sur les points CK ; si l'on prend KI égale à CK & que l'extrémité I soit arrêtée, il est évident que le poids de 1 livre en A qui fait un effort de 2 livres sur le point D où il s'appuïe, ou bien de 1 livre en G & en H, en fait aussi un de 1 livre pour élever le point C. Mais l'effort de 1 livre qui releve l'extrémité C de la verge CI qu'on suppose retenuë en I, en fait un de 2 livres pour élever le point K,

ou

ou bien un de 1 livre à chaque extrémité LM de la verge LM, ou ſur les platines NO pour les élever.

Maintenant s'il y a une verge RT comme les autres, qui ſoit arrêtée comme les autres par ſon extrémité R au pied SR d'une platine d'embas S & par ſon extrémité T où l'on voudra ; ſi l'on applique au milieu Q de la verge RT une autre verge IP qui ſoit jointe à l'extrémité I de la verge CI & dont la longueur ſoit double de IQ. Aïant encore joint les pieds VX des platines d'embas YZ par la verge VX qui porte dans ſon milieu *a* le milieu d'une verge T *b* qui eſt jointe à l'extrémité T de la verge RT & dont l'autre extrémité *b* eſt arrêtée au pied de la platine ſuperieure *f*. Enfin ſi l'extrémité P de la verge IP eſt auſſi jointe à l'extrémité P d'une autre verge P *c* qui s'appuïe par ſon milieu ſur le milieu d'une verge *e d* qui joint auſſi les pieds de deux platines de la boëte ; il ſera facile à voir que le point I de la verge CI qu'on avoit ſuppoſé arrêté, reçoit du poids A l'effort de 1 livre pour être abbaiſſé, & que cet effort ſera celui de 2 livres au point Q pour l'abbaiſſer auſſi, ſon extrémité P étant retenuë. Mais l'effort de 2 livres en Q fait un effort de 1 livre ſur chaque point RT de la verge RT, & par conſequent la platine S ſera pouſſée avec l'effort de 1 livre. Le point T qui fait auſſi un effort de 1 livre pour pouſſer en bas étant appliqué à la verge T*b* en fait un de 2 livres en *a* ; & par conſequent un de 1 livre ſur les extrémités VX de la verge VX & ſur les platines YZ, & ſemblablement un de 1 livre au point *b* pour l'élever ; & ſi ce point *b* porte le pied d'une platine *f* il l'élevera avec l'effort de 1 livre. Si au lieu du pied de la platine *f* qu'on a arrêtée en *b* on y avoit accommodé à l'extrémité d'une autre verge, on auroit fait la même choſe que dans les précédentes.

Le point P de la verge IP qui ſe joint à l'extrémité de la verge *c* P fait auſſi un effort de 2 livres au milieu de

cette verge, & par consequent un effort de 1 livre sur les extrémités *e d* d'une autre verge *e d* qui la coupe & qui en est coupée en deux également. Ces extrémités *e d* peuvent aussi porter les pieds de deux platines & faire le même effet que les autres.

On peut multiplier les verges comme on a fait en T en y appliquant une verge T *b* au lieu du pied d'une platine comme dans les autres, & par ce moïen on peut transmettre l'effort du poids P qui sera de telle pesanteur qu'on voudra, à toutes les platines tant du dessus que du dessous de la boëte, où il fera sur chacune le même effort qu'il fait sur la platine A.

On pourroit aussi placer les verges à differentes hauteurs, pourveu qu'elles fussent paralleles au dessus & au dessous de la boëte, en faisant les pieds de deux platines qui sont jointes par une même verge, un peu plus longs ou plus courts que la moitié de la hauteur de la boëte; mais il faudroit aussi que la partie de la verge qui les croise & qui la rencontre dans son milieu, eût un coude pour pouvoir gagner le plus ou le moins de hauteur des pieds des platines. Par ce moïen les verges pourroient se croiser l'une sur l'autre en differentes manieres sans s'embarasser.

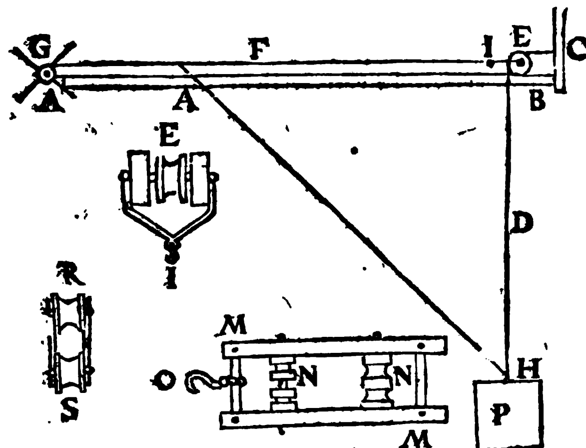
On pourroit encore faire la même chose pour des platines qui seroient placées dans les côtés de la boëte, puisqu'il est très-facile de changer l'effort naturel des poids qui est de haut en bas, en un autre qui soit horizontal.

PROPOSITION CVII.

COMMENT *on peut élever un poids par un mouvement oblique.*

Soit le poids P qu'il faut élever obliquement de P en A, la machine qui sert au mouvement étant à la hauteur de A.

Soit une coulisse AB composée de deux pieces de bois qui sont seulement éloignées l'une de l'autre autant qu'il faut pour laisser passer librement la corde qui soutient le poids P, & qui soit posée horizontalement. La corde CDH qui soutient le poids P est arrêtée ferme en C vers l'extrémité B de la coulisse, & passe dans l'ouverture entre les deux pieces de bois dont elle est faite : elle passe aussi par dessus une roulette E composée de trois pieces, à sçavoir de deux roulettes ou rouleaux à ses extrémités & d'une poulie entre-deux sur laquelle passe la corde CDH. Vers l'extrémité A de la coulisse il y a un treüil G avec ses bras pour tirer la corde F qui tient à la chappe I de la roulette.



Il est facile à voir par la construction de cette machine que lorsque la corde IF tirera la roulette E de B vers A, le poids P montera obliquement de H en A, & que l'élevation du poids P sera égale à la longueur de la coulisse AB.

On pourra faire aussi que l'élevation du poids P soit en

quelle proportion on voudra avec son chemin horizontal, par exemple que le poids P soit élevé de 20 pieds pendant qu'il en parcourra 60 horizontalement.

Pour cet effet on poura mettre le mouvement de la corde F qui tire la roulette E de B vers A, à l'extrémité B de la couliſſe avec une poulie de renvoy vers A; ainſi le treüil étant placé vers B qui tirera la corde F, fera avancer la roulette de B vers A. Mais alors il faudra que la corde CDH qui ſoutient le poids P, ſoit tortillée ſur le rouleau du treüil & qu'elle ne ſoit pas attachée immobile en un point C, comme cy-devant; il faudra encore que l'endroit du rouleau où elle eſt tortillée ait ſon diametre plus petit que celui où ſe tortille la corde F lorſque le treüil fait avancer la roulette E ſur la couliſſe, & que la corde D ſoit tortillée en ſens contraire à celui de la corde F, afin qu'elle ſe devide à meſure que l'autre s'entortille. La proportion du diametre de la partie du rouleau du treüil où s'entortille la corde F, au diametre de l'autre partie où la corde D eſt tortillée, doit être comme le chemin horizontal à la difference des deux chemins, qui eſt icy comme 60 à 40, ou bien comme 3 à 2. Car alors quand la corde F aura tiré par exemple la roulette E ſur ſa couliſſe par l'eſpace de 6 pieds, la partie du rouleau où la corde D eſt tortillée l'aura devidée de 4 pieds, & par conſequent le poids P ne ſera monté encore que de 2 pieds, quoiqu'il ait parcouru 6 pieds de mouvement horizontal.

Ce ſera la même choſe pour quelqu'autre proportion que ce ſoit de l'élevation. Il faut ſeulement remarquer que ſi l'on vouloit que le poids P fit un plus grand mouvement en hauteur, qu'en longueur, par exemple s'il falloit l'élever de 30 pieds pendant qu'il n'en parcourroit que 10 en longueur ou horizontalement, il faudroit que le diametre du rouleau pour la corde F fut au diametre de la partie du rouleau pour la corde D comme 10 qui eſt

le chemin horizontal, à la difference 20 des deux chemins. Car si à chaque tour du treüil la corde F fait 3 pieds de chemin, la corde D en fera 9, car les circonferences des rouleaux sont en même raison que leurs diametres; & par consequent le poids P montera de 6 pieds à cause des diametres des parties du rouleau, & il monte encore de 3 pieds dans le même tems qui est égal au mouvement horizontal.

Pour ce qui est de la vitesse du mouvement on pourra la donner telle qu'on voudra; car si le treüil ne peut pas tirer les cordes qui font le mouvement avec toute la vitesse qu'on demande, il le faudra faire par le moïen d'un contrepoids fort pesant qu'on élevera à une hauteur égale au mouvement horizontal, & aïant attaché ce contre-poids à une corde tortillée sur le rouleau où les autres cordes qui servent au mouvement sont aussi tortillées, mais en sens contraire, lorsqu'on lachera le contre-poids, il fera tourner le rouleau avec une grande vitesse.

On modere ordinairement ce mouvement par le moïen d'une corde qui sert à faire la détente, & qui étant appliquée contre quelque corps où elle glisse & retenuë ensuite avec la main on la lache à proportion de la vitesse qu'on veut donner à la machine. Cette même détente sert aussi à rendre le mouvement égal, qui seroit autrement fort inegal à cause de l'acceleration du contrepoids en descendant.

Quand on se sert de plusieurs cordes qui sont éloignées les unes des autres pour élever le même poids, ou ce qui est la même chose, qui le soutiennent en differens endroits, il faudra au lieu de la roulette E se servir d'un chassis ou assemblage de bois comme MM, dans lequel il y aura des rouleaux comme N qui serviront de poulies pour passer les cordes par dessus, ces rouleaux tournant sur leurs axes qui entrent dans les longues pieces du chassis. Ce chassis doit couler sur les deux pieces de la

coulisse étant tiré par un crochet O où l'on attache la corde qui sert à son mouvement : mais il faut que le chassis soit entretenu sur les coulisses de peur qu'il ne tombe d'un côté ou d'autre.

On pourroit aussi au lieu de coulisse se servir d'une seule corde bien tenduë sur laquelle passeroit une poulie comme R qui en soutiendroit une autre S qui serviroit pour soutenir la corde du mouvement pendant que la poulie R couleroit en roulant sur la corde qui serviroit de coulisse.

Je ne parle point de quelle maniere on peut faire ces coulisses & les retenir en differens endroits pour les rendre solides, puisque c'est l'affaire des ouvriers qui travaillent à la charpente.

On peut faire aussi de ces sortes de mouvemens qui se croiseront sans s'embarrasser. Car si l'on se sert de chassis comme je le viens d'expliquer, il est facile à voir que les coulisses pourront être coupées & interrompuës en quelques endroits dans un petit espace de 4 ou 5 pouces, ce qui peut suffire pour laisser passer la corde qui soutient un poids qui se meut d'un mouvement different de celui qui est porté sur la coulisse qu'on a coupée, sans que le mouvement de ce poids en soit empêché. Car le chassis aïant ses longues pieces appuïées sur celles de la coulisse, il peut passer facilement par dessus l'ouverture de la coulisse.

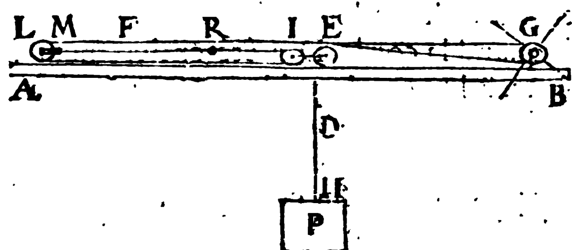
Ce que j'ay expliqué de l'élevation des poids se doit entendre de même de leur descente.

PROPOSITION CVIII.

DES *mouvemens obliques & interrompus.*

Si la corde D du poids P est entortillée sur le rouleau du treüil G, & que la corde F qui doit tirer la roulette E par le moien de la poulie de renvoi L sur laquelle passe la

corde F pour aller s'attacher à la chappe de la roulette E, passe encore sur une autre poulie I qui tient à la chappe de la roulette E, & qu'elle soit enfin arrêtée en M vers la poulie L, il est évident que lorsque le treüil tournera pour tirer la corde F, il devidera à même tems la corde D qui est tortillée sur le rouleau G en sens contraire de la corde F. Mais si la corde F se tortille sur le rouleau G de six pieds de longueur, le poids P descendra à même tems de six pieds de hauteur, & il sera aussi à même tems relevé par le mouvement de la roulette au long de sa coulisse.



Mais la corde F aïant été tirée de la longueur de 6 pieds elle n'a dû faire avancer la roulette que de 3 pieds; car comme elle passe par dessus la poulie I, & qu'elle est arrêtée en M, elle ne doit faire avancer la poulie I & la roulette E qui tiennent ensemble dans la même chappe, que de la moitié de son mouvement.

C'est pourquoi quand la corde F s'est tortillée sur le rouleau G de 6 pieds de longueur, & que la corde D s'est aussi détortillé ou devidée de 6 pieds de longueur la roulette E n'aura fait que 3 pieds de chemin; & par consequent le poids P ne sera remonté que de 3 pieds par le mouvement de la roulette E; il paroîtra donc être descendu de 3 pieds qui est autant que la roulette a fait de chemin sur sa coulisse, c'est pourquoi il descendra par ce moïen par un angle demi droit, ou bien il descendra autant qu'il s'avancera.

Enfin si la corde D qui est attachée au treüil, s'est toute devidée & qu'elle commence à s'entortiller du même sens que la corde F, alors le poids P remontera ; mais il doit monter trois fois autant qu'il s'avance vers L. Car si les cordes D & F se sont entortillées de 6 pieds sur le rouleau du treüil, le poids doit être remonté de la hauteur de 6 pieds par le moïen de sa corde D, & il doit aussi être remonté de 3 pieds par le moïen de la roulette E qui l'entraine & qui parcourt 3 pieds pendant que sa corde est tirée de 6 pieds ; donc le poids se sera élevé de 9 pieds pendant qu'il aura parcouru seulement 3 pieds en longueur, qui est le mouvement de la roulette E.

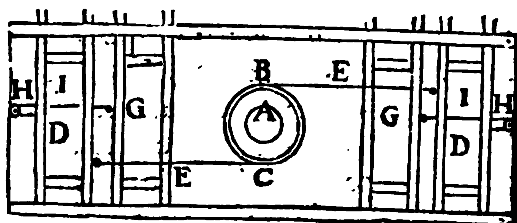
Mais quand la corde D a été entierement devidée de dessus le treüil & que le poids a commencé à remonter, s'il y avoit eu un arrêt à la corde F comme en R à l'endroit qui passoit alors par dessus la poulie I, ensorte que la corde ne pût plus tourner sur cette poulie, il seroit arrivé la même chose que si elle eût été arrêtée à la chappe de la roulette E ; & le poids seroit remonté de 6 pieds par le mouvement de sa corde D, & de 6 pieds par le mouvement de la roulette E ; il auroit donc parcouru 6 pieds en longueur pendant qu'il se seroit élevé de 12 pieds.

Maintenant si les parties du rouleau du treüil sur lesquelles les cordes D & F s'entortillent sont de differens diametres, il se fera des mouvemens differens & en differentes proportions de ceux que je viens d'expliquer ; mais il sera facile de les déterminer ces diametres étant donnés ; ou bien les mouvemens étant proposés il sera facile de trouver les diametres des parties du rouleau qui y serviront.

On pourra aussi par le même moïen faire qu'une partie du chemin du poids soit horizontal & que le reste monte ou descende perpendiculairement ou obliquement, ce qui ne merite pas d'être expliqué plus au long. Je ne parle pas

pas non plus des mouvemens circulaires soit en montant ou en descendant, puisqu'ils ne dépendent que de la figure de la coulisse. Il y a dans tous ces mouvemens plusieurs petites precautions à prendre qu'il faut laisser à l'industrie de l'ouvrier.

On peut encore faire plusieurs mouvemens differens & opposés les uns aux autres avec un même mouvement par le moïen des poulies de renvoi, qui changent la direction des mouvemens, ce qui sert principalement à faire les changemens des décorations des deux aîles des théatres; car un seul axe A qui porte des tambours BC de differens diametres, venant à tourner par le moïen d'un contrepoids, fait avancer vers le milieu de la scéne par dessous le théatre les faux chassis D qui portent les décorations, par le moien des cordes CE, BE qui tiennent à ces chassis & qui sont tortillées sur les tambours en sens contraire. Ces mêmes chassis D qui s'avancent, retirent à même-tems ceux G dont ils prennent la place par le moïen d'une ou de deux cordes I qui tiennent à ces deux chassis, lesquelles passent par dessus des poulies de renvoi H, qui sont scellées dans les murs des deux côtés. Le mouvement ou chemin des deux chassis sera plus grand ou plus petit à proportion des tambours qui portent les cordes de leur mouvement.



PROPOSITION CXI.

De *quelques machines composées de plusieurs leviers.*

Soit le levier EC mobile sur le point E, & qui porte à son extrémité G un autre levier ABCD qui se meut sur le

point C comme ſur un pivot, & que l'extrémité A de ce levier ſoit un peu courbée.

Soit encore un autre levier GIF mobile ſur le point F, & dont l'extrémité G eſt fort recourbée vers le bas, enſorte que dans une diſpoſition des deux leviers leurs extrémités A & G ſe puiſſent toucher, & puiſſent même paſſer un peu l'une ſur l'autre.

De plus que les deux leviers EC, FG ſoient joints enſemble par des verges roides qui ſoient droites ou coudée, comme HK, IML, leſquelles puiſſent ſe mouvoir ſur leurs extrémités avec les leviers auſquels elles ſont attachées.

Enfin que la corde BM ſoit attachée au levier ABD en B & à la verge IL en M, & qu'il y ait encore deux cordes PD, ON à peu près paralleles & qui ſoient attachées en D & en N des deux côtés de C ſur le levier ABC.

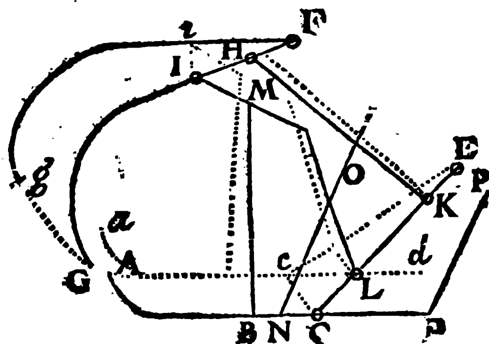
Je dis que s'il y a des puiſſances en P & en O qui tirent les cordes DP, ON avec une autre qui puiſſe faire racourcir la corde BM, les leviers pourront faire pluſieurs mouvemens, dont voicy les principaux.

Si les trois leviers EC, DA, FG ſont diſpoſés de telle maniere que les extrémités G & A ſe touchent, & que les deux puiſſances O & P viennent à tirer à peu près également les cordes auſquelles elles ſont appliquées, elles feront élever le levier ACD qui prendra la poſition *acd* à peu près parallele à celle qu'il avoit auparavant. Mais le levier EC étant obligé de tourner ſur ſon extrémité ou pivot E & de prendre la poſition E *c*, il fera élever le levier FIG qui prendra la poſition F *ig* en tournant ſur ſon point F; car les verges HK, IL le pouſſeront. Mais alors les extrémités *a* & *g* des deux leviers ſeront fort éloignées l'une de l'autre, & de plus l'extrémité *g* s'avancera beaucoup plus que *a*.

Si dans cette diſpoſition du levier E *c* la puiſſance P

tiroit encore sa corde, & que la puissance O relachât un peu la sienne; il est évident que le point *c* demeurant toûjours dans le même endroit par la tension des deux cordes, le point *a* pourroit descendre beaucoup plus qu'il n'étoit en A, & le levier F *ig* étant toûjours dans sa position F *ig*, ce qui doit arriver si la corde MB se relâche un peu, puisque sa position dépend de celle du levier E *c*, il y aura alors une grande distance entre les extrémités des leviers F *ig*, *d c a*.

On voit aussi que les cordes PD, ON tirant & se relâchant alternativement ensorte que le point *c* demeure toûjours dans la même position, & la corde BM se relâchant encore & s'accourcissant, l'extrémité A du levier DCA s'élevera & s'abbaissera considerablement; & si le point *a* est fort élevé, comme à la hauteur du point *g*, & que la corde BM vienne à se racourcir beaucoup la corde PD se relâchant un peu le levier F *ig* pourra descendre & l'extrémité *g* passera fort avant par dessus l'extrémité *a*. L'extrémité A pourra enfin passer par dessus l'extrémité G si la puissance P toute seule tire la corde PD; car l'extrémité A du levier DA qui tourne sur le point C s'écartera de ce point C, & ce point descendant un peu, l'extrémité G du levier FG s'avancera au contraire vers C en tournant sur son pivot F. Ces mouvemens pourront aussi donner lieu aux extrémités de se frotter en coulant l'une sur l'autre.



On pourroit faire plusieurs autres mouvemens sembla-

bles avec des leviers disposés de la même maniere que EC, DA, FG en plaçant d'autres cordes qui les fissent mouvoir avec les verges qui les joignent. On peut remarquer une disposition de levier à peu près semblable à celle que je viens d'expliquer dans le bec de plusieurs oiseaux & principalement dans celui des peroquet. C'est aussi par des mouvemens qui ont beaucoup de rapport à ceux-cy que se meuvent les machoires des annimaux.

PROPOSITION CX.

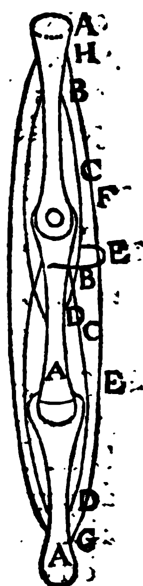
S'il y a plusieurs verges roides comme A qui soient jointes les unes aux autres avec des charnieres ou des genoux placés à leurs extrémités, elles pourront se mouvoir l'une sur l'autre en differentes manieres par le moïen des cordes qui y seront attachées.

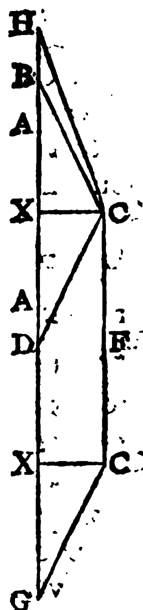
Si les extrémités des verges sont jointes par dés charnieres, il est évident que leur mouvement ne pourra se faire que d'un côté seulement sur le clou qui assemble les charnieres, ou sur des éminences qui sont à l'une des parties & qui tiennent lieu de clou ou de pivot; comme on le remarque aux jointures des pieds d'écrevice. Mais si ces extrémités ou têtes sont jointes par des genoux ou parfaitement ou imparfaitement, comme sont la plûpart des têtes des os des animaux, il est évident que le mouvement pourra se faire en tous sens.

Si l'on attache des cordes comme BCD à deux de ces verges les plus proches, quand elles viendront à se racourcir elles pourront fléchir les pieces A sur leurs jointures; car les cordes BCD passant par dessus la tête de ces verges en C elles seront écartées du point X sur lequel ces verges se meuvent; & ainsi en se racourcissant elles tireront obliquement les verges A par les points B & D où elle leur

sont attachées, & elles les obligeront de faire un angle en X étant soutenuës sur l'appui CX.

Mais s'il y a d'autres cordes comme HFG qui soient attachées à ces mêmes verges, & qui passent par dessus plusieurs sans y être arrêtées, ces cordes venant aussi à se racourcir tireront les verges comme les autres cordes C; & lorsque les verges sont étenduës directement les unes aux





bout des autres, l'effort que feront ces cordes HFG en se racourcissant pour plier les verges sur leurs pivots X sera très-foible à cause qu'elles tirent trop obliquement. Mais lorsque les cordes HFG sont aidées par les cordes BCD l'effort sera très-grand : car les cordes BCD commençant à plier les verges sur leurs pivots X, alors les cordes HFG tireront les verges plus directement, & avec d'autant plus d'effort qu'étant plus longues, elles peuvent faire un plus grand racourcissement.

On peut aussi ajoûter des liens comme E qui entretiennent les longues cordes pour les faire tirer du même sens que les petites.

C'est par une mécanique à peu près semblable à celle-cy, que la queuë des animaux peut facilement se mouvoir en tous sens ; & c'est aussi de la même maniere que la trompe des Elephans peut faire tous ses mouvemens differens, car quoiqu'il n'y ait pas d'os dans cette trompe, toutes les fibres des muscles qui sont comme autant de cordes, se retirant d'un côté ou tout-à-fait ou en partie, feront ploier ou toute la trompe ou une partie de ce même côté, les fibres mêmes servant en quelque façon de verge ou d'os pour ces mouvemens.

PROPOSITION CXI.

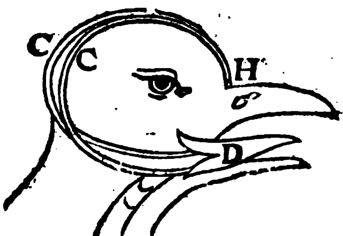
EXPLICATION *mécanique du mouvement de la langue du Pivert.*

Le Pivert tire ordinairement la langue fort longue hors du bec pour chercher sa nourriture dans de petits trous qui sont enfoncés dans l'écorce des arbres. M. Borelli dans la treiziéme proposition de la seconde partie du mouvement des animaux donne une description de cette mécanique. Il dit qu'il y a un muscle qui a son origine sous le bec vers son extrémité, & son insertion à la racine de la langue ; ensorte que quand ce muscle vient à se racourcir il fait sortir la langue hors du bec. Mais que pour la retirer il y a quatre muscles qui font cet effet, dont deux sont attachés à la racine de la langue & tournent par derriere la tête & par dessus jusqu'à l'origine du bec ; & que les deux autres qui sont sous le bec sont tortillés en spirale pour faire un grand effet en peu d'espace.

Dans cette mécanique on ne voit pas d'égalité entre les muscles qui font sortir la langue hors du bec, & ceux qui

la retirent, quoique ceux qui la poussent dehors en la dardant, deussent avoir une plus grande force que les autres ; car il est certain, suivant la description de M. Borelli, que ceux qui la retirent peuvent faire un bien plus grand effet que les autres, ce qui seroit inutile puisqu'ils ne doivent seulement la retirer que de la longueur dont elle sera sortie & sans aucun effort.

M. Perrault dans la seconde partie du troisiéme tome de ses Essais de Physique explique le même mouvement de la langue du Pivert d'une maniere très-differente de celle de M. Borelli. Il ne dit rien des muscles que M. Borelli place sous le bec pour faire sortir la langue : mais il prétend qu'elle peut s'allonger de trois ou quatre pouces & que ce mouvement se fait par le moïen de deux petits cartillages osseux HCD qui sont fort deliés & fort polis, dont l'extrémité qui est vers D se joignant ensemble & étant recouverte de chair forme la partie anterieure de la langue. Ces cartillages vont en tournant par dessus la tête jusqu'à la racine du bec en H ;

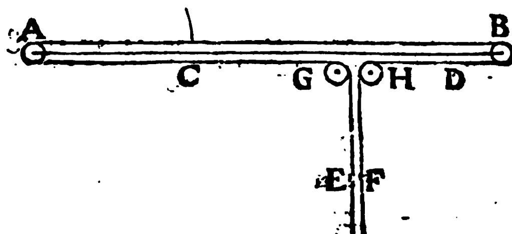


il dit aussi qu'ils sont enfermés dans un canal charnu par le dehors & garni en dedans d'une membrane fort lice & fort glissante.

Il prétend que la chair de ces canaux est un muscle dont l'origine est au layrinx & l'insertion aux extrémités des cartillages, & que lorsque ces muscles se racourcissent d'un côté en tirant vers le larynx les cartilages osseux, ils font sortir la langue hors du bec ; au contraire lorsqu'ils se racourcissent de l'autre côté ils la font rentrer.

Il explique ce mouvement en le comparant à celui d'une machine qu'il avoit fait faire pour mouvoir un corps pesant representé par la verge AB dans cette figure, aux

extrémités de laquelle en A & en B il y a une corde CDEF attachée, qui passant par dessus les deux roulettes GH pend en EF, ensorte que si l'on tire la partie E elle fait avancer la partie A de la verge vers la roulette G, & au



contraire si l'on tire la partie F elle retire vers G & H la partie B qui s'en étoit éloignée.

Ces deux explications sont fort differentes, & il n'y a pas moïen de les pouvoir accorder toutes deux avec la nature.

PROPOSITION CXII.

EXPLICATION *mécanique du mouvement de la langue du Cameleon.*

Il y a quelque chose de plus extraordinaire dans le mouvement de cette langue que dans celle du Pivert : car elle s'allonge si fort quand l'animal la darde hors de sa gueule pour attraper les mouches dont il se nourrit, qu'elle devient aussi grande que tout son corps, & ensuite elle se retire & devient fort petite. Il est très-difficile de reconnoître par quelle mécanique se fait ce grand mouvement ; car on n'a pu remarquer de muscles qui puissent faire cet effet. M. Perrault qui étoit fort adroit dans la recherche & dans l'examen de ces mouvemens extraordinaires, attribuë seulement cet allongement au souffle de l'animal qui darde sa langue hors de sa gueule comme s'il

la

trachoit avec violence, & il dit qu'il y a apparence que son poulmon, qu'il a plus grand qu'aucun autre animal, sert à ce mouvement.

Mais cette maniere de darder la langue ne me semble pas fort mécanique, & quoique ce mouvement soit très-promt, je crois qu'il peut se faire comme plusieurs autres que nous voïons dans les animaux. Car si cette langue a deux sortes de muscles dont les uns aïent leurs fibres circulaires, & les autres soient étendus au long de la langue, il est évident que lorsque les muscles circulaires viendront à se gonfler ils alongeront la langue, & quand au contraire les muscles longs agiront ils la retireront. C'est par cette même mécanique que les vers s'alongent & se racourcissent autant à proportion que cette langue. On peut voir facilement tous ces muscles à de gros vers qu'on trouve dans la mer.

Il se pourroit faire aussi la même chose par le moïen d'un seul muscle qui retireroit la langue en se gonflant : mais il faudroit supposer que l'état naturel de la langue seroit d'être alongée, & de demeurer tenduë par le moïen de quelques tendons AA, BB qui feroient un grand ressort & qui s'attacheroient à la partie extérieure de la langue en forme de zig-zag, & que le muscle CC retireroit la langue en se racourcissant.

Il se pourroit faire aussi que ces tendons pourroient être disposés en forme de ressort à boudin qui tiendroient

la langue alongée dans leur état naturel, & qu'un muſcle long comme CC la retireroit au dedans de la gueule.

Si l'on pouvoit avoir facilement cet animal, on pourroit peut-être découvrir la vraie mécanique de ce mouvement ; mais comme on n'en peut avoir que rarement dans ce païs-cy, il faut ſe contenter de quelques conjectures.

PROPOSITION CXIII.

EXPLICATION *de l'effort des cordes tortillées en ſe racourciſſant quand on les moüille.*

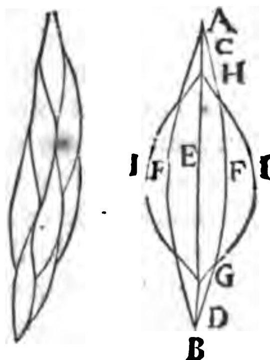
Il n'y a perſonne qui doute que les cordes tortillées ne faſſent un très-grand effort en ſe racourciſſant quand on les moüille. Voicy comment on peut expliquer cet effet.

L'experience nous fait voir que ces ſortes de corps s'enflent très-fort quand on les fait tremper dans l'eau, & leurs fibres étant diſpoſées en long, il eſt certain que ſi elles s'écartent l'une de l'autre en faiſant un ventre, leurs extrémités ſe rapprocheront & tout le corps qu'elles compoſent ſe racourcira. Il faut donc voir de quelle maniere ces fibres peuvent s'écarter.

Il y a fort long-tems que j'ay examiné avec un bon microſcope les fibres du chanvre dont on fait ordinairement les cordes, & j'ay trouvé que ce n'étoit que de petits tuïaux qui paroiſſoient vuides & qui avoient quelques nœuds. Il y a apparence que quand la plante eſt verte & ſur pied, ces tuïaux ſont remplis d'une ſeve qui la nourrit, mais que cette liqueur ſe déſéche peu à peu dans la ſuite, en paſſant au travers des pores des tuïaux, ſans que l'air puiſſe remplir la place qu'occupoit cette liqueur ; car nous ſçavons par experience que l'eau paſſe facilement par des ouvertures où l'air ne ſçauroit paſſer. Les eſpaces de ces petits tuïaux qui ſont compris entre les nœuds étant

comme autant de petits vases vuides d'air en partie, sont pressés exterieurement par la pesanteur de l'air: c'est pourquoi lorsque l'eau touche par dehors ces petits tuïaux, elle s'insinuë facilement au dedans en passant au travers de leurs pores, à cause que l'air de dehors qui est plus comprimé que celui de dedans, la pousse pour l'y faire entrer.

L'effort que l'on fait en tortillant les fibres du chanvre quand on fait la corde les reduit à un très-grand nombre de petites cellules en se croisant les unes les autres, & chacune de ces cellules qui sont en pointe par leurs extrémités, comme on peut voir par cette figure, venant à s'enfler dans son milieu oblige les extrémités de se rapprocher, & font par ce moïen racourcir toute la corde.



On peut encore ajoûter à cette raison que toutes les fibres qui se touchent ne laissent pas de place à l'air grossier dans l'endroit où elles s'approchent de plus près; mais que les particules de l'eau qui sont plus déliées que celles de l'air, s'y insinuent facilement étant poussées & pressées par la masse de l'air; c'est pourquoi ces fibres s'éloignant l'une de l'autre plus qu'elles n'étoient auparavant la corde doit se racourcir; car quoique les cordons dont on fait la corde soient couchés obliquement l'un sur l'autre, les fibres ne laissent pas d'être droites ou à très-peu près.

Maintenant pour mesurer la force avec laquelle une corde moüillée peut élever un poids, il faut supposer que les fibres AEB, CFD, HIG venant à s'écarter vers le milieu de chaque cellule comme en FI contraignent les extrémités AB, CD, HG de se rapprocher plus ou moins par rapport à l'écart qui se fait au milieu, suivant qu'elles

feront déja écartées. Car si les fibres AB se touchoient immediatement dans toute leur longueur, il est évident que la proportion de l'écart qui commencera à se faire en E sera infinie par rapport au rapprochement des extrémités AB. C'est pourquoi dans ce cas l'eau qui s'insinuë dans ces fibres fera élever la corde de quelque poids qu'elle soit chargée & quelque petite que puisse être la pesanteur de l'atmosphere de l'air par dessus l'air contenu dans les cellules des fibres ou entre-deux.

Mais si les fibres comme CFD ou HIG sont déja écartées l'une de l'autre, la proportion de l'écart & du rapprochement qu'elles peuvent faire dans cet état, sera déterminé & sera d'autant plus petit que l'écart sera plus grand.

Si l'on suppose donc qu'une corde qui a un pouce de diametre, & qui est chargée d'un poids, peut augmenter le diametre de sa grosseur de 2 lignes en se racourcissant d'un pouce sur 6 pieds de longueur quand elle sera moüillée; je dis que le poids qu'elle peut élever dans ce racourcissement est de 574 livres.

Car une corde d'un pouce de diametre sur 6 pieds de long aura de superficie qu'on suppose toute unie 222 pouces $\frac{1}{2}$. Et si la hauteur de toute l'atmosphere qui pousse contre cette superficie pour y faire entrer l'eau, est égale en pesanteur à 27 pouces $\frac{1}{2}$ de Mercure en pesant l'un & l'autre sur des bases égales, comme d'un pouce quarré; puisque la colonne de Mercure pesera 15 livres $\frac{1}{2}$ sur cette base, la pesanteur de l'atmosphere qui agit sur la surperficie de la corde sera de 3448 livres. Mais dans l'équilibre il faut que le moment du poids que soutient la corde soit égal au moment du poids de 3448 livres; & le moment de ce poids est 6896 produit du nombre de ses livres par 2 lignes de chemin qu'il est en état de faire; & par consequent si l'on divise ce produit par le chemin que la

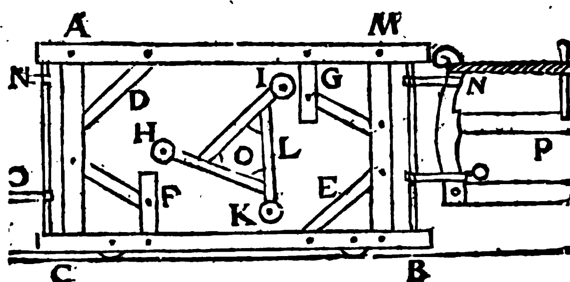
corde est en état de faire en se racourcissant, qui est 12 lignes, on aura 574 $\frac{4}{5}$ qui est le nombre des livres, qui étant multiplié par 12 fera le moment égal à l'autre : ce qu'il falloit démontrer.

Il s'ensuit de cette démonstration que la longueur de la corde n'augmente pas sa force pour élever le poids, si l'on veut que l'élevation soit toûjours proportionnée à la longueur de la corde : mais il est certain que si l'on suppose que sa corde en se renflant de 2 lignes elle se racourcit de 6 lignes seulement sur six pieds, on trouvera qu'elle peu élever un poids double de celui qu'elle éleve auparavant ; & ainsi des autres proportions.

PROPOSITION CXIV.

EXPLICATION *d'une machine qui sert à faire mouvoir plusieurs scies pour scier des pierres.*

AB est un châssis d'assemblage de figure quarrée qui peut se mouvoir facilement de C vers B & de B vers C étant entretenu par une espece de coulisse dans laquelle il se meut sur des roulettes qui sont attachées à la piece de des-



sous. Dans ce chassis il y a deux pieces de bois en G & en F assemblées à l'équaire avec les pieces de niveau AM, CB, & qui sont retenuës par deux liens avec les pieces du

côté du chassis. Il y a aussi dans les deux autres angles du chassis deux liens en D & en E qui servent à l'entretenir.

Au milieu de ce chassis il y a un triangle de bois HIK qui est soutenu dans son milieu sur un gros arbre L auquel il est bien arrêté, & quand l'arbre tourne les angles du triangle qui sont garnis de petites roulettes en IKH venant à rencontrer les pieces de bois GF l'une après l'autre, font mouvoir le chassis AB d'un côté & d'autre dans sa coulisse en le poussant en G & ensuite en F.

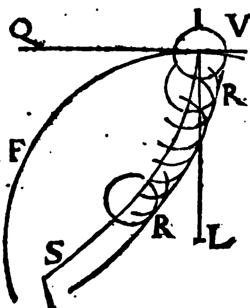
Vers les extrémités des pieces de bois AM, CB il y a deux verges de fer comme MB qui y sont bien arrêtées, lesquelles portent deux mains de fer NO qui peuvent couler au long de ces verges où elles sont engagées par un bout, & par l'autre elles sont arrêtées bien ferme à l'un des bras d'une scie P. D'où il est évident que lorsque le chassis se meut, il fait mouvoir les scies P qui sont aux deux côtés du chassis; & qu'à mesure que la scie travaille les mains descendent en coulant au long de la verge MB.

Suivant la force de la puissance qui fait tourner l'arbre L, on peut luy appliquer plusieurs triangles comme HIK qui feront mouvoir autant de chassis comme AB, lesquels feront marcher deux fois autant de scies.

Les roulettes qui sont appliquées aux angles du triangle & qui facilitent le mouvement du chassis sont d'un grand usage à cause qu'elles ôtent le frottement qui se feroit contre les pieces GF s'il n'y avoit que les angles du triangle qui les rencontrassent. Mais quoique ces roulettes soient appliquées à ces angles le mouvement ne laisse pas d'être inégal, & pour le rendre égal il faudroit que les faces des pieces GF qui sont rencontrées par les roulettes fussent formées en ligne courbe, ce que j'ay démontré & expliqué fort au long dans mon traité des Epicycloïdes.

Voicy la maniere de tracer la courbure de la face des pieces GF.

Du point L pour centre & pour raïon LI égal à la distance qui est entre l'axe de l'arbe L de la machine & le centre de la roulette, aïant décrit le cercle IF, on tracera une portion de cycloïde IS sur la ligne droite IQ qui touche le cercle en I & qui sera la base de la cycloïde, le cercle IF étant le générateur, & le commencement de la cycloïde étant en I. Ensuite sur tous les points de la cycloïde comme centre on décrira des cercles R qui seront égaux à la roulette, & l'on menera la ligne RR qui touchera tous ces cercles vers la convexité de la cycloïde: La ligne RR sera la courbe qui convient à la face des pieces GF. On pourra prolonger cette ligne RR vers V en lui ajoûtant une portion de ligne droite jusqu'à l'endroit où elle est attachée dans la piece AM du chassis. Il faut remarquer que la roulette en travaillant doit s'appliquer dans la courbe RR de la même maniere que les cercles RR sont placés, c'est-à-dire que les pieces GF doivent être recourbées vers le milieu du chassis.



Je ne rapporteray point icy la démonstration du trait de cette courbe, à cause qu'elle seroit trop longue & qu'elle m'écarteroit par trop de mon sujet.

PROPOSITION CXV.

CONSTRUCTION *d'une machine qui sert à élever de l'eau, & dont le frottement n'est pas considerable.*

LMOI (*Voïez la Fig. suivante*) est une grande rouë faite de grosses pieces de bois assemblées les unes avec les autres, laquelle est placée horizontalement. L'axe ou l'arbre AB de cette rouë est une grosse piece de bois qui tourne sur son pivot P qui est posé sur une crapaudine, &

qui est seulement entretenu par le haut avec une cheville de fer afin qu'il demeure toûjours bien à plomb ou vertical. Cette roüe est dentée ou ondée par le bord à la maniere des roüës de rencontre des horloges ordinaires, & elle n'a que cinq ondes comme OI qui agissent en passant par dessus la roulette RS laquelle est mobile sur son aissieu C. Cet aissieu tient au bras DC qui est aussi mobile autour d'un aissieu D, & qui tient au secteur de cercle DEF ensorte qu'ils ne peuvent se mouvoir l'un sans l'autre; l'aissieu D est arrêté ferme à quelque assemblage de bois.

Sur l'épaisseur de l'arc EF il y a une double chaîne platte HG qui est attachée vers le haut en E & qui porte deux anneaux à son extrémité d'embas pour soutenir l'anse de fer sur laquelle le piston d'une pompe refoulante est arrêté.

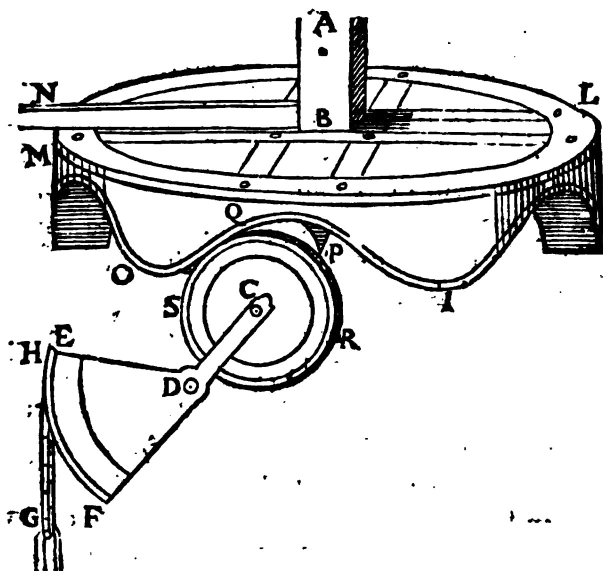
Le levier ou bras N qui sert à faire mouvoir cette machine passe dans l'arbre en B & peut être arrêté si l'on veut à la roüe pour être plus ferme.

Il y a deux roulettes comme celle que je viens de décrire, lesquelles sont opposées diametralement sous la roüe & qui doivent toûjours agir alternativement. Car par la disposition des roulettes lorsqu'il y en a une qui se trouve dans le fond ou dans le creux de l'onde, l'autre se trouvera sur le haut.

Quand la roüe tourne de O en I la roulette descend en rencontrant la partie OQ de l'onde, & elle remonte dans l'autre partie. On ne doit considerer que cette partie OQ; car il n'y a qu'elle qui travaille pour faire baisser la roulette qui éleve le piston de la pompe refoulante & qui soutient tout le poids de l'eau. Quand la roulette remonte dans l'autre partie de l'onde elle ne fait aucun effort contre la roüe, car elle s'applique seulement dans sa courbure y étant poussée par la pesanteur du piston, de son anse & du secteur DEF qui l'élevent en retombant en bas par leur propre

propre poids qu'on peut rendre à peu près égal à celui de la roulette.

Il est facile à voir que la rouë ne fait son effort que par sa pesanteur, ensorte que si elle est aussi pesante que le poids de la colomne d'eau qu'on doit soutenir dans les corps de pompe, la distance des leviers étant compensée, elle ne fera pas un frottement considerable sur son pivot P: mais il faut observer qu'elle doit toûjours être plus



pesante afin qu'elle ne puisse pas sortir hors de sa crapaudine, & qu'elle demeure toûjours dans la même disposition à l'égard des deux roulettes.

On n'a mis que cinq ondes à cette rouë; car le nombre doit toûjours en être impair, afin qu'il n'y ait qu'une des deux roulettes qui travaille à la fois, & que la puissance qui fait tourner la rouë, agisse par tout également & non par sauts, comme il arrive à la plûpart des machines

qui n'ont qu'une ou deux rouës. C'est en cecy que consiste la principale adresse de la construction des ondes & de la position des roulettes : car quoiqu'on observe exactement la regle qui sert à donner la forme aux ondes, il faut encore avoir égard à la proportion de leur hauteur avec celle de leur longueur & avec les roulettes.

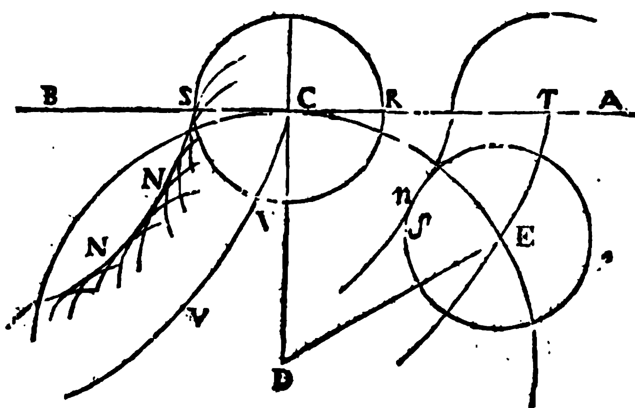
On doit remarquer qu'il n'est pas possible que la face des ondes de la rouë qui rencontre la roulette y travaille par tout à égale distance de l'axe de la rouë, à cause que le mouvement de la rouë est circulaire & horizontal, & que celui de la roulette est vertical & à plomb, ce qui peut causer quelque petit frottement.

Pour donner la figure qui convient aux ondes de la rouë, on les doit considerer comme si elles étoient dans le même plan que celui de la roulette, & quand on aura déterminé la figure, on la doit appliquer sur la rouë à l'endroit où la roulette la rencontrera, en se servant d'un profil ou calibre taillé de la figure de l'onde.

Aïant donc déterminé le centre D du mouvement du bras DC de la roulette RS & la longueur DC de ce bras; du centre D & pour raïon DC on décrira le cercle CE auquel on menera la ligne touchante ABC au point C. Sur la ligne BA pour base & pour cercle générateur CE on décrira la cycloïde CVV, & par tous les points VV comme centres on décrira les cercles N égaux chacun à celui de la roulette; la ligne courbe SNN qui touche tous ces cercles sera celle de la figure de l'onde.

Si la face de l'onde étoit en ligne droite ou de quelqu'autre figure que celle-cy, la rouë ne travailleroit pas également sur la roulette, ce qui causeroit beaucoup de difficulté à la puissance qui meut la rouë. On doit seulement remarquer que l'on ne se sert pas de la cycloïde entiere pour former l'onde; mais qu'on n'en prend qu'une partie & qu'on doit toûjours la prendre de telle maniere

que lorſqu'une des roulettes ceſſe de travailler, il faut que l'autre commence auſſi-tôt, ce qui demande un peu de ſoin dans l'éxecution. Les petites roulettes auront toûjours dans cette machine plus d'avantage que les grandes, car elles vacilleront moins ſous la face de l'onde, & elles feront toûjours le même effet, qui eſt d'empêcher le frottement de l'extrémité C du bras DC contre la face de l'onde.



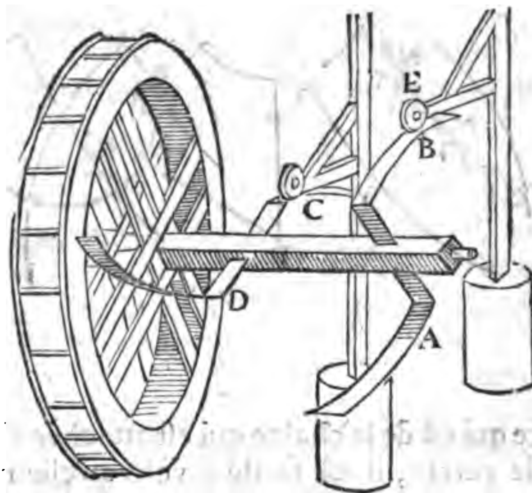
Pour ce qui eſt de la chaîne qui eſt attachée ſur l'arc du ſecteur de cercle, il eſt facile à voir qu'elle ne ſert qu'à faire élever le piſton toûjours à plomb, ce qui eſt fort utile dans ces ſortes de pompes : car ſi le piſton ne ſe mouvoit pas à plomb de haut en bas il frotteroit d'un côté & d'autre contre le corps de pompe, & il le gâteroit en très-peu de tems.

La démonſtration de la conſtruction de cette machine eſt démontrée dans mon traité des Epycicloïdes.

PROPOSITION CXVI.

CONSTRUCTION *des rouës dont les arbres ont des bras ou aîles qui servent à élever des pistons, comme sont celles des moulins à poudre, à papier, à foulon, à forge, &c.*

On represente seulement dans cette figure deux pistons; mais on en peut mettre autant que la puissance qui est appliquée à la rouë en peut faire marcher. Il faut toûjours appliquer à l'arbre de la rouë deux aîles opposées comme AB & CD pour travailler sur chaque piston : car lorsqu'une



de ces aîles comme B aura quitté la roulette E du bras du piston & qu'il est tombé, aussi-tôt l'autre aîle A qui est opposée à B, doit commencer à le relever.

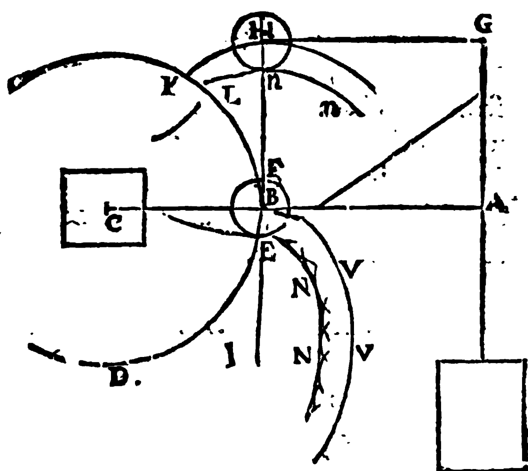
Il faut aussi observer que s'il y a deux pistons il faut que les aîles qui les font mouvoir soient disposées alternative-

ment autour de l'arbre de la rouë, comme on le voit icy où l'arbre est à quatre pans à cause qu'il y a quatre aîles & deux pistons, & où les aîles AB sont appliquées aux faces opposées de l'arbre, & les deux autres CD aux deux autres faces. S'il y avoit trois pistons & six aîles il faudroit tailler l'arbre à six pans; mais si il y en avoit huit au lieu de huit pans, on pourroit n'y en mettre que quatre & entremêler les aîles afin que les pistons fussent élevés alternativement.

Il y a deux manieres pour faire que le mouvement des pistons soit égal, quoiqu'on n'en represente qu'une dans la figure, mais on les expliquera toutes deux dans la construction. Pour ce qui est de tout l'assemblage de charpente qui doit soutenir la rouë & entretenir les pistons, on le laisse à l'industrie du Charpentier.

Premiere maniere.

Dans cette premiere maniere on donne la construction



de la figure précédente où le bras du piston est en ligne droite, ou comme on voudra, aïant une petite roulette à

son extrémité pour rendre son mouvement plus facile en roulant sur les aîles courbes de l'arbre de la roue.

Aïant mené la ligne droite BI & CB qui lui est perpendiculaire & égale à la distance depuis le centre de l'arbre de la roue jusqu'au centre B de la roulette. Du point C pour centre & pour raïon CB on décrira le cercle BD qui sera la base d'une ligne courbe BVV qu'on appelle Epicycloïde & qui est formée par l'extrémité B de la ligne droite BI en roulant ou s'appliquant successivement à tous les points du cercle. Cette Epicycloïde VV étant tracée, par tous ses points comme centres on décrira des cercles N égaux à la roulette du bras du piston, & l'on menera la ligne courbe ENN qui touchera tous ces petits cercles, & qui sera la figure de l'aîle qui doit élever le piston.

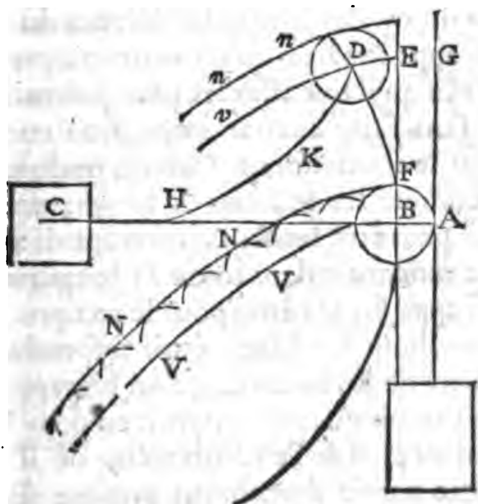
Puisque la longueur AB du bras du piston n'est point déterminée dans la construction de la courbe ENN, il est évident qu'on peut le faire aussi long qu'on voudra sans qu'il arrive de changement à la courbure de l'aîle qui le fait mouvoir. On n'a point d'égard dans cette construction aux frottemens qui s'y rencontrent comme à ceux du manche du piston dans sa coulisse qu'on peut diminuer en appliquant deux petites roulettes à ce manche, comme on a fait à la piece de dessous de l'assemblage de bois qui fait mouvoir des scies, ce qui est marqué dans la figure de la proposition cent quatorziéme.

Seconde maniere.

Dans cette seconde maniere le bras du piston est de figure courbe & la roulette est appliquée à l'extrémité de l'aîle de l'arbre. La figure de cette aîle n'est point déterminée, puisque l'on n'a égard qu'à sa longueur depuis l'axe de l'arbre jusqu'au centre de la roulette qui travaille sur le bras du piston; il faut seulemenr prendre garde que la fi-

gure comme CKD qu'on donne à cette aîle n'embarrasse pas le mouvement du bras du piston.

Soit donc AG le manche du piston & le centre de l'arbre C; aïant mené la perpendiculaire CA sur AG, on marquera sur CA le raïon AB de la roulette, & par le point B on tirera BE parallele à AG qui sera la base d'une cycloïde BVV dont le cercle générateur aura BC pour



raïon. Si de tous les points V de cette cycloïde on décrit des cercles N égaux à celui de la roulette, la ligne courbe FNN qui touche tous ces cercles sera la figure du bras courbe qu'on doit appliquer au manche du piston GA.

On trouvera la démonstration des deux differentes constructions de cette machine dans le traité des Epicycloïdes, comme celles des précédentes.

PROPOSITION CXVII.

ENTRE *les récréations Mathématiques il y a deux Problémes qu'on regarde ordinairement avec admiration. Le*

premier est qu'on peut rompre un bâton soutenu par ses deux bouts sur les bords de deux verres, ou seulement sur deux fétus, en donnant un grand coup sur le milieu du bâton, sans que les verres ou les fétus se rompent.

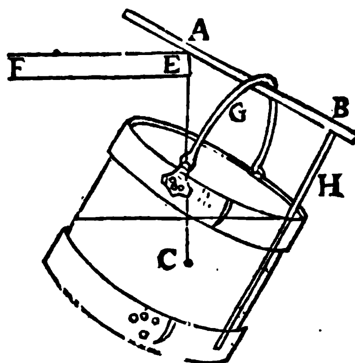
Le second est de faire soutenir un seau plein d'eau sur un bâton qui passe dans l'anse du seau, & qui est appuïé sur le bord d'une table.

J'ay déja dit cy-devant que la violence du coup avec laquelle on frappe le bâton qu'on veut rompre, fait qu'il se romp pourveu qu'il soit assez sec pour pouvoir se casser facilement, sans faire aucune impression considerable sur les corps qui le soutiennent. Car on ne doit pas regarder ces corps comme les soutiens du bâton, mais l'air seulement qui ne peut être fendu avec autant de vitesse par le bâton qui le rencontre dans toute sa longueur, que par le corps qui frappe sur le bâton pour le rompre. Et il arriveroit la même chose si ce bâton étoit suspendu en l'air avec un fil par l'un de ses bouts & qu'on le frappât par le milieu; car on verroit qu'il se romproit en deux l'une des parties tombant au pied de l'endroit même où il étoit suspendu, & l'autre partie demeurant presque dans la même place sans faire mouvoir le fil.

Il n'arriveroit pas la même chose si le bâton qu'on veut rompre, n'étoit pas assés sec pour se casser facilement; car quoiqu'il lui arrivât la même chose qu'à celui qui se casse, le coup qui le feroit ploïer assés par le milieu pour le rompre, agiroit ensuite sur les soutiens par l'impression qu'il continueroit de donner au bâton qui ne seroit pas rompu, & par le ressort du bâton dont les extrémités se redresseroient avec violence.

Pour ce qui est du seau plein d'eau la figure fait assés voir que le bâton AB qui est appuïé sur le bord de la table FE en E, ne fait que comme un crochet qui soutiendroit le

le ſeau & qui ſeroit appuïé par ſon extrémité ſur le bord de la table. Car le bâton AB qui paſſe dans l'anſe du ſeau G eſt ſoutenu par ſon extrémité B avec un autre bâton H qui s'appuïe ſur le fond du ſeau, enſorte que l'on doit conſiderer le ſeau avec les deux bâtons AB & H comme un ſeul corps, qui étant vuide entre l'anſe G & la partie A du bâton peut être ſoutenu ſur cette partie A comme ſur un crochet : mais alors il faudra que le centre C de gravité du ſeau rempli d'eau avec



l'anſe & les bâtons ſe trouve dans la direction des poids EC qui paſſe par le point E de la table où le bâton AB eſt appuïé.

PROPOSITION CXVIII.

DE *la maniere dont ſe fait la percuſſion.*

J'ay examiné dans la propoſition quatre-vingt-dixiéme de quelle maniere la percuſſion faiſoit un effort ſur les corps, il me reſte donc ſeulement icy à expliquer comment les corps peſans étant mis en mouvement font leur effort en rencontrant un autre corps.

On conſidere ordinairement dans le mouvement des corps de deux ſortes de viteſſe, l'une uniforme dans laquelle le corps parcourt des eſpaces égaux en des tems égaux, & l'autre accelerée ou diminuée dans une certaine proportion; & l'on a déterminé que les corps qui tombent par leur propre peſanteur dans l'air dont on ne conſidere point la reſiſtance, augmentent leur viteſſe dans la raiſon des tems : mais que les eſpaces parcourus

dans ces mêmes tems sont en raison des quarrés des tems. Par exemple si un corps comme une bale de plomb a acquis un certain dégré de vitesse à la fin de la premiere seconde de tems après qu'elle a commencé à tomber, à la fin de la deuxiéme seconde elle aura deux dégrés de vitesse, à la fin de la troisiéme seconde elle en aura trois, à la fin de la quatriéme quatre, & ainsi de suite: mais si dans le tems de la premiere seconde la bale de plomb a parcouru un espace de 15 pieds, dans le tems de deux secondes elle en parcourra 60, dans trois secondes elle en parcourra 135, dans quatre secondes elle en parcourra 240, & ainsi de suite; ces nombres 15, 60, 135 & 240 étant entr'eux comme les quarrés 1, 4, 9, 16 des tems ou des vitesses que la bale auroit à la fin de chaque tems. Et par consequent les espaces parcourus s'augmentent en tems égaux dans la raison des nombres impairs de suite 3, 5, 7, 9, &c. ce qui est une proprieté des nombres quarrés.

On suppose dans cette regle que le milieu liquide n'empêche point le mouvement du corps, & les experiences qu'on en peut faire seront d'autant plus conformes à la regle que le corps sera plus pesant à proportion du milieu, comme si on laisse tomber une bale de plomb dans l'air; mais il y auroit une très-grande difference si on la laissoit tomber dans l'eau; de même que si l'on faisoit tomber dans l'air une bale de bois fort leger, ou de carton vuide par dedans.

Pour ce qui est du mouvement du corps qui est poussé de bas en haut, il suit les mêmes proportions dans la diminution des espaces qu'il parcourt en montant, que celles de celui qui descend ou qui tombe, mais qui vont au contraire en augmentant.

On considere aussi de deux especes de corps dont les uns ont du ressort, & les autres n'en ont point.

La quantité de mouvement d'un corps dans un certain

état est le produit de la multiplication de sa pesanteur absoluë par les dégrés de vitesse qu'il a dans cet état. Comme si un corps en rencontrant un autre pese 6 livres & qu'il ait quatre dégrés de vitesse, on dit que la quantité de mouvement de ce corps est 24.

On peut au lieu de la vitesse substituer l'espace que ce corps est en état de parcourir d'un mouvement uniforme dans le même tems : ce qui revient à la même chose.

DE LA COMMUNICATION DU Mouvement dans la percussion.

SI deux corps égaux en pesanteur qui n'ont point de ressort se rencontrent directement en allant l'un contre l'autre avec une égale quantité de mouvement, ils s'arrêteront dans l'endroit où ils se seront rencontrés.

Cette proposition est évidente, car les mouvemens se détruisent entierement de part & d'autre en se rencontrant.

Mais si les corps égaux en pesanteur ont du ressort ils retourneront en arriere avec la même vitesse avec laquelle ils se seront rencontrés. Car les ressorts de ces deux corps se bandant également ils retournent en arriere par la détente du ressort avec la même vitesse qu'ils avoient en se rencontrant. On n'a point d'égard aux differens volumes de ces corps ni à leurs figures qui empêchent plus ou moins qu'elles ne puissent se mouvoir dans l'air, où l'on suppose que se fait le mouvement.

Si les deux corps sans ressort soit qu'ils soient égaux ou inégaux n'ont pas une égale quantité de mouvement, le plus foible fera perdre au plus fort une quantité égale à celle qu'il a; & ils continueront à se mouvoir avec la quantité de mouvement qui reste au plus fort, qui est la difference des deux quantités : mais le plus fort pert

encore une partie de cette difference en la partageant avec le plus foible.

Car puisque ces corps sont sans ressort, le mouvement du plus foible en doit détruire une pareille quantité dans le plus fort, comme si l'un a 12 parties de mouvement & l'autre 8, il est évident que celui qui en a 8 en détruira 8 parties dans le plus fort, il ne lui en restera donc plus que quatre; c'est pourquoi il doit continuer à se mouvoir du même sens qu'auparavant, & il doit emporter le plus foible avec lui; mais alors ils doivent partager entr'eux suivant leur poids, les quatre parties de mouvement qu'ils ont, ensorte que si la pesanteur absoluë du plus fort étoit de 3 livres, & celle du plus foible de 1 livre, le plus fort en aura trois parties, & l'autre une; & par consequent ils n'auront chacun qu'un dégré de vitesse qui leur sera commun puisqu'ils vont ensemble, au lieu que si le plus foible avoit été anéanti au moment de la rencontre il seroit resté $\frac{4}{3}$ de dégré de vitesse au plus fort, car il auroit fallu diviser les quatre parties de quantité de mouvement qui lui seroient restées par trois livres.

Ce qu'on vient d'expliquer dans les corps sans ressort sur les mouvemens directs & opposés directement, se doit entendre de même des mouvemens differens d'un même côté. Ce sera aussi la même maniere de raisonner si l'un des corps est sans mouvement, comme si un corps de 2 livres en repos est frappé par un corps de 3 livres avec deux dégrés de vitesse, c'est-à-dire qui a 6 parties de quantité de mouvement, la même quantité de mouvement demeurant encore à ces deux corps ensemble, mais étant divisée par la somme de leurs pesanteurs qui est 5, ils n'auront plus que $\frac{6}{5}$ parties de dégré de vitesse commune.

Mais si les corps ont du ressort & qu'ils n'aïent pas une même quantité de mouvement en se rencontrant directement, il y aura plusieurs remarques à faire qui dépendent

de l'égalité ou de l'inégalité de la pesanteur de ces corps.

1°. Si les corps sont égaux il est évident que l'inégalité de leur mouvement doit venir seulement de l'inégalité de leur vitesse; c'est pourquoi en se rencontrant la vitesse inégale & le ressort doivent se mêler ensemble, & il les faut bien distinguer pour rendre raison de leurs mouvemens. Comme si deux bales d'ivoire qui sont égales se rencontrent & que l'une soit en repos & l'autre en mouvement avec deux dégrés de vitesse, celle qui est en mouvement s'arrêtera tout court, au contraire celle qui étoit en repos prendra tout le mouvement de l'autre & ira avec une vitesse de deux dégrés.

Car lorsque les deux bales commencent à se rencontrer elles suivent les loix des corps sans ressort jusqu'à ce que leur ressort soit tout-à-fait bandé, & par consequent depuis le commencement de leur rencontre elles vont ensemble avec un dégré de vitesse chacune; mais quand leur ressort est tout-à-fait bandé, elle se séparent pour aller chacune de leur côté avec un dégré de vitesse par la force du ressort: c'est pourquoi celle qui étoit d'abord en mouvement, & à qui il ne restoit qu'un dégré de vitesse pour s'avancer, doit s'arrêter tout court en voulant reculer avec la même vitesse d'un dégré, à cause que ses deux mouvemens sont opposés; mais l'autre acquerant un nouveau dégré de vitesse par le ressort doit aller du même côté avec deux dégrés de vitesse, ensorte qu'il semble que toute la vitesse de celle qui étoit en mouvement soit passée dans celle qui étoit en repos.

Mais si les deux bales sont égales & qu'elles aillent en sens contraire avec des vitesses inégales, elles permutteront leurs vitesses après le choc, comme si l'une avoit trois dégrés de vitesse; & que l'autre n'en eut qu'un, celle qui n'en avoit qu'un en aura trois, & celle qui en avoit trois n'en aura plus qu'un. Car quand elles commencent à

ſe rencontrer elles vont enſemble un peu de tems avec deux dégrés de viteſſe, qui eſt la difference de leurs viteſſes par les loix des corps ſans reſſort, mais leur reſſort étant bandé en ſe heurtant l'une contre l'autre avec la ſomme de leurs viteſſes, elles ſe ſéparent avec la moitié de cette ſomme qui eſt de deux dégrés ; c'eſt pourquoi celle qui en avoit trois n'en aïant plus qu'un avant que le reſſort ſoit bandé, & après en prenant deux dans un ſens oppoſé, il ne lui en reſte plus qu'un dans ce même ſens ; au contraire celle qui en avoit un en recevant encore deux du même ſens en doit avoir trois.

Cela doit toûjours arriver de la même maniere. Car ſi deux nombres ſont inégaux, la moitié de leur ſomme moins la moitié de leur difference ſera toûjours égale au moindre des deux, & la moitié de leur ſomme plus la moitié de leur difference ſera égale au plus grand des deux.

2°. Si les bales ſont inégales & que leurs viteſſes ſoient égales, comme ſi la bale A étoit de trois onces & la bale B d'une once, & qu'elles euſſent chacune 6 dégrés de viteſſe, la quantité de mouvement de la bale A ſeroit 18, & celle de la bale B ſeroit 6. Mais par les loix des corps ſans reſſort, lorſque les bales commencent à ſe rencontrer il ne leur reſte plus enſemble que 12 dégrés de mouvement & trois dégrés de viteſſe. Mais auſſi quand le reſſort des bales eſt bandé elles doivent ſe ſéparer en partageant la ſomme de leur viteſſe qui ſera 12 dégrés, dans la raiſon reciproque de leurs poids, la bale A en aura donc 3 & l'autre 9. Mais la bale A doit s'arrêter à cauſe de ſes viteſſes égales en ſens contraire ; & la bale B doit en avoir 2 dégrés.

On trouvera de la même maniere que ſi la bale A peſe plus du triple de la bale B, elles iront du même ſens après le choc ; au contraire ſi elle peſe moins, elles ſe reflechi-

ront en ſens contraire. Il y a pluſieurs cas qu'on pourra examiner par les mêmes regles comme ſi l'une des bales étoit en repos quand elle eſt choquée par l'autre, ou ſi elles étoient en peſanteur reciproque de leurs viteſſes. Ce ſera auſſi la même choſe ſi les bales ſe rencontrent en allant du même côté, & ſi elles ſont inégales en poids & en viteſſes.

Remarque.

Dans la troiſiéme édition du traité de la Percuſſion, page 136. M. Mariotte avertit que l'on connoîtra facilement par experience la fauſſeté de l'hypothéſe de ceux qui tiennent que les corps inégaux mis en reſſort prennent par ſa force des quantités de mouvement, ſelon la raiſon reciproque de leurs poids. *Mais il me ſemble qu'ils ont eu raiſon d'avancer cette propoſition puiſqu'elle ſert à prouver l'experience comme a fait M. Mariotte : mais il faut ajoûter à ce mouvement celui que les corps prennent avant que le reſſort ſoit entierement bandé.*

On peut donc tirer de la démonſtration précédente une regle générale pour toutes ſortes de corps qui ſe rencontrent avec quelque viteſſe on voudra.

Regle générale.

1°. On prendra la difference des quantités de mouvement des deux corps, laquelle on diviſera par la ſomme de leurs poids, le quotient ſera les dégrés de viteſſe commune des deux corps.

2°. On diviſera la ſomme des dégrés de viteſſe qu'ils ont d'abord dans la raiſon des poids, & chaque partie priſe reciproquement ſera pour chaque corps la viteſſe qu'il acquiert par le reſſort.

3°. La ſomme ou la difference de ces viteſſes ſera la viteſſe des corps.

La somme sera pour celui qui avoit d'abord une moindre quantité de mouvement, & la difference sera pour celui qui en avoit une plus grande; & si la vitesse commune dans ce corps est plus grande que sa vitesse de ressort, il ira encore du même côté qu'il alloit auparavant, si elle est moindre il ira en sens contraire, & si elle est égale il demeurera sans se mouvoir.

Exemple.

Soient deux corps A & B dont A pese 3 onces, & B 2. Mais A se meut avec 3 dégrés de vitesse contre B qui en a 4.

1°. La quantité de mouvement de A sera 9 produit de 3 de pesanteur par 3 de vitesse, & la quantité de mouvement de B sera 8 produit de 2 par 4; donc la difference de ces mouvemens sera 1 qui étant divisé par 5 somme de poids sera $\frac{1}{5}$ de dégré de vitesse commune pour ces deux corps.

2°. La somme 7 des dégrés de vitesse étant divisée dans la raison des poids sera $\frac{21}{5}$ & $\frac{14}{5}$ de dégré de vitesse, & étant pris reciproquement $\frac{14}{5}$ seront pour A & $\frac{21}{5}$ pour B pour la vitesse du ressort.

3°. Puisque A a une plus grande quantité de mouvement que B, il faut prendre la difference de $\frac{1}{5}$ vitesse commune & $\frac{14}{5}$ vitesse de ressort; il restera donc à A $\frac{13}{5}$ de dégré de vitesse de ressort ou 2 dégrés $\frac{3}{5}$ de vitesse en sens contraire à celle qu'il avoit d'abord. Mais B doit avoir la somme de ses deux vitesses qui sera $\frac{22}{5}$ ou bien 4 dégrés $\frac{2}{5}$.

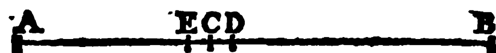
M. *Mariotte* donne la maniere de trouver ces vitesses par les divisions d'une ligne, dans la proposition dix-neuviéme de la percussion.

Il pose une ligne AB qui est divisée au point C dans la raison reciproque des poids des deux corps, qui sera dans l'exemple précédent AC à CB comme 2 à 3, ou comme 14 à 21, la ligne AB aïant 35 parties.

Ensuite

Ensuite il y fait prendre le point D ensorte que AD represente la vitesse & la direction du corps A avant le choc, & BD celle du corps B ; les vitesses étant supposées uniformes, ce qui sera dans notre exemple AD à DB comme 3 à 4, ou bien comme 15 à 20.

Enfin il prend CE égale à CD, & il dit, que la ligne AE sera la vitesse du corps A selon la direction de E vers A, & EB la vitesse du corps B selon la direction de E vers



B après le choc en D. On aura donc dans notre exemple CD égale à $\frac{1}{35}$; & par consequent AE sera égale à $\frac{13}{35}$ de AB, & EB égale à $\frac{22}{35}$ de la même AB. Mais toute la ligne AB representant les 7 dégrés de vitesse des corps, chaque dégré vaudra 5 de ces mêmes parties ; & par consequent la vitesse du poids A sera de $\frac{13}{5}$ de dégré, & celle du poids B de $\frac{22}{5}$ comme on l'avoit déterminé.

C'est aussi par ces mêmes raisons qu'on démontre ce qui arrive à un grand anneau de fer ou à un cerceau qui est suspendu horizontalement par trois ou quatre fils. Car si on le frappe fortement en quelqu'endroit, la partie opposée diametralement à celle qui est frappée ne s'avance pas selon la direction du corps qui frappe ; mais elle s'approche au contraire vers le centre du cercle. L'experience le fait voir en suspendant une petite bale au dedans du cercle à sa même hauteur, & à la distance de 2 ou 3 lignes. Car lorsqu'on frappera le cercle à l'endroit opposé à celui où est suspendu la petite bale, & que le coup devroit écarter le cercle de la bale, on voit au contraire que le cercle revient contre la bale, & qu'il la choque fortement en la faisant avancer du côté d'où vient le coup.

Il est certain que le cercle s'applatit & même se courbe

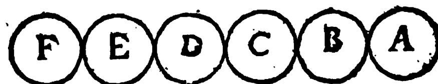
en sens contraire à l'endroit où il est frappé, parce que les parties qui sont à côté ne peuvent pas s'avancer avec la même vitesse que celles qui sont frappées, l'air leur faisant resistance, comme je l'ay expliqué dans la quatre-vingt-dixiéme proposition; & la figure devenant alors irreguliere doit s'allonger par la vertu de son ressort, & faire rapprocher la partie opposée à celle qui est frappée.

On explique aussi par le même moïen ce qui arrive à des bales ou dames d'ivoire qui sont rangées sur une même ligne lorsqu'on vient à les choquer direment avec une ou plusieurs autres de la même nature & égales, & disposées suivant la même direction. Car si elles sont un peu éloignées les unes des autres, & qu'il n'y en ait qu'une qui les choque, elle s'arrêtera tout court contre celles qui sont en repos, & la derniere seulement s'écartera des autres avec la même vitesse que celle qui les a frappées; si il y en a deux elles s'arrêteront aussi contre les autres, & les deux dernieres s'en écarteront avec la vitesse de celles qui ont frappé; & ainsi de même dans quel nombre on voudra.

On a démontré cy-devant que s'il y a deux bales à ressort comme A & B dont B qu'on pose immobile est frappée par A, la bale A doit s'arrêter tout court & elle communique tout son mouvement à la bale B. Mais la bale B qui a pour lors la même quantité de mouvement qu'avoit auparavant la bale A, fait la même chose sur la bale C en la rencontrant, & ainsi de suite jusqu'à la derniere F qui reçoit tout le mouvement de la premiere par le moïen de toutes les autres, & comme elle n'est point arrêtée elle doit se mouvoir avec la vitesse qu'avoit la premiere avant le choc.

On voit par cette démonstration que l'effort ne répondroit pas exactement à ce qu'on a proposé, si les bales n'étoient éloignées d'une distance égale à celle qu'elles doivent parcourir après leur rencontre avant que leur ressort soit entierement bandé. Car si les deux bales A & B qui

vont ensemble après leur rencontre, en choquent une troisiéme C avant que leur ressort soit entierement bandé, elles lui communiqueront une partie de leur mouvement suivant les loix des corps sans ressort, & son ressort commençant aussi à se bander en allant avec les autres, & faisant aussi bander celui de la bale B à l'endroit où elle la touche, elle empêchera que le ressort des deux bales A & B dans l'endroit où elles se touchent n'acheve de se bander comme il avoit commencé, ce qui apportera du changement à la regle qu'on vient de donner; car la balle A doit retourner en arriere, & la bale C ne prendra pas toute la vitesse de la bale A.



C'est aussi ce qui doit arriver quand toutes les bales se touchent immediatement; car alors on doit considerer le ressort de toutes ces bales comme un ressort continu; & lorsque la bale A vient à les rencontrer, elle doit leur communiquer à toutes son mouvement, ensorte que s'il y a 6 bales comme dans cet exemple, il ne doit pas rester à la bale A qui marche avec les autres, que la sixiéme partie de la vitesse qu'elle avoit d'abord suivant les loix des corps sans ressort: mais quand le ressort de toutes les bales sera bandé, les deux extrêmes A & F seront repoussées par celles du milieu & par leur propre ressort comme si elles étoient toutes seules; la bale A doit donc retourner en arriere avec la moitié de la vitesse qu'elle avoit d'abord, & la bale F avec l'autre moitié. Mais la bale A n'aïant que la sixiéme partie de la vitesse qu'elle avoit d'abord pour s'avancer, elle doit retourner en arriere avec le tiers de la vitesse qu'elle avoit d'abord; & la bale F ajoûtant une sixiéme partie avec la moitié aura les deux tiers de celle que la bale

A avoit d'abord. On démontrera la même chose si il y a plusieurs bales ensemble qui choquent celles qui sont en repos, car leur ressort ne doit se bander que successivement & par le retour de celles qui choquent d'abord.

On suppose dans cette démonstration que les bales sont d'un ressort parfait, & que ce ressort par sa détente peut rendre aux bales tout le mouvement qu'elles avoient avant qu'elles se rencontrassent, ce qui n'est pas dans les corps dont on peut se servir pour faire les experiences; c'est pourquoi elles seront toûjours un peu differentes de cette regle en ce que le mouvement des bales suivra en partie les loix des corps sans ressort.

Si l'on faisoit les experiences avec des anneaux ou cercles, elles s'accorderoient bien plus justement avec les régles qu'on a données, à cause de leur grand ressort qui les fait changer de figure, comme on a expliqué, ce qui ne semble pas être de même dans des bales ou dans des dames d'ivoire, dont la figure ne change que daus l'endroit qui est frappé, où se bande le ressort des particules de l'air qui y sont renfermées.

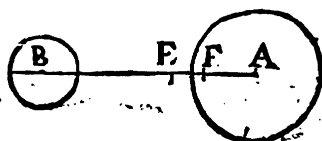
DU MOUVEMENT DES CENTRES de gravité des corps qui sont en mouvement.

LOrsque deux bales sont en mouvement toutes deux ou une seulement & qu'elles se rencontrent, leur centre commun de gravité se meut de la même vitesse uniforme après le choc, qu'avant le choc.

Si les deux bales A & B sont sans ressort, & que la balle A soit de 3 onces avec un dégré de vitesse, & la bale B de 2 onces avec 3 dégrés de vitesse opposée à la premiere; il est premierement évident que si l'on divise la distance AB qui est entre leurs centres dans la raison reciproque de leurs poids au point E, c'est-à-dire EA à EB comme 2 à 3, le

point E sera le centre de gravité commun de ces deux bales dans la position A & B. Mais aussi à cause de leurs vitesses differentes la bale B parcourant toûjours un espace triple de celui que parcourt la bale A ; si les deux centres peuvent se joindre ils le feront au point F qui divise AB dans la raison directe des vitesses , c'est-à-dire que AF sera le quart de AB ; & par consequent le centre de ces deux bales sera parvenu au même point F , ensorte que EF sera les $\frac{3}{20}$ de AB.

Maintenant par la regle des mouvemens des corps sans ressort, puisque le corps A n'a que 3 parties de mouvement, & que le corps B en a 6, la quantité de mouvement qui reste à ces deux corps joints ensemble sera 3 parties, qui étant divisées par la somme 5 de leurs pesanteurs donneront $\frac{3}{5}$ de dégré de vitesse pour les deux corps joints en-

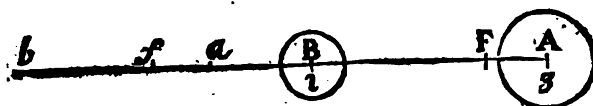


semble qui iront selon le mouvement du corps B. Mais puisque le corps B n'a plus que $\frac{1}{5}$ partie du mouvement qu'il avoit depuis qu'il s'est joint au corps A, il ne parcourra dans un même tems que $\frac{1}{5}$ partie de l'espace qu'il parcouroit, c'est-à-dire dans un tems égal à celui où il a parcouru l'espace BF qui est de $\frac{3}{4}$ de AB ; il n'en parcourra que $\frac{1}{5}$ ou bien les $\frac{3}{20}$ de AB. Mais alors le centre de gravité commun des deux corps est joint avec ce corps , le centre de gravité commun parcourra donc un espace égal à EF qui est des $\frac{3}{20}$ de AB dans le même tems qu'il a parcouru EF ; & par consequent la vitesse du centre commun de gravité des corps est uniforme devant & après le choc ou la rencontre des corps.

Si les corps ont du ressort, & que la bale A pese par

exemple 3 onces avec 4 dégrés de vitesse, & la bale B une once & qu'elle soit en repos, & si la distance AB est de 4 pieds, leur centre commun de gravité dans cet état sera au point F, qui est éloigné du point A de la distance d'un pied; & par consequent quand la bale A rencontrera la bale B, supposant que les centres se joignent, le centre de gravité F aura parcouru l'espace FB de trois pieds.

Mais par la regle générale après la rencontre de ces corps la bale B aura 6 dégrés de vitesse, & la bale A n'en aura que 2 du même sens qu'elle alloit d'abord; & parce que dans un tems égal à celui qui a précédé le choc, la bale A s'avance seulement de deux pieds après le choc jusqu'en *a*, à cause qu'elle n'a plus que la moitié de la vitesse qu'elle avoit auparavant, & que la bale A dans le même tems aura parcouru 6 pieds jusqu'en *b* leur centre de gra-



vité commun sera en *f* à la distance d'un pied du point *a*, il y aura donc 3 pieds depuis B jusqu'en *f* ce qui est égal à BF, & par consequent le centre de gravité des deux bales a fait dans le même tems autant de chemin après le choc qu'avant le choc. Ce sera la même chose pour toutes sortes de cas.

On expliquera de la même maniere qu'on a fait cy-devant, ce qui doit arriver aux bales qui se choquent obliquement, en composant leur mouvement de deux autres l'un soit parallele au plan qui touche les bales dans le point où elles se rencontrent, & l'autre lui soit perpendiculair e. Car par ce moïen on peut considerer les bales comme si elles se choquoient directement avec un des mouvemens qui composent celui qui est donné, & avec la vitesse propre à ce mouvement laquelle est déterminée par la per-

pendiculaire qui est le mouvement direct par rapport à la ligne oblique qui est le mouvement ou la vitesse proposée.

DE L'EFFORT DE LA PERCUSSION *de deux poids contre les bras d'un levier.*

LOrsque deux poids A & B qui sont en mouvement, rencontrent en même-tems les extrêmités AB d'un levier dont l'appui est en H; ces poids demeureront en équilibre si la quantité de leur mouvement étant multipliées par la longueur des bras ausquels ils sont appliqués, donnent des produits égaux; ou ce qui est la même chose si la longueur des bras HA, HB est en raison reciproque de la quantité de mouvement des poids.



Soit le poids A de 5 livres avec trois dégrés de vitesse, & le poids B de 2 livres avec quatre dégrés de vitesse, & que les centres de ces poids choquent dans le même instant les extrémités A & B des bras du levier HA, HB. Le poids A aura donc 15 parties de mouvement & le poids B en aura 8, qui sont les produits des vitesses par les poids. Mais comme on peut faire une même quantité de mouvement avec differens poids & differentes vitesses, si l'on divise la quantité de mouvement des poids par une même vitesse, qui pourra être celle de l'un des deux, comme icy 4, ou une indéfiniment petite, on reduira ces poids à deux autres qui avec leur vitesse commune feront le même effort sur les extrémités du levier, puisqu'ils auront une même quantité de mouvement. Comme la quantité de mou-

vement du poids A qui est de 15 étant divisée par 4 dégrés de vitesse, donnera le poids de $3\frac{3}{4}$, & celle du poids B qui est 8 donnera 2. Mais ces deux poids avec des vitesses égales & indéfiniment petites peuvent être considerés comme en repos, qui est l'état des poids qui sont disposés à se mouvoir avec des vitesses égales; & ces poids étant alors dans la raison de la quantité de mouvement qu'ils avoient, il faudra diviser la longueur du levier AB en H, ensorte que AH soit à BH reciproquement comme la quantité des poids pour les mettre en équilibre entr'eux. Mais comme les produits des quantités reciproques prises d'un même côté, doivent être égaux, on aura dans l'équilibre des poids qui choquent les extrémités des bras d'un levier des produits égaux des poids, de leurs vitesses & de la longueur des bras du levier qu'ils rencontrent: ce qu'il falloit démontrer.

Il sera facile sur cette démonstration de resoudre les trois problêmes suivans.

I. Les poids & la longueur des bras du levier qu'ils choquent étant donnés, trouver la proportion des vitesses qu'ils doivent avoir pour faire équilibre.

II. Les poids & leurs vitesses étant données, trouver les parties du levier, ou bien déterminer l'appui.

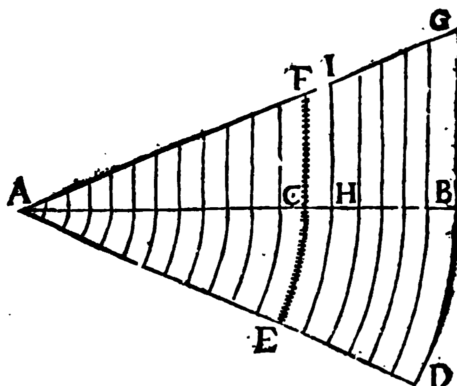
III. Les vitesses & les longueurs des bras du levier étant données déterminer les poids, car si l'on fait un produit des choses qui sont données de chaque côté, il faudra que celles qu'on doit trouver soient dans la même raison, mais qu'elles soient prises reciproquement. C'est pourquoi s'il n'y a rien de déterminé dans ce qu'on doit trouver, on le pourra prendre seulement dans cette même raison: mais si la somme où l'une de ces choses est donnée, il la faudra diviser, ou lui trouver une quatriéme proportionnelle dans la même raison.

DE

DE LA PERCUSSION DES CORPS *qui se meuvent autour d'un point fixe.*

LEs corps qui se meuvent autour d'un point fixe, comme sont les pendules, ont un mouvement composé de celui de toutes leurs parties, par les distances de ces parties jusqu'au point fixe qui est le centre du mouvement. C'est pourquoi aïant déterminé la quantité de mouvement de toutes les parties du corps, il en faudra chercher le centre de gravité, lequel sera nécessairement le centre de percussion, puisque les quantités de mouvement des parties d'un côté & d'autre de ce centre demeureront en équilibre sur ce point.

Si l'on propose de trouver le centre de percussion d'une ligne droite AB que l'on regarde comme également pesante dans toutes ses parties, laquelle se meut autour de son extrémité A, il n'y aura qu'à diviser le triangle ABG par la ligne CF parallele à BG, & qui passe par le centre de gravité, & le point C donnera le centre de percussion de la ligne AB, car les quantités de mouvement de toutes les parties de la ligne étant representées par les arcs du secteur de cercle ABD, ou par les paralleles à BG dans le triangle ABG, les produits faits de toutes les quantités de mouvement des parties de la ligne ou des parties du triangle par leurs distances au point C seront égaux d'un côté & d'autre du point C qui sera le centre de percussion de



toutes ces parties considerées comme des poids par la précédente démonstration.

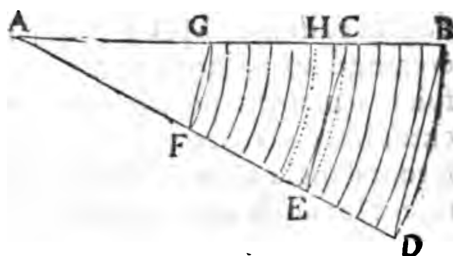
Mais si la ligne AH est le côté d'un quarré dont AB est la diagonale, le point H sera le centre de mouvement de la ligne, puisque la ligne HI parallele à BG divise en deux également toutes les quantités de mouvement des parties de la ligne AB.

Ce sera aussi la même chose s'il n'y a que la partie GB de la ligne AB qui soit pesante : car le problême se reduit à trouver le point C ensorte que la ligne CE qui passe par le centre de gravité de la portion GBFD du triangle ABD dont les parties sont semblables à celles du secteur qui representent les quantités de mouvement des parties de la ligne, soit parallele à sa base BD. Et si AH est la racine d'un quarré égal à la moitié des deux quarrés de AB & de AG, le point C sera le centre de mouvement des parties de la ligne GB.

Mais si sur la ligne AB il y a deux points pesants B & G & qu'on en cherche le centre de percussion C, ce problême se reduit à ce qui a été dit cy-devant : car la vitesse du poids B étant déterminée par BD, & celle du poids G par GF, qui sont entr'elles en même raison que les lignes AB, AG, si l'on multiplie le poids B par AB & le poids G par AG, & qu'on divise GB au point C dans la raison reciproque de ces produits qui sont les quantités de mouvement de ces poids, le point C sera le centre de percussion des deux poids. S'il y avoit plusieurs poids sur la même ligne ce seroit toûjours la même chose; car il n'y auroit qu'à prendre le centre de gravité de toutes les quantités de mouvement de ces poids, lesquelles seroient considerées comme des poids, & ce centre seroit celui de percussion, puisque tous ces poids avec leurs vitesses demeureroient en équilibre sur ce centre en le choquant. On prend le centre de gravité des quantités de mouvement considerées

comme des poids; car comme on a déja dit cy-devant, si on les divise toutes par une même vitesse on aura des poids dont le centre de gravité commun sera le même que celui de leurs quantités de mouvement, puisqu'ils seront en même raison à cause du diviseur commun.

Les centres de percussion dans les pendules composés de plusieurs poids ou points pesans, est le même que le centre de *vibration* ou d'*oscillation*, c'est-à-dire le point du même pendule qui étant chargé d'un poids dont la quantité de mouvement est égale à celle des autres poids fait ses vibrations dans le même tems que le composé. Car le pendule composé rencontrant un arrêt à l'endroit de son centre de percussion, le choquera de toute la quantité de mouvement des poids, de même que si un seul poids étant dans ce point & parcourant son arc de cercle dans le mouvement du pendule, avoit la même quantité de mouvement que les autres poids, comme MM. Hugens & Mariotte l'ont déterminé.



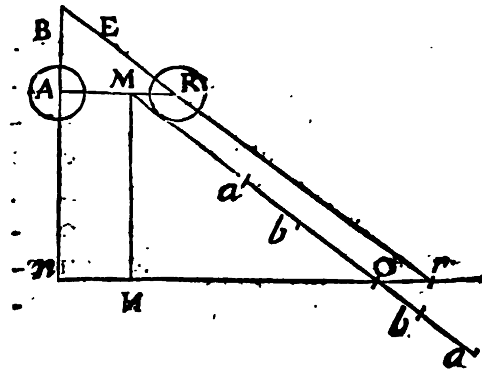
PROPOSITION CXIX.

EXAMEN *des tems dans lesquels les corps tombent par des plans differemment inclinés, & des vitesses qu'ils acquerrent en differens endroits de leur chute.*

Si le poids A est suspendu à la ligne BA & qu'il soit aussi posé sur le plan incliné MO, comme en R, y étant soutenu par la ligne ER parallele au plan incliné MO; on sçait par la proposition quatre-vingt-onziéme, que la puissance E qui le retient sur ce plan, est à la puissance B qui le

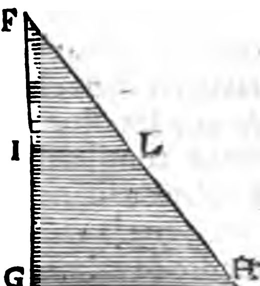
soutient quand il pend librement, comme la hauteur du plan MN à sa longueur MO, ou bien comme A *n* à R *r* qui leur sont égales & qui sont les chemins que doivent parcourir les centres de ces poids jusqu'à l'horison NO.

Mais comme la puissance B est égal à la pesanteur absoluë du poids A, & que la puissance E est plus petite que A dans la raison de MO à MN; si l'on considere les poids comme deux points A & R sans aucune pesanteur & qu'ils soient seulement poussés par les puissances B & E qui sont entr'elles dans la raison de MO à MN, ces points A & R seront dans la même disposition pour le mouvement qu'étoient les poids auparavant, & ils auront la même action qu'avoient les poids.



Maintenant si les points A&R qui sont sans pesanteur, sont poussés par les puissances B & E de toute leur force qui est capable de leur faire parcourir des espaces qui sont entr'eux dans des tems égaux comme ces puissances & que ce soit par des coups repetés dans des instans égaux & indéfiniment petits, & suivant leurs directions A *n* R *r*; le point A parcourra des espaces selon la ligne A *n* dans des instans égaux, qui seront entr'eux comme les ordonnées IL dans le triangle FGH, & les parties égales & indéfiniment petites du côté FG du triangle, representeront les instans égaux, & c'est ce que Galilée a expliqué fort au long dans son troisiéme dialogue du mouvement, & que M. Mariotte a démontré fort clairement par les nombres dans son traité du mouvement des eaux. Car dans le pre-

mier instant le corps parcourt la premiere ordonnée avec un dégré de vitesse uniforme, dans le second instant où il reçoit un nouveau dégré de vitesse pardessus le premier il parcourt la seconde ordonnée avec deux dégrés de vitesse; dans le troisiéme instant il recevra encore un nouveau dégré de vitesse & avec ces trois dégrés il parcourra la troisiéme ordonnée, car toutes ces ordonnées sont entr'elles comme ces vitesses puis qu'elles se surpassent l'une l'autre de suite de la quantité de la premiere, & qu'on suppose que dans chaque instant le corps se meut d'un mouvement uniforme avec sa vitesse particuliere. Ce sera toûjours la même chose pour tous les autres instans, ensorte que si le centiéme instant est au point I dans le côté FG du triangle FGH, la centiéme ordonnée sera IL que le corps parcourra avec cent dégrés de vitesse uniforme lesquels sont égaux chacun au premier dégré. De même si la partie IG du côté FG est égale à IF, & qu'elle represente encore cent instans égaux aux premiers contenus en FI, le corps parcourra dans ces cent instans derniers les cent ordonnées contenuës dans le triangle depuis IL jusqu'en GH, & dans le dernier instant en G il aura deux cens dégrés de vitesse avec lesquels il parcourra GH qui sera un espace égal à deux cens fois le premier. Ce sera la même chose pour toutes les autres ordonnées.



Mais il est évident que la somme des espaces parcourus dans les cent premiers instans sera à la somme des espaces parcourus dans les deux cens premiers instans, comme l'espace du triangle FIL à l'espace du triangle FGH ce qui est dans la raison des quarrés des tems: car les instans étant indéfiniment petits s'il n'y en avoit que 100 dans FI,

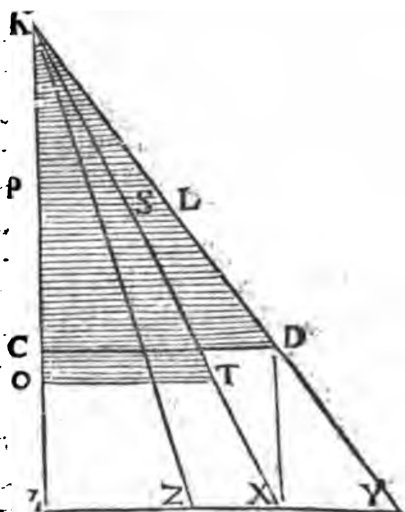
& 200 dans F G ces espaces parcourus seroient comme 101 à 402, & les superficies du triangle seroient comme 100 à 400, où l'on voit que la difference n'est pas considerable. Mais elle sera encore bien moindre si dans les mêmes espaces FI, FG on suppose qu'il y ait 100000 instans dans l'un & 200000 dans l'autre; car l'on trouvera que les sommes des espaces parcourus seront comme 100001 à 400002 ce qui differe encore bien moins des superficies du triangle qui seroient entr'elles comme 100000 à 400000. Et comme les instans sont des parties de tems plus petites qu'aucune partie qu'on puisse imaginer, on peut dire que les espaces parcourus dans differens tems sont entr'eux comme les quarrés des tems.

On voit par-là que les dégrés de vitesse à la fin de chaque tems seront entr'eux comme le nombre des instans compris dans chaque tems, c'est-à-dire comme les tems & que les espaces parcourus dans ces tems d'un mouvement continuellement acceleré depuis le repos seront entr'eux comme les quarrés des tems ou des vitesses.

Ce que je viens d'expliquer pour le point A doit s'entendre de même pour le point R poussé par la puissance E qui lui imprimera des dégrés de vitesse qui seront aux dégrés de vitesse du point A poussé par la puissance B, comme MN à MO, c'est-à-dire comme les puissances E & B qui sont entr'elles dans cette même raison.

Si l'on prend donc des instans égaux aux premiers pour le mouvement du point R avec ses dégrés de vitesse particuliere, il est évident que dans des sommes d'instans égaux aux premiers comme KP, PQ & égales aux premieres sommes FI, IG, le point R aura acquis des vitesses qui seront aux vitesses du point A comme la puissance E qui le pousse, à la puissance B qui pousse le point B. Mais la puissance E étant à la puissance B comme MN à MO, la vitesse en P sera à la vitesse en I, & la vitesse en

Q sera à la vitesse en G, comme MN à MO. Et comme ce sera la même chose de toutes les autres vitesses de ces deux points A & R, & que les espaces parcourus avec ces vitesses dans des tems indéfiniment petits ou instans, sont en même raison que les vitesses; il s'ensuit que la somme des espaces parcourus par le point R dans la somme des premiers instans KP, & qui sont representés par le triangle KPS, sera à la somme des espaces parcourus par le point A dans la somme des premiers instans FI égale à la somme des autres KP, cette somme d'espaces parcourus par le point A étant representée par le triangle FIL, comme ces mêmes triangles KPS, FIL qui representent ces espaces.



Ce sera aussi la même chose pour la somme des espaces parcourus par le point R dans d'autres tems, comme dans les deux premiers, lesquels sont représentés par le triangle KQT, comme de la somme des espaces parcourus par le point A dans les deux premiers tems, qui sont representés par le triangle FGH, & les tems de l'un étant égaux aux tems de l'autre.

Mais ces triangles aïant leurs côtés KP, FI égaux & KQ FG aussi égaux entr'eux, à cause que les tems sont égaux, ou que les sommes des instans sont égales, ils doivent être entr'eux comme leurs bases PS, IL & QT, GH, qui sont aussi en même raison.

Il s'ensuit donc de-là, que si l'on donne les espaces parcourus par ces deux points d'un mouvement uniformement acceleré avec le rapport des puissances qui les pous-

sent, on trouvera les vitesses qu'ils doivent avoir à la fin des espaces parcourus, & les tems qu'ils ont emploïé à parcourir ces espaces.

Car puisque les espaces parcourus sont representés par les triangles, comme si les espaces parcourus sont MN ou A *n* par le point A, & MO ou R *r* par le point R, aïant fait un triangle rectangle KVX tel qu'on voudra qui represente les espaces parcourus par le point R dans des instans d'un mouvement uniformement acceleré, on aura son rapport à une autre triangle qui representera les espaces parcourus par le point A, puisque ces deux triangles sont entr'eux comme les espaces donnés MO, MN. C'est pourquoi si l'on divise VX en Z, ensorte que VX soit à VZ comme MO à MN, aïant mené KZ, le triangle KVZ doit representer les espaces parcourus par le point A, puisque ces deux triangles sont entr'eux comme leurs bases qui ont même raison que les espaces parcourus. Mais comme le rapport des puissances qui poussent les points R & A, est aussi donné, ensorte que si à la fin de 1000 instans égaux representés par KP, le point R ait acquis un dégré de vitesse propre pour lui faire parcourir dans le dernier instant l'espace PS d'un mouvement uniforme, le point A à la fin des mêmes 1000 instans égaux doit avoir acquis un dégré de vitesse pour parcourir l'espace PL qui sera à l'espace PS comme MO à MN, qui est la raison des puissances qui poussent les points. Car en PS & en PL chacun de ces points aura 1000 dégrés de la vitesse qu'il avoit dans le premier instant, & ces vitesses sont entr'elles comme les puissances qui poussent les points.

Si l'on prend donc sur VX la grandeur VY ensorte que VX soit à VY, comme VZ à VX ou comme MN à MO, qui est la raison des puissances, & qu'on mene KY; il est évident que KY passera par le point L: car PS est à PL comme

comme VX à VY, ou comme MN à MO suivant ce qu'on vient d'expliquer.

Je dis maintenant que si par le point X on mene XD parallele à KV jusqu'à KY en D, & qu'ensuite on tire DC parallele à VY, le triangle KCD sera égal au triangle KVZ. Car les triangles KVY, KCD étant semblables seront entr'eux dans la raison doublée de celle de leurs côtés homologues, qui est de VY à CD ou VX; & par consequent cette raison doublée sera celle de VY à VZ; donc les triangles KCD KVZ sont égaux.

Le triangle KCD representera donc les espaces parcourus par le point A dans des instans égaux à ceux des espaces parcourus par le point R lesquels sont representés par le triangle KVX. Mais il faut que ces instans égaux soient des parties égales de la ligne KV pour les deux points A & R. Puisque l'on a donc posé que la ligne KV represente tous les instans dans lesquels le point R a parcouru l'espace MN representé par le triangle KVX, la ligne KC doit representer la somme des instans égaux aux premiers dans lesquels le point A a parcouru l'espace MN representé par le triangle KCD, & chacun avec leur vitesse particuliere.

Mais la somme des instans de l'un est à la somme des instans de l'autre, comme tout le tems que l'un a emploïé à parcourir son espace proposé, à tout le tems que l'autre a emploïé à parcourir le sien. C'est pourquoi le tems que le point R a emploïé à parcourir l'espace MO sera au tems que le point A a emploïé à parcourir l'espace MN, comme KV à KC ou comme VY à CD ou VX son égale, ce qui a été posé comme MO à MN. Donc le tems que le point R a emploïé à parcourir l'espace proposé MO ou R *r*, est au tems que le point A a emploïé à parcourir l'espace MN ou A *n*, comme MO à MN, qui sont les longueurs des plans entre l'horizon NO & sa parallele AR.

Ce sera aussi la même chose si l'on suppose que les corps AR aïent des vitesses proportionnées à celles que les puissances leurs impriment dans tous les instans, quand elles commencent à les rencontrer : car les espaces parcourus seront entr'eux comme les segmens semblables IL GH de triangles semblables, & les vitesses accelerées garderont aussi entr'elles la même raison.

Il s'ensuit de cette démonstration que les tems qu'emploïe un corps à parcourir des plans differemment inclinés à l'horizon, & qui ont tous une même hauteur sur l'horizon, seront entr'eux comme la longueur des plans. Car puisque ces tems doivent être tous à celui que le corps emploïe à tomber verticalement par leur hauteur MN, comme la longueur des plans MO à la hauteur commune MN, ils doivent être tous entr'eux comme la longueur des plans.

Pour ce qui est des vitesses que le corps doit avoir quand il est parvenu à l'horizon en O & en N, je dis qu'elles doivent être égales. Car puis qu'aïant supposé que VX represente la vitesse que le point R avoit dans le dernier instant de sa descente par MO qui est au point O, CD doit aussi representer la vitesse que le point A avoit dans le dernier instant de sa descente par MN qui est au point N, & les lignes VX & CD étant égales par la construction, il s'ensuit que les vitesses de ces deux points seront égales dans la ligne NO parallele à l'horizon.

Si les lignes MO, MN n'étoient pas terminées à l'horizon NO, mais que l'une des deux fût plus courte ou plus longue étant terminée en *a*, on ne laisseroit pas de trouver comme on a fait cy-devant le rapport des tems & des vitesses. Car puisqu'on a déterminé que le rapport du tems au tems est comme la longueur du plan MO au plan MN quand le corps descend jusqu'à l'horizon NO, & puisque le tems par MO est au tems par M *a* comme MO à M *b* qui

est la moïenne proportionnnelle entre MO & M *a*, on aura le tems qu'emploïe le corps à descendre par MN au tems qu'il emploïe à descendre par M *a* comme MN à M *b*. Et de même puisque les vitesses sont comme les tems dans le mouvement uniformement acceleré, la vitesse en O sera à la vitesse en *a*, comme MO à M *b*. Et puisque la vitesse en N est la même que celle qui est en O, la vitesse en N sera à la vitesse en *a*, comme MO à M *b*.

Si l'on suppose maintenant que les corps qui sont fort pesants comme le plomb, parcourrent l'espace de 15 pieds dans la premiere seconde de tems, ou 3 pieds $\frac{3}{4}$ dans la premiere demi-seconde, & qu'on donne l'élevation du plan sur l'horizon avec la longueur du plan, on pourra trouver la regle suivante le tems que le corps emploïera à parcourir le plan & la vitesse qu'il aura à la fin.

Regle par les logarithmes.

Joignez le logarithme de la longueur du plan donné avec le nombre 9 42597, ôtez de la somme le logarithme du sinus de l'angle d'élevation du plan sur l'horizon; prenez ensuite la moitié du reste, ce sera le logarithme du tems en demi-secondes que le corps emploïe à parcourir la longueur du plan donné.

Enfin si l'on joint ensemble les logarithmes de la longueur du plan donné & du sinus de sa hauteur sur l'horizon, & qu'on ôte de la somme le nombre 8. 82391, la moitié du reste sera le logarithme de l'espace que doit parcourir le corps d'un mouvement uniforme en une demi-seconde de tems lorsqu'il est descendu à l'extrémité du plan.

Exemple.

Si la longueur du plan donné est de 240 pieds, & son élevation sur l'horizon de 14 dégrés 28. minutes 40 secondes.

On aura pour le logarithme de 240.	2 38021
nombre à ajoûter	9 42597
Somme	11 80618
logarithme du sinus de 14 dégrés 28. min. 40. secondes à ôter	9 39794
reste	2 40824
moitié	1 20412

ce qui donne le logarithme de 16 qui sont des demi-secondes que le corps doit emploïer à parcourir la longueur du plan donné.

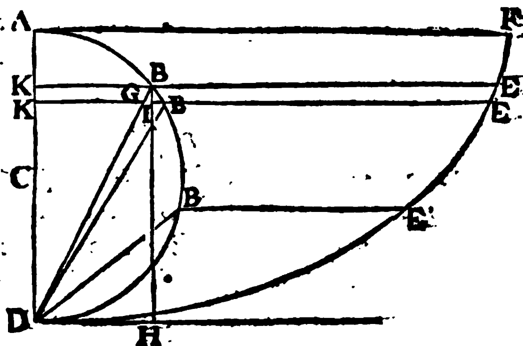
Enfin si l'on joint les logarithmes de 240.	2 38021
du sinus de 14 dégrés min. 40 secondes	9 39794
Somme	11 77815
nombre à ôter.	8 82391
reste	2 95424
moitié	1 47712

pour le logarithme du nombre 30 secondes, qui est le nombre des pieds que le corps doit parcourir en une demi-seconde de tems quand il est descendu à l'extrémité du plan proposé.

PROPOSITION CXX.

QUE *les corps qui tombent dans une cycloïde renversée arriveront à son sommet dans le même tems, de quelque hauteur que soit qu'ils commencent à tomber.*

Soit la demi-cycloïde renversée FED dont AF soit la base, & D le sommet renversé, laquelle soit décrite par le demi-cercle ABD; Je dis qu'un corps qui tombe dans la courbure de la demi-cycloïde FE arrivera à même tems au point D de quelque point E que ce soit qu'il commence à tomber.



Si de tous les points B du demi-cercle générateur ABD on mene des cordes BD, & que par tous les points B on mene aussi des paralleles KGBE à la base AF qui rencontrent la cycloïde en E, & la corde la plus proche en dessus en G, & le diametre AD en K; on sçait par la nature de la cycloïde que sa courbe FED est formée par des parties égales aux parties des cordes comme BG, qui en sont les touchantes, & qui ne different pas de la courbe, quand les arcs BB du cercle générateur sont très-petits.

Mais par ce qui est démontré dans la précédente proposition que le corps qui tombe par le plan incliné BG y emploïe un tems qui est celui qu'il emploïe à parcourir BI parallele à AD & comprise entre les BE, comme les longueurs de ces lignes BG, BI, quelque vitesse que le corps ait en B. Et puisque la vitesse qu'il a en G est la même

qu'en I, il s'ensuit que la somme des tems que le corps emploïeroit à parcourir chaque portion des cordes de suite comme BG avec les vitesses acquises successivement dans la chûte de chaque partie BG, sera à la somme des tems que le corps emploïeroit à parcourir chaque perpendiculaire BI, comme la somme de toutes les parties BG qui sont égales à la portion de la cycloïde EED, à la somme de toutes les perpendiculaires BI qui sont égales à BH ou KD.

Mais aussi par la nature de la cycloïde la portion de la courbe EED est double de la corde BD qui lui répond dans le cercle générateur ABD. Donc le tems de la chûte par la portion de la cycloïde EED sera au tems de la chûte par la perpendiculaire BH, comme deux BD à BH.

Enfin par la même proposition le tems de la chûte par BD sera au tems de la chute par BH, comme BD à BH : donc le tems par EED étant au tems par BH, comme 2 BD à BH, & le tems par BH étant au tems par BD, comme BH à BD, en raison égale le tems par EED sera au tems par BD, comme 2 BD ou la courbe EED son égale, à BD. Mais par la proposition centiéme les tems de la chûte par les cordes BD sont tous égaux entr'eux ; & par consequent le tems de la chûte par toutes les portions de la cycloïde EED jusqu'à son sommet D, qui répondent aux cordes seront aussi égaux entr'eux, puisqu'ils sont doubles des autres.

C'est par cette proprieté de la cycloïde que M. Hugens de Zulichem a rectifié le mouvement des pendules qu'il avoit appliqués aux horloges, ce mouvement étant de lui-même inégal. Il a accommodé deux portions de cycloïde au point de suspension du pendule, ce qui fait que les vibrations de differentes longueurs sont *isochrones* ou d'égale durée. Car si le poids du pendule est consideré comme un point, il décrira une cycloïde semblable à celles qui sont jointes à la suspension, pourvû que le diametre du

cercle générateur de ces cycloïdes soit égal à la moitié de la longueur du pendule.

PROPOSITION CXXI.

EXPLICATION *du mouvement des corps qui sont jettés, comme des bombes & des jets d'eau.*

On considere dans le mouvement des corps qui sont jettés deux sortes de mouvemens séparés qui sont ceux en effet qui le composent. Car si un corps est poussé ou jetté selon une ligne horizontale ou inclinée à l'horizon comme on voudra avec quelque force, la pesanteur propre de ce corps qui est une autre force, le détourne pour le faire descendre selon la direction des corps pesants.

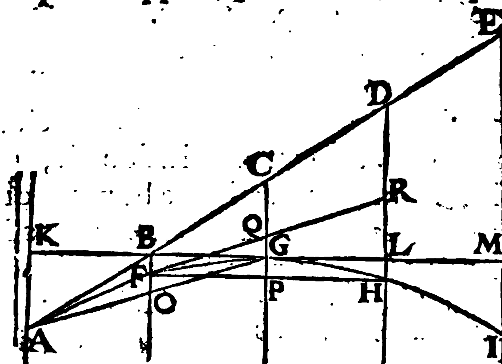
Dans la détermination de ce mouvement composé on suppose que la vitesse qu'on donne au corps en le poussant & qu'on appelle impulsion, lui demeure toûjours selon la ligne droite de la détermination qu'on lui a donnée, ensorte qu'il parcourroit toûjours des parties de lignes droites égales entr'elles en tems égaux ; si sa pesanteur avec sa direction particuliere qu'on suppose parallele en differens endroits ne le détournoit de ce chemin en lui faisant parcourir des espaces qui sont entr'eux dans la raison des quarrés des tems.

Si le corps A est donc poussé avec quelque vitesse qui lui fasse parcourir la ligne droite AE telle qu'on voudra en quatre tems égaux ausquels ils se trouveroit dans les divisions égales de la ligne AE aux points BCDE ; & que dans l'espace du premier tems il soit descendu de la longueur BF selon la direction des corps pesans, dans le second tems lorsqu'il devroit être en C, il sera descendu sur CG de la longueur CG quadruple de BF ; dans le troisiéme tems où il devroit être en H, il sera descendu de la longueur DH égale à neuf fois BF ; & enfin au lieu d'être

en E au quatriéme tems il sera en I éloigné de E de 16 fois BF.

On voit donc que par ces deux mouvemens differens le corps A se sera trouvé dans les quatre tems differens aux points F G H I, qui sont dans une ligne Parabolique. Car la principale proprieté de cette ligne est que les quarrés des lignes comme AB, AC, AD, AE sont entr'eux, comme les lignes BF, CG, DH, EI.

Mais maintenant si de l'un des points G de la parabole AGI on mene la ligne droite KBGM qui passe par le point B de la ligne droite AE, lequel soit également éloigné des lignes de direction des poids qui passent par A & par G, & qu'on suppose que le même corps qui a décrit la parabole par ses deux mouvemens composés, se meuve sur cette ligne KBGM d'un mouvement égal qui lui feroit parcourir les espaces égaux GB, BK, GL, LM ensorte qu'il se trouvât dans les mêmes lignes de direction des poids AK, BF, CG, DH, EI dans les mêmes tems où il s'y étoit trouvé quand il a décrit la parabole; je dis qu'il se trouvera encore dans les points de la même parabole par la composition de ses deux mouvemens, soit qu'il aille de G vers K ou de G vers M.



Car si dans le premier tems il devoit être en B ou en L, il sera descendu d'un espace égal à BF; & par consequent il sera en F ou en H, ce qui est évident pour le point F par la construction: mais pour le point H, puisque CG est quadruple de BF, DL en sera octuple, y aïant même raison de

de BC à BD ou de BG à BL, que de CG à DL. Mais DH est égale à BF. On démontrera de même que AK sera égale à 4 BF, & MI aussi; car EI est égale à 16 BF, & EM à 12, donc MI est égale à 4 BF. Ce sera la même chose pour tous les autres points.

Si l'impulsion du corps étoit selon la direction naturelle des poids & que le corps allât en descendant, il se mouveroit en descendant sur la même ligne par ses deux mouvemens, ensorte qu'en tems égaux il ajoûteroit à des espaces égaux qui seroient en raison des quarrés des tems, ce qui est facile à entendre. Mais s'il se mouvoit en montant selon la même ligne de direction il ôteroit aux espaces égaux, des espaces qui seroient en raison des quarrés des tems. Comme si dans des tems égaux le corps A devoit parcourir en montant dans la ligne AG perpendiculaire à l'horizon, des espaces égaux, AB, BC, CD en des tems égaux, & que dans le premier tems par son mouvement de pesanteur il descendît de la longueur BH égale à un sixiéme de AB, lorsqu'il devroit être parvenu en C dans le second tems il seroit descendu de la longueur CI égale à quatre BH, & lorsqu'il devroit être en D il seroit descendu en N de la longueur DN égale à neuf BH, c'est-à-dire qu'il seroit descendu de la moitié de ce qu'il devroit être monté; enfin quand il auroit dû être en G dans six tems égaux au premier par son impulsion, il se trouveroit en A par sa pesanteur étant descendu de 36 BH. Ce seroit alors que le corps commenceroit à descendre au-dessous du point d'où il a commencé à se mouvoir, car son mouvement acceleré par sa pesanteur seroit plus grand que le mouvement d'impulsion.

G
F
E
D
C
N
I
B
H
A

Ce sera la même chose pour le mouvement oblique dans ce qui regarde son élevation & sa descente. Ainsi le

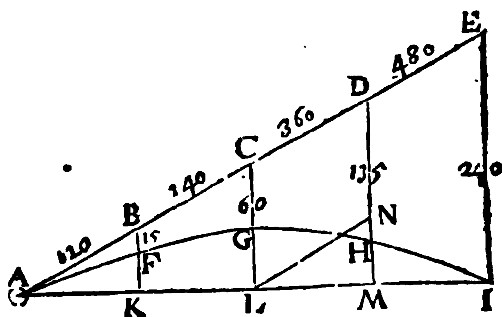
corps étant poussé de bas en haut ou verticalement ou obliquement avec une certaine vitesse, quand il sera parvenu à la plus grande hauteur où il puisse aller au dessus de l'horizon, comme en N, il ne sera qu'à la moitié de celle où il seroit parvenu par le mouvement d'impulsion qu'il a eu au point A en commençant à se mouvoir : & de même lorsqu'il sera descendu à la même hauteur de A, il devroit s'être élevé par le mouvement d'impulsion à une hauteur quadruple de sa plus grande hauteur N.

Il s'ensuit donc de-là que si l'on donne le chemin AB qu'un corps sphérique très-pesant & consideré comme un point A, doit parcourir par son impulsion dans un tems déterminé comme d'une seconde, on sçaura jusqu'à quelle hauteur il doit s'élever ; car les corps sphériques & fort pesans comme les bales de plomb ausquelles l'air ne peut apporter que peu de retardement dans leur chûte, au moins dans une seconde de tems, tombent par un espace de 15 pieds dans ce même tems suivant les experiences les plus exactes ; & supposant comme on a fait, que les espaces parcourus par les corps pesants en descendant sont en raison des quarrés des tems, il s'ensuit que si le corps A doit parcourir par son impulsion la ligne AB de 120 pieds, laquelle fait l'angle BAI de 30 dégrés avec l'horizon AI dans une seconde de tems, le corps descendra en F de 15 pieds selon la direction des poids BK : & à cause que l'angle BAI est de 30 dégrés la ligne BK ne sera que la moitié de AB ; & par consequent elle n'aura que 60 pieds dont BF sera le quart.

Par la même raison AC étant de 240 pieds, CL sera de 120, & CG quadruple de BF sera de 60, qui est la moitié de CL. Enfin on trouvera que le corps doit parvenir en I sur l'horizon AI lorsque le chemin de l'impulsion AE sera double de CA ou quadruple de AB, & que EI sera égale à 16 BF.

Maintenant à cause de la parabole AGI si l'on a un de

ses points donné de position comme H autre que le point A, & qu'il soit au dedans ou au dehors de l'angle EAI donné dont AI est l'horizon & AE la ligne du mouvement d'impulsion qui doit toucher la parabole en A, & qu'on cherche la plus grande hauteur de la parabole par dessus l'horizon, c'est-à-dire la position de l'axe CL, & le point G de la parabole sur l'axe, lequel est son sommet; on sçait par la nature de la parabole que ce point G coupera CL en deux également, & qu'il y aura même raison du quarré de AD au quarré de AC, que de la ligne DH perpendiculaire à l'horizon laquelle passe par le point H, à CG, ou que de deux DH à deux CG qui sont égales à CL. Mais aussi le quarré de AD est au quarré de AC comme le quarré de DM au quarré de CL : donc le quarré de DM au quarré de CL, comme 2 DH à CL; & par consequent le produit du quarré de DM par



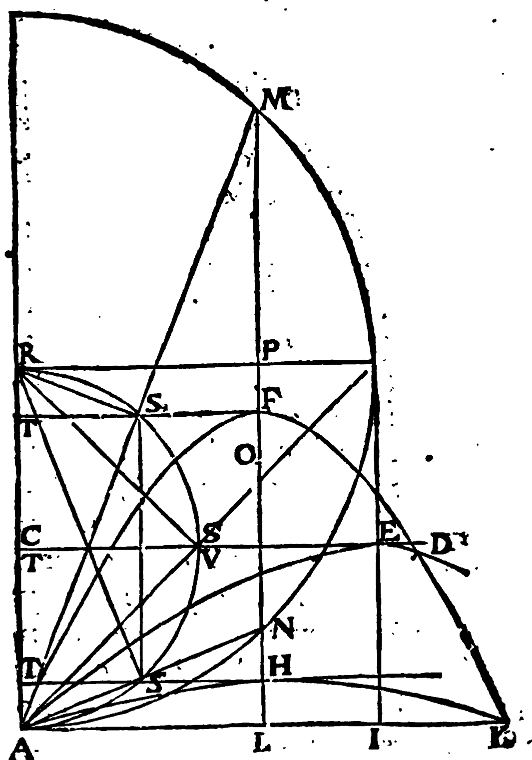
CL sera égal au produit du quarré de CL par 2 DH, & chacun de ces produits étant divisé par la hauteur commune CL on aura le quarré de DM au rectangle de CL par 2 DH, ce qui donne la proportion de 2 DH à DM, comme DM à CL. Il faut donc trouver sur DH la ligne DN qui soit la troisiéme proportionnelle après 2 DH & DM, & la moitié de DN sera la plus grande hauteur de la parabole au dessus de l'horizon. Si par le point N on mene NL parallele à AE qui coupe AI au point L, ce point sera l'endroit de l'horizon par où l'axe CL de la parabole doit passer.

Par les experiences que l'on a qu'un corps sphérique d'une matiere fort pesante comme du fer ou du plomb, parcourt en descendant par sa pesanteur depuis son repos une longueur de 15 pieds dans le tems d'une seconde, & si l'on suppose que les autres espaces parcourus par un corps en descendant dans des tems égaux, soient entr'eux comme les quarrés des tems depuis le commencement de la chûte, il est certain que la longueur de la ligne DH étant donnée, on aura le tems que le corps a emploïé à parcourir la parabole depuis A jusqu'en H. Car si l'on tire la racine quarrée du nombre des pieds qui sont en DH & qu'on la divise par 7 pieds $\frac{1}{2}$ on aura le tems en demi-secondes que le corps a emploïé à parcourir l'espace parabolique AGH. C'est pourquoi le point H étant donné avec le point H étant donné avec le point A de la parabole, on connoîtra quel sera le mouvement d'impulsion sur la ligne AD, c'est-à-dire quel nombre de pieds il parcourt en une demi-seconde de tems. Car il n'y aura qu'à diviser la longueur de AD par le nombre des demi-secondes que l'on vient de trouver.

Si les lignes AD & HD n'étoient point données, & qu'on connut seulement le tems qu'il faut au corps pour aller du point A jusqu'en H d'un mouvement parabolique, aïant multiplié les demi-secondes de ce tems par 7 pieds $\frac{1}{2}$ & le produit étant quarré, on aura en pieds la hauteur verticale DH, & l'on trouvera ensuite AD, supposant qu'on connoisse la distance AH & l'angle AHD; & par même moïen l'on aura aussi la vitesse du corps, ou le chemin qu'il doit parcourir par son mouvement d'impulsion qui est uniforme.

Dans un demi-cercle ASR dont le diametre AR est perpendiculaire à l'horizon, si de tous les points S de la circonference on mene des perpendiculaires ST à AR avec les cordes AS, & que les lignes AR, AS represen-

tent les temps que le corps A emploïe à parcourir par tout de la même viteſſe, & du même mouvement d'impulſion les lignes differemment inclinées AS : je dis que toutes les lignes AT repreſenteront les eſpaces que le corps parcourt dans chaque tems repreſenté par AS.



Aïant mené les lignes RS, il eſt évident à cauſe des triangles rectangles ſemblables qu'il y a même raiſon de AR à AS que de AS à AT ; & par conſequent ſi les lignes AR, AS repreſentent des tems que le corps A emploïe à parcourir ces eſpaces AR, AS d'un mouvement uniforme les lignes RA, TA qui repreſentent le rapport des quar-

rés de ces tems, representent aussi les espaces que parcourt le corps en tombant depuis le repos d'un mouvement acceleré dans le rapport des tems marqués ou representés par AR & AS. Ce que nous disons de la chûte, doit s'entendre de même de sa montée ou de son élevation, comme on a vû cy-devant.

Mais on a démontré que lorsqu'un corps est descendu jusqu'à l'horizon d'où il étoit parti, par un mouvement acceleré depuis le repos en A jusqu'à sa plus grande élevation, & de-là par les mêmes dégrés jusqu'à l'horizon, il devroit s'être élevé par son mouvement d'impulsion uniforme d'une hauteur quadruple de celle où il s'est élevé par le mouvement d'acceleration inégal. C'est pourquoi si dans le vertical le corps ne peut s'élever que depuis A jusqu'en R & descendre ensuite en A par le mouvement d'acceleration, il devroit dans le même tems avoir parcouru avec le mouvement d'impulsion selon la verticale AR un espace quadruple de AR, & dans le tems de sa montée une espace double de AR. Et comme ce sera la même chose pour toutes les cordes AS, il est évident que lorsque le corps sera parvenu à l'horizon étant poussé suivant la direction des cordes il doit rencontrer l'horizon à une distance du point A laquelle soit quadruple de ST, puisque par le mouvement d'impulsion il devroit parcourir une espace quadruple de AS quand le corps se trouve dans l'horison; & cette distance sur l'horizon quadruple de ST est appellée l'*amplitude* de la parabole ou du jet: & par consequent l'axe de la parabole sur lequel est sa plus grande hauteur au dessus de l'horizon sera éloigné de A de deux ST.

Il s'ensuit donc de-là que le jet qui a la plus grande amplitude sera AE qui se fait par la ligne AV élevée de 45 dégrés ou d'un angle demi-droit sur l'horizon, puisque ST dans ce cas est égale au raïon du cercle qui est la plus

grande de toutes les lignes ordonnées comme ST. Il s'ensuit encore que les jets AF, AH qui sont au dessus & au dessous de 45 dégrés à égales distances du point V, auront des amplitudes AK égales, puisque leurs ST sont égales : c'est pourquoi on pourra avec la même vitesse jetter le corps A à un même point K de la ligne horizontale par deux jets differens AM, AN qui seront également éloignés de AV ; mais le jet ne pourra jamais passer au-delà du quadruple du raïon du cercle. Si l'amplitude d'un jet est donnée sa quatriéme partie déterminera l'ordonnée ST dans le demi cercle, & par consequent on aura l'inclinaison de la ligne AS par laquelle il faut faire le jet, & le demi-cercle doit avoir pour diametre AR qui est une ligne égale à la plus grande hauteur du jet vertical.

Ce que je viens de dire des jets par rapport à l'horizon doit s'entendre de même de quelqu'autre ligne inclinée à l'horizon comme on voudra. Car dans la premiere figure de cette proposition, si FH étoit l'horizon, ce qu'on déterminera pour la parabole FGH sera de même pour la parabole AFG par rapport à la ligne AG, car la hauteur OF sera égale à la hauteur GP, pourveu que les lignes CP, KA soient à même distance l'une de l'autre que les lignes BO, LH ; & la formation de AFG s'en fera par le jet selon la ligne ABC de même que celle de FGH par le jet FQR, & les lignes BF, QG étant égales, CG & RH le seront aussi.

Je dis maintenant que si les lignes TA sont les plus grandes hauteurs ou élevations des paraboles au-dessus de l'horizon ou de leurs lignes qui marquent leurs amplitudes, les lignes RT seront égales au quart du parametre de ces mêmes paraboles.

Car par les proprietés de la parabole si AL est une ordonnée à l'axe FL, le quarré de AL sera égal au rectangle de EL ou TA sous le parametre : mais le quarré de ST qui

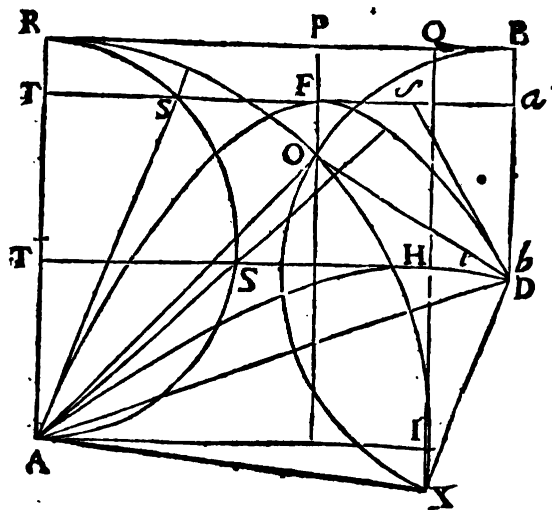
est toûjours la moitié de AL ou de TF étant égal au quart du quarré de AL doit aussi être égal au quart du rectangle de TA sous le parametre, ou bien égal au rectangle de TA sous le quart du parametre, ce qui est la même chose. Et à cause du demi-cercle le quarré de ST étant égal au rectangle de TA sous RT, il s'ensuit que RT sera le quart du parametre de la parabole.

Mais aussi par les proprietés de la parabole, le foïer comme O sur l'axe doit être éloigné de son extrémité F du quart du parametre; c'est pourquoi dans tous ces jets paraboliques le diametre AR sera égal à la plus grande hauteur de la parabole & au quart du parametre de son axe.

Mais par une proprieté des foïers O de la parabole si la ligne RP est perpendiculaire à l'axe de la parabole & qu'elle soit éloignée de son sommet F du quart du parametre ou de la distance FO entre le sommet & le foïer, toutes les lignes comme AR qui sont menées perpendiculaires d'un point A de la parabole à la ligne RP seront égales à celles qui sont menées de ce même point A au foïer O. Ainsi dans cette construction la ligne AR qui est le diametre du cercle ASR, sera par tout égale à la distance du point A jusqu'au foïer.

Il s'ensuit de cette proprieté que si l'on donne les deux points A & D comme on voudra, ensorte que le jet qui part du point A doive passer par le point D, & qu'on ait aussi la plus grande hauteur AR du jet vertical qui se fait avec la même vitesse d'impulsion que celui qu'on demande, il sera facile de déterminer le foïer, l'axe & la plus grande hauteur de la parabole du jet, & par consequent la ligne d'impulsion par laquelle se doit faire le jet. Car du point A pour centre & pour raïon AR aïant décrit le cercle ROX; & de même pour centre D & pour raïon DB parallele à AR & qui se termine dans la ligne RPB parallele

lele à l'horizon, aïant décrit le cercle BOX qui coupe le premier ROX aux points O & X, je dis que ces deux points sont les foïers de deux paraboles qui satisfont à la question. C'est pourquoi aïant mené des points O & X les lignes OP, XQ paralleles à AR jusqu'à RB & les aïant coupées en deux également en F & en H, ces points F & H seront les sommets des deux paraboles. Enfin si l'on tire FT, HT paralleles à l'horizon qui rencontrent le demi-cercle ASR aux points S, les lignes AS seront les directions des jets ou les lignes d'impulsion.



Tout ceci est évident par ce qui a été démontré cy-devant, puisque la ligne AO étant égale à AR le foïer doit être sur le cercle RO; & par la même raison il doit être aussi sur le cercle BO; il sera donc au point O. Ce sera la même chose pour le foïer X.

On trouvera toûjours la ligne AR par ce que j'ay enseigné cy-devant: puisqu'on peut connoître la vitesse d'impulsion du corps par l'experience d'un seul jet qui étant

parti de A est venu en quelque point D, en connoissant la longueur de la ligne AD & l'angle SAD ou SAI sous lequel s'est fait le jet; ou bien en connoissant le tems que le corps a emploïé à aller de A jusqu'en D. Car supposant la vitesse d'impulsion toûjours la même dans toutes les inclinaisons comme dans le vertical, il faudra diviser par 15 le nombre quarré des pieds du chemin d'impulsion dans le tems d'une demi-seconde, & le quotient sera la plus grande hauteur du jet; ce qui est évident dans cette hypothése, puisque les $\frac{4}{15}$ du quarré du chemin en une demi-seconde sera égal au chemin du mouvement d'impulsion verticale dans le tems que le mobile par son mouvement inégal sera retourné au point d'où il étoit parti.

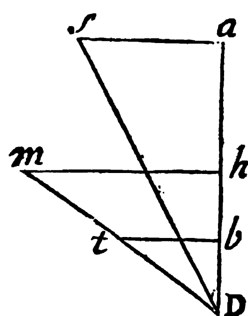
J'ay démontré dans la quatriéme figure de cette proposition que dans le tems que le corps sera monté ou descendu de la longueur de AT, il devroit avoir parcouru par son chemin d'impulsion uniforme le double de AS selon la touchante AS de ce jet; ou bien ce qui est la même chose, il devroit avoir parcouru d'un mouvement horizontal uniforme la ligne TF ou le double de TS. Mais puisqu'un corps parcourt d'un mouvement uniforme un espace double de celui qu'il parcouroit par son mouvement acceleré en tombant, dans le même tems & avec la vitesse qu'il a acquise à la fin de sa chûte, il s'ensuit que le corps étant tombé de la hauteur de TA dans un certain tems il peut parcourir d'un mouvement uniforme une longueur double de TA dans le même-tems avec la vitesse qu'il aura en A. Et puisque dans le même-tems qu'il parcourt TF d'un mouvement uniforme il doit parcourir TA d'un mouvement acceleré, il est évident qu'il parcourra TS moitié de TF d'un mouvement uniforme dans le même-tems qu'il parcourra TA aussi d'un mouvement uniforme & avec la vitesse qu'il auroit acquise en A en tombant de la hauteur TA, & par consequent il faut que les vitesses soient entre-

elles dans la même raison des lignes TS, TA. Mais par la régle de la chûte des corps la raison des vitesses ou des tems qui est la même doit être celle des racines dont les quarrés seront les espaces parcourus d'un mouvement acceleré : c'est pourquoi le quarré de TA sera au quarré de TS comme les espaces parcourus en tombant par un mouvement acceleré depuis le repos. Mais aussi à cause que TA est à TS comme TS est à TR, la ligne TA sera à TR comme le quarré de TA au quarré de TS ; & par consequent la vitesse que le corps aura acquise étant tombé de la hauteur TA sera à la vitesse qu'il aura acquise étant tombé de la hauteur RT, comme TA à TS, & ainsi avec celle qu'il aura en T il parcourra l'espace TF d'un mouvement uniforme dans le même tems qu'il parcourra TA d'un mouvement acceleré.

Voicy maintenant comme il faut déterminer lequel des deux jets qui se font par les paraboles AFD, AHD qui ont un même but D, fait un plus grand effort au point ou au but D. Si des sommets F & H des paraboles on mene les lignes F *a*, H *b*, paralleles à l'horizon, lesquelles soient terminées à la ligne BD en *a* & en *b* ; & qu'on les divise en deux également en *ſ* & en *t*, les lignes *ſ* D, *t* D seront les touchantes des paraboles ; & par consequent l'effort du corps en D par le jet parabolique AFD sera mesuré par la vitesse uniforme du corps sur la touchante *ſ* D qui est composée des deux vitesses uniformes D *a*, & *ſ a* dont D *a* est la mesure de celle que le corps a acquis en D étant tombé de la hauteur *a* D par un mouvement acceleré, & par rapport à *ſ a* qui est la mesure de celle que le corps a acquis en F étant tombé de la hauteur PF. Et de même l'effort du corps en D par le jet parabolique AHD étant mesuré par la vitesse uniforme du corps sur la touchante *t* D qui est composée des deux vitesses uniformes D *b*, t *b* & dont D *b* est la mesure de celle que le corps a acquis étant tombé de la

hauteur *b* D d'un mouvement acceleré, & *t b* est la mesure de celle qu'il a acquis étant tombé de la hauteur QH, suivant ce qui a été expliqué cy-devant.

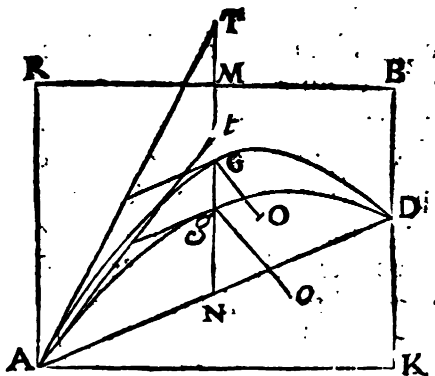
Mais pour comparer ces deux vitesses du corps dans les touchantes *s* D, *t* D, il faut connoître les tems dans lesquels le corps doit parcourir ces deux touchantes avec ses differentes vitesses. Et puisqu'il parcourt *sa* & D *a* dans un même tems; & de même *t b* & *b* D dans un même tems, il suffit de comparer un de ces tems. Si l'on prend donc D*a* & D*b*, il faudra trouver la moïenne proportionnelle D*h* entre deux, & l'on démontrera qu'il doit parcourir l'espace *a* D avec la vitesse uniforme qu'il a acquise en D étant tombé de la hauteur *b* D dans le même-tems qu'il parcourra l'espace *h* D avec la vitesse uniforme qu'il a acquise en D étant tombé de la hauteur *b* D. Car puisque le corps doit parcourir les deux espaces *a* D, *b* D en tombant dans un tems double de celui qu'il emploïeroit à parcourir ces mêmes espaces d'un mouvement uniforme avec les differentes vitesses qu'il auroit acquises en D dans les deux chûtes, & les tems qu'il emploïe à tomber par les espaces *a* D, *b* D étant entr'eux comme *a* D à *h* D; il parcourra ces mêmes espaces d'un mouvement uniforme avec ses differentes vitesses dans des tems qui seront entr'eux comme *a* D à *h* D. Mais dans les espaces parcourus d'un mouvement uniforme les tems sont entr'eux comme les espaces; c'est pourquoi le tems *a* D étant au tems *h* D; comme *h* D à *b* D, le corps qui parcouroit l'espace *b* D dans le tems *h* D parcourra l'espace *h* D dans le tems *a* D : ce qu'il falloit démontrer.



Enfin si l'on mene *h m* perpendiculaire à *a* D & qu'on prolonge *d t* jusqu'en *m*, puisqu'il y a même raison de *h* D

bm que de *b* D à *bt*, le corps parcourra l'espace *m* D d'un mouvement uniforme avec sa vitesse composée des deux *b* D, *bt* dans le même tems qu'il parcourra *f* D avec la vitesse composée des deux *a* D, *fa*. Les vitesses selon les lignes *f* D, *m* D seront donc entr'elles dans la même raison de ces lignes, & par consequent les efforts du corps seront dans la raison de ces lignes *f* D, *m* D, puisqu'ils doivent être dans la raison des vitesses ou des espaces parcourus dans le même-tems.

Pour ce qui est de la pratique, si l'on donne la distance depuis le lieu A d'où se fait le jet jusqu'au but D dont on connoît l'élevation DK au dessus de l'horizon ou son abaissement au dessous, avec la hauteur AR du jet vertical, ce qui donnera aussi BD depuis le but D jusqu'à la ligne RB parallele à l'horizon laquelle passe par le point R : voici la regle pour déterminer la ligne par laquelle se doit faire le jet.



Regle.

Aïant coupé AD en deux également en N, & aïant mené MN parallele à AR, on prendra la moitié de la somme AR, BD qui sera MN, & du quarré de MN on ôtera le quarré de AN qui est la moitié de AD, & du reste on en tirera la racine quarrée MT qu'on ajoûtera à MN ce qui fera N*t* ou qu'on en ôtera ce qui fera N*t*. Je dis que les deux jets par AT & par A*t* avec la vitesse du jet qui a pû monter verticalement depuis A jusqu'en R, iront tomber en D.

On aura donc dans le triangle ATN ou A*t* N les deux côtés AN, NT ou AN, N*t* donnés, avec l'angle ANT

qui est égal à la somme d'un droit & de l'angle KAD de l'élevation du point D sur l'horizon, ou à la difference d'un droit & de l'angle qui est l'abaissement du point D sous l'horizon ; c'est pourquoi par la Trigonometrie on connoîtra l'angle NAT ou NA*t* & l'on aura l'inclinaison de la ligne AT ou A *t* par rapport à AD ou à l'horizon AK.

La démonstration de cette pratique dépend d'une proprieté de la parabole, qui est que si l'on coupe NT ou N*t* en deux également en G ou en *g* ; GM ou *g* M qui seront égales à la distance depuis le foïer O ou *o* jusqu'à l'extrémité G ou *g* du diametre NG ou N*g*, sera aussi égale au quart du parametre de ce diametre.

On remarquera dans la construction de ce problême, que si MN est égale à AN on n'aura point de ligne MT, & que dans ce cas la touchante de la parabole ou le jet se doit faire par la ligne AM, & de plus qu'il n'y aura qu'une seule parabole qui satisfasse à la question, laquelle passera par le milieu de la ligne MN ; & que dans tous les autres cas il y en aura toûjours deux, car MT ou M*t* seront toûjours plus petites que MN.

Exemple.

Si l'on suppose que la plus grande portée de la force, ou ce qui est la même chose, l'amplitude de la plus grande parabole soit donnée de 600 toises laquelle se doit faire par un jet de 45 dégrés d'élevation sur l'horizon, ou enfin la plus grande hauteur du jet vertical de 300 toises, lequel est toûjours la moitié de la plus grande amplitude de tous les jets qui sont faits avec la même force ; & que la hauteur KD depuis l'horizon jusqu'au but D soit de 83 toises, & la longueur AD 320 toises, & enfin l'angle KAD de 15 dégrés.

Par la regle la ligne MN sera de 258 toises $\frac{1}{2}$ & AN

sera de 160 toises, la difference des quarrés de ces deux nombres sera de 41222 dont la racine est 203 toises & un peu plus. Si l'on ajoûte donc 203 toises avec MN de 258 $\frac{1}{2}$ on aura NT de 461 $\frac{1}{2}$; mais si on l'ôte on aura N *t* de 55 $\frac{1}{2}$.

Maintenant dans le triangle ANT dont on connoît le côté AN de 160 toises, le côté NT de 461 toises $\frac{1}{2}$, & l'angle ANT de 105 dégrés somme de 90 dégrés & de 15 dégrés pour l'angle KAD, on trouvera l'angle NAT ou DAT de 57 dégrés 55 minutes; & par consequent l'angle KAT sera de 72 dégrés 55 minutes. Et dans le triangle AN *t* on connoît aussi les deux côtés AN de 160 toises & N *t* de 55 $\frac{1}{2}$ avec le même angle ANT ou AN *t* qu'auparavant; c'est pourquoi on aura l'angle NA *t* ou DA *t* de 17 dégrés 5 minutes, & KA *t* de 32 dégrés 5 minutes.

Enfin si le quarré de MN est plus petit que le quarré de AN, on ne pourra pas faire la soustraction, & dans ce cas il n'y aura aucune parabole qui puisse satisfaire à la question dans les conditions données, ce qui est facile à démontrer par la nature de la parabole.

PROPOSITION CXXII.

CONSTRUCTION *& usage d'un instrument universel, pour le jet des bombes.*

La construction de cet instrument est fondée sur ce qui a été expliqué en dernier lieu dans la proposition precedente, où l'on suppose que l'on connoisse la distance depuis le lieu A d'où se fait le jet, jusqu'au but D où l'on doit tirer avec la hauteur DK depuis le niveau du point A jusqu'au but D, & la distance horizontale AK. On suppose aussi qu'on connoisse la hauteur du jet vertical AR.

Cet instrument n'est qu'une équaire ordinaire BAC dont l'une des branche AC est fort longue par rapport à

l'autre AB qui porte un curseur K lequel coule au long de de l'aréte extérieure de la branche AB, & qu'on peut arrêter en quel endroit on veut. Ce curseur K soutient le fil d'un plomb P.

Dans l'usage de cet instrument il ne faut qu'appliquer la longue branche de l'équaire dans le mortier que l'on doit incliner tant que le fil du plomb qui est arrêté en un point déterminé K passe par un point trouvé E sur l'arrête AC de l'équaire.

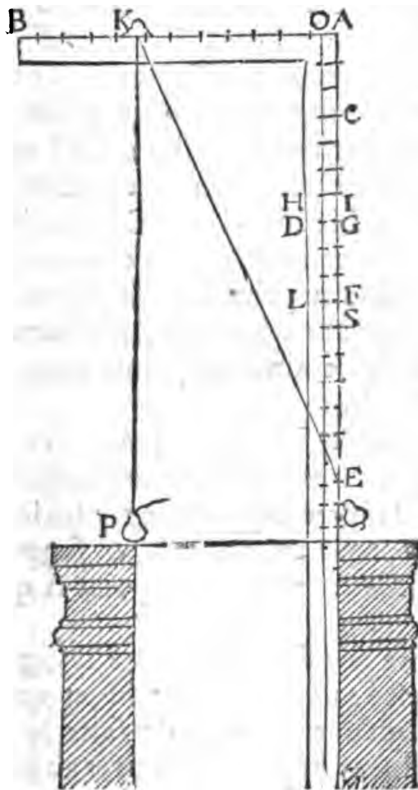
Les deux branches de l'équaire sont divisées en parties égales de 10 en 10 ou de 50 en 50 seulement, qui representent des toises & qu'on fera de grandeur proportionnée aux nombres qui s'y doivent trouver & à la grandeur de l'équaire, comme on le verra ensuite.

Pour avoir le point K où le fil du plomb doit être arrêté, on prendra AK égal au nombre des toises de la distance horizontale AK. Mais pour avoir le point E il doit y avoir sur la branche AC de l'équaire tout proche de l'arréte AC qui est divisée en parties égales une ligne droite OH parallele à AC & divisée inégalement suivant la table qu'on va donner. On marquera d'abord sur les divisions égales à AC le nombre des toises AF égal au double du jet vertical AR donné dont on aura ôté KD, ce qui fera deux MN de la proposition précédente, & l'on en ôtera la grandeur AG égale au nombre des toises de la distance AD; on aura donc la partie GF qui répondra à DL sur la ligne OH, & le nombre des parties inégales de cette ligne qui sont contenuës dans DL seront prises sur OH depuis son commencement O jusqu'en H, ce qui donnera OH, ou AI qui lui répond en parties égales de toises.

Maintenant si l'on joint le nombre des toises de AI avec AS égal au double du jet vertical, on aura AE, ou bien si on l'ôte de AF on aura A*e*, ce qui détermine les deux points E & *e* par où le fil du plomb doit passer pour donner le jet au but D.

La

La démonſtration de cette conſtruction eſt facile par ce qui a été démontré dans la propoſition precedente, car ce n'eſt que la même choſe hormis ſeulement que l'on prend des lignes doubles de celles qu'on y avoit ſuppoſées, comme on le peut voir en comparant la figure qu'on y a donnée avec cette conſtruction, ce qui fera l'angle KEA de cette figure égale à l'angle RAT de l'autre.



Pour ce qui eſt de la ligne OH ou AI de cette figure qui eſt égale à M ı ou M *t* de l'autre, elle eſt donnée par le rapport des diviſſions inégales de la ligne OH avec celles de la ligne AC, par ces diviſions ſont déterminées de telle

maniere que si OL est l'hypoténuse d'un triangle rectangle, & OD l'un de ses côtés, les parties comprises dans LK égales en nombre à celles de OH, donneront OH pour l'autre côté du triangle; & par consequent OH sera la racine du quarré qui est la difference des quarrés de OL, OK.

Par exemple si le jet vertical est de 500 toises & que la hauteur KD depuis le niveau du point A jusqu'au but D soit de 20 toises & AD de 700 toises, on aura pour le double du jet en aïant retranché KD la ligne AF de 980 toises, ce qui répond sur la division de la ligne OH au point L du nombre 383, mais le nombre 700 du point G des parties égales répond aux parties de la ligne OH au point D du nombre 196; & la difference entre ces deux nombres qui est 187, étant cherchée sur la ligne OH tombe au point H depuis son commencement O, & donne sur les parties égales le nombre 686 au point I. Enfin si l'on ajoûte le double du jet 1000 avec 686 on aura AE, ou bien si on l'ôte on aura A*e*, ce qui détermine les points E & *e* par où doit passer le fil du plomb.

Si le but D étoit plus bas que le point A ce sera toûjours la même chose, car comme on connoît la difference de ces deux hauteurs, il n'y aura qu'à changer les lettres & mettre A au point D, & D au point A, & supposer toûjours que la hauteur du jet vertical est au point A qui est le plus bas.

On remarquera que si la distance AD depuis le lieu A jusqu'au but D est égale au double du jet vertical moins KD, il n'y aura qu'une maniere de faire le jet, & si elle est plus grande il sera impossible de tirer au but.

TABLE POUR SERVIR A DIVISER *la branche AC de l'équaire.*

Cette division est fort aisée, car l'arrête AC de l'équaire étant divisée en parties égales qui pourront être d'une ligne chacune & qui representeront tel nombre de toises qu'on voudra, comme 50, la ligne OH qui lui sera parallele sera divisée dans les mêmes parties & portera les chifres des nombres quarrés de suite, sans qu'on doive avoir égard au nombre des toises que represente chaque division.

On marque les divisions égales des nombres de suite 1,2,3, &c. qui doivent representer des centaines de toises.

AH	AC	AH	AC
1	.	441	.
4 —	1	484 —	11
9	.	529	.
16 —	2	576 —	12
25	.	625	.
36 —	3	676 —	13
49	.	729	.
64 —	4	784 —	14
81	.	841	.
100 —	5	900 —	15
121	.	961	.
144 —	6	1024 —	16
169	.	1089	.
196 —	7	1156 —	17
226	.	1225	.
256 —	8	1296 —	18
289	.	1369	.
324 —	9	1444 —	19
360	.	1521	.
400 —	10	4600 —	20

On pourroit faire que la ligne AC fut divisée de 10 en 10 toises au lieu de 50 comme icy, & mettre vis-à-vis de chaque division les nombres des quarrés de suite; mais le nombre des quarrés seroit monté trop haut pour être commodement écrit sur la branche de l'équaire qui auroit dû être trop longue pour ces petites divisions, car il faut qu'elle contienne au moins 2000 parties égales sans ce qui doit entrer dans le mortier. C'est pourquoi on a crû que les divisions qu'on donne icy sont suffisantes pour la pratique.

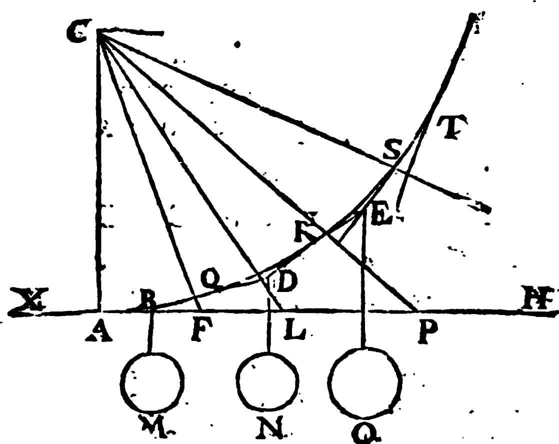
PROPOSITION CXXIII.

UNE *corde étant supposée sans pesanteur, on détermine les poids qu'il faut appliquer dans toutes ses parties, afin qu'étant tirées par ces poids tous ensemble, elle prenne une figure courbe telle qu'on voudra.*

Soit la courbe donnée AQRS qui touche l'horizon AH au point A. Aïant pris sur cette courbe des parties égales entr'elles & indefiniment petites comme AQ, QR, RS, & par les points AQRS aïant mené des touchantes AB, BD, &c. qui se rencontrent aux points BDE, si au point A on éleve la perpendiculaire AC, & que de quelque point C de cette ligne on mene des perpendiculaires CQF, CL, CP sur toutes les touchantes de la courbe prolongées ou non, & ces perpendiculaires étant prolongées jusqu'à la ligne AH aux points FLP; je dis que si l'on suspend des poids MNO aux rencontres des touchantes de la courbe aux points BDE, & qu'ils aïent entr'eux la raison des parties AF, FL, LP, &c. de la touchante en A, ces poids demeureront tous en équilibre dans l'état où ils seront posés, les extrémités de la courbe étant arrétées fermes.

On suppose icy que les directions des poids sont paral-

lées entr'elles, c'est pourquoi si la puissance X qui tire le point B selon AB demeure en équilibre avec le poids M suspendu en B, & avec une puissance Q qui tire selon la touchante BD, par la vingt-troisiéme proposition le triangle CAF dont les côtés sont perpendiculaires aux directions des puissances & du poids, donnera le rapport de ces trois puissances en prenant le poids pour une puissance. Ainsi la puissance X sera representée par CA, la puissance Q par CF, & la puissance ou le poids M par AF.



Par la même raison les trois directions BD, DE, DN étant données, le triangle CFL representera le rapport des puissances qui leur seront appliquées, c'est-à-dire de la puissance Q qui agit selon la direction BD par le côté CF qui est perpendiculaire à BD, de la puissance N par le côté FL, & de la puissance R par le côté CL.

Mais comme la puissance Q demeure moïenne entre X & M, & entre R & N, il est évident que ces quatre puissances XMRN demeureront en équilibre entr'elles suivant les directions où elles sont.

On démontrera la même chose de la puissance S & du poids O suspendu en E, & de toutes les autres de même : c'est pourquoi tous les poids comme MNO, &c. demeureront en équilibre entr'eux dans les dispositions où ils sont par rapport aux deux puissances extrêmes X & T qui retiennent la ligne où ils sont suspendus.

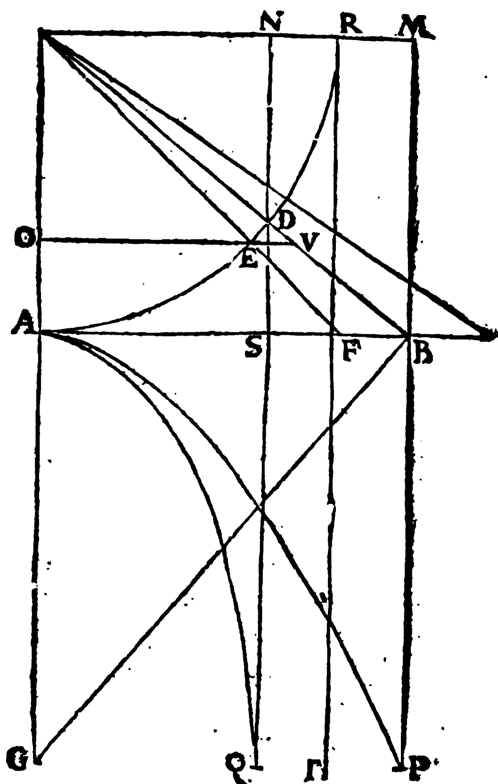
Les differens rapports des parties de la ligne courbe & de celles de la ligne droite AH qui leur répondent font des cas particuliers où l'on peut trouver des proprietés particulieres, comme si la courbe étoit une portion de cercle, il est évident par ce qui a été démontré cy-devant que le poids qu'on doit appliquer aux arcs égaux du cercle seront en même raison que les differences des tangentes de ces mêmes arcs de la corde en commençant au point A, & le point C sur la perpendiculaire AC étant le centre du cercle.

PROPOSITION CXXVI.

VOICY *maintenant comme on peut trouver la figure d'une superficie également pesante dans toutes ses parties, laquelle étant terminée par deux lignes paralleles entr'elles, prendra par sa pesanteur la forme d'une courbe telle qu'on voudra, toutes ses lignes paralleles aux extrêmes étant posées horizontalement.*

Que la courbe qu'on demande soit premierement un cercle ADR dont le centre soit C, & que son diametre CA soit perpendiculaire à l'horizon AB. Si du centre C du cercle on mene les raïons CDB prolongés jusqu'à la touchante AB, & qu'aux points B on tire les perpendiculaires BG aux lignes CB, & qu'enfin par les points B on tire les lignes MPB paralleles à CA & égales à CG, toutes les lignes MP étant appliquées aux points comme D ausquels elles répondent, & étant étenduës sur la superficie d'un cylindre droit qui a pour base le cercle ADR, &

dont la superficie touche le plan de l'horizon dans une ligne qui est perpendiculaire à AB & qui passe par le point A, elles occuperont ou formeront sur la superficie du cylindre un espace qui sera celui que l'on cherche, c'est-à-



dire que cette superficie cylindrique étant arrêtée par ses deux lignes paralleles qui passent par A & par R, dont celle qui passe en A est égale à CA, & l'autre est infinie, aura la courbure du quart de cercle ADR par sa propre pesanteur.

La ligne courbe AP formée par les extrémités P des lignes MP sera une parabole dont le parametre est CA.

Pour la démonstration elle dépend de la precedente proposition. Car si l'on considere toutes les parties indéfiniment petites comme DE de la courbe ADR, les parties BF de la ligne AB representeront les poids qu'il faut suspendre à ces parties pour faire qu'elles aïent toutes la disposition de la courbure donnée, mais aïant mené OEV paralleles à AB qui rencontre CDB en V, on peut considerer le triangle DEV comme rectangle en D à cause de la petitesse de la partie DE de la courbe, & ce triangle DEV peut être aussi consideré comme semblable au triangle ACB. C'est pourquoi le rapport de DE à EV sera semblable à celui de CA à CB; & celui de EV à FB, ou CV à CB, ou bien CD ou CA à CB, car CV & CD n'ont pas de difference sensible, sera aussi semblable à celui de CB à CG. Donc en raison égale le rapport de DE à FB sera le même que celui de CA à CG ou bien MB à MP. C'est pourquoi si toutes les lignes MB representent les parties indéfiniment petites de la courbe ADR, ou bien le poids de la premiere partie proche de A, toutes les autres lignes MP representeront les poids des autres parties qui doivent repondre chacune à leurs divisions : & c'est ce qu'il falloit démontrer.

On peut encore trouver d'une autre maniere sur le cylindre qui a pour base le cercle ADR, & qui est couché sur le plan horizontal, la figure de sa superficie qu'on vient de déterminer.

Si par le point D on mene la ligne NDQ parallele & égale à CG qu'on a trouvée cy-devant, tous les points Q se trouveront dans une espece d'hyperbole, dont la ligne RT sera une Asymptote, & dont les quarrés de CA ou NS multipliés par NQ seront égaux aux cubes de CA avec le quarré des parties AS multipliées par NQ. Mais toutes les lignes NQ étant étenduës sur la superficie du cylindre par les points D de la base qui leur répondent, elles donneront sur la surface du cylindre la même figure qu'on avoit trouvée

trouvée cy-devant, ce qui est évident par la constru-ction.

On auroit aussi la même figure sur la superficie du cylindre dont ADR est la base & qui est couché sur le plan horizontal, si elle étoit coupée par la surface d'une autre figure cylindrique droite dont la base seroit la figure hyperbolique infinie GAQ posée sur le plan horizontal.

Mais si l'on suppose pour un autre exemple que la figure que doit prendre le plan soit une parabole ADR, & que DE soit une des parties indéfiniment petites de la ligne parabolique ADR. Par la precedente proposition si l'on prend sur l'axe AF de la parabole quelque point comme C, duquel on mene des perpendiculaires CS, CB sur les lignes qui toucheront la parabole aux points D & E, on aura le rapport des parties de la parabole DE aux poids BS que l'on doit y suspendre. Mais par une proprieté de la parabole, si CA est gale à la moitié de son paramettre les lignes CS, CB perpendiculaires aux touchantes, rencontreront la ligne horizontale AB aux points SB où les paralleles à l'axe DS, EB menées par les points DE les rencontreront aussi. C'est pourquoi le rapport des petites parties DE de la courbe à leurs poids BS ou EI, seront comme l'hypotenuse DE au côté EI du petit triangle rectangle EDI. Mais le triangle EDI est semblable au triangle CSA ou CAG, dont l'angle droit G sera au demi cercle décrit sur le diametre CA : c'est pourquoi ED sera par tout à sa pesanteur EI comme AC

à CG. Et si l'on prolonge la ligne DS, & qu'on fasse SQ égale à CG, & qu'on mene HN parallele à AS & qui en soit éloignée de la distance AH égale à AC, toutes les lignes SN représenteront les parties égales de la courbe, ou bien le poids qui doit être appliqué à la partie la plus proche du point A, & toutes les lignes comme SQ representeront les autres poids qui doivent être appliquées aux autres parties comme DE, qui leur répondent dans la parabole.

Si l'on conçoit donc qu'il y ait un cylindre droit couché sur le plan horizontal, & que la base de ce cylindre ou figure cylindrique soit la parabole, & que la superficie de ce cylindre soit rencontrée ou coupée par la superficie d'un autre cylindre droit dont la base soit sur le plan horizontal la figure SAHQ dont la courbe HQ soit formée par tous les points Q trouvés comme on a fait cy-devant, la figure retranchée sur le cylindre parabolique, depuis sa base sera la figure de la superficie qui doit se mettre en courbe parabolique telle qu'on l'a donnée, par la propre pesanteur de ses parties.

On auroit aussi la même figure sur la superficie du cylindre parabolique si l'on plaçoit sur sa superficie selon sa longueur, les lignes comme CG à tous les points D qui leur répondent.

On trouvera que la ligne HQ est une courbe de telle nature, que le quarré-quarré de CA est égal au quarré de CS multiplié par le quarré de SQ.

On peut voir par ces deux exemples que ce sera toûjours la même chose pour toutes sortes de courbes telles qu'elles puissent être, & qu'on pourra toûjours determiner sur un cylindre droit couché sur l'horizon & dont la base est la courbe donnée, la figure que doit avoir la superficie qui doit prendre cette même courbure par sa pesanteur, & qui est arrêtée par deux des lignes du cylin-

dre, dont l'une touche l'horizon en A, & l'autre lui est parallele en quelqu'autre endroit de la surface du cylindre.

PROPOSITION CXXV.

ON *determine icy la charge qu'on doit donner à chaque pierre ou* voussoir, *comme parlent les ouvriers, dont on forme des arcs ou des voutes, afin qu'elles puissent demeurer toutes en équilibre, quand même leurs lits, ou superficies par lesquelles elles se touchent seroient infiniment polies & qu'elles pourroient glisser l'une contre l'autre sans aucun empêchement.*

C'est une des plus difficiles questions qu'il y ait dans l'Architecture, que de sçavoir la force qu'on doit donner au murs & aux pié-droits qui soûtiennent des voutes & des arcs, pour resister à l'effort que font les voussoirs qui les forment, pour les écarter. Les Architectes ont quelques régles pour connoître les épaisseurs qu'on leur doit donner, mais comme elles ne sont point fondées sur aucune démonstration géometrique, on ne peut pas dire qu'elles soient asseurées. L'experience leur a seulement appris de ne point construire les voutes sans que les piliers buttans qui les doivent soûtenir, soient construits, ou sans que les murs d'où les voutes tirent leur naissance soient entierement élevés, & qu'ils aïent une charge suffisante pour resister à l'effort de la voute.

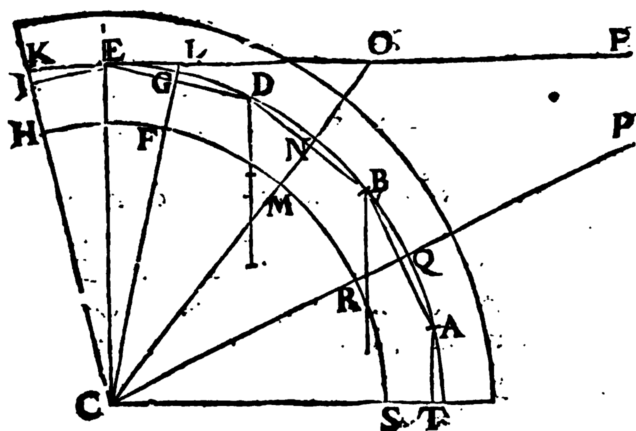
Cette proposition n'est qu'une converse de la précédente : car que la voute soit circulaire & que les voussoirs qui sont égaux, soient réduits à leurs centres de gravité ABDE. Puisque les lits des pierres ou voussoirs sont supposés infiniment polis, on les doit seulement considerer pour la direction de la pesanteur des voussoirs. Si l'on donne donc telle pesanteur qu'on voudra au premier

voussoir E qui est la clef, la direction EC de cette pesanteur étant selon la ligne EC qui tend au centre de la terre, sera perpendiculaire à l'horizon. Mais comme cette clef est soutenuë sur les lits FG, HI des deux côtés, lesquels tendent au centre C de la voute dans cet exemple, il faut considerer, comme on a fait dans le coin, que le point pesant E qui a sa direction EC, est soutenu par les puissances GI qui ont leurs directions EG, EI perpendiculaires chacune aux joints FG, HI. Et par la vingt-troisiéme proposition les directions des trois puissance EGI étant EC, EG, EI; si l'on mene par le point E la ligne KELP perpendiculaire à EC, on aura le triangle CKL dont les côtés representeront le rapport des deux puissances & du poids du voussoir E qu'elles soutiennent. C'est-à-dire que KL est la pesanteur du voussoir E, & CL & CK les deux puissances qui le soutiennent selon les directions EG, EI perpendiculaires aux joints FG, HI,

Mais si l'on veut maintenant que la pesanteur du voussoir D, qui est appuïé sur son lit MN, & par son autre lit FG contre celui de la clef E qui lui est commun, soutienne ou fasse le même effort que faisoit la puissance G; le joint CMN étant prolongé en O jusqu'à la rencontre O de la ligne EP, le triangle CLO donnera le rapport des trois puissances GDN, dont G étoit representée dans le triangle CKL par la ligne CL, la pesanteur D du voussoir le sera par la ligne LO, & la puissance N qui le soutient par son lit MN sera exprimée par rapport aux autres par la ligne CO: car les trois côtés de ce triangle sont perpendiculaires aux directions des deux puissances G N, & du poids D du voussoir dont on suppose la direction parallele à celle du voussoir E. Ainsi le rapport de la pesanteur de la clef E à celle du premier voussoir D qui la suit sera comme KL à LO, afin que ces deux voussoirs demeurent en équilibre, & que l'un ne puisse pas pousser l'autre.

Il faut supposer que la puissance I demeure toûjours de l'autre côté de la clef pour la soutenir.

On démontrera de même que le voussoir B qui a son lit MN commun avec celui du voussoir D & qui s'appuïe sur celui de dessous RQ, doit avoir sa pesanteur representée par OP qui est la partie de la ligne KL comprise entre le point O & le point P où le joint CRQ la rencontre; cette pesanteur étant déterminée par rapport à celles des deux autres voussoirs ED representées par les lignes KL, LO.



Enfin il s'ensuit que la pesanteur du dernier voussoir A, ou du premier qui commence à former la voute & qui est posé au dessus du coussinet ou de l'imposte, doit être infinie; puisque la ligne CS qui represente le lit du coussinet, ne sçauroit rencontrer la ligne KL, à cause qu'elle lui est parallele; & c'est ce qui doit arriver à ce voussoir A dans la supposition des lits infiniment polis. Car de quelque pesanteur que puisse être ce voussoir A, la moindre force qui le poussera selon la direction BQ perpendiculaire à son lit RQ, l'écartera du point C, comme on le

peut voir par les perpendiculaires menées aux trois directions, dont il y en a deux AT qui sont jointes ensemble, l'une étant celle du poids du voussoir, & l'autre celle de la puissance T perpendiculaire au lit du coussinet ST; c'est pourquoi il ne peut pas se former de triangle.

On voit par-là que dans cette supposition des lits infiniment polis, on ne sçauroit donner une trop grande charge au premier voussoir posé sur l'imposte & aux autres ensuite dans la proportion des lignes PO, OL, LK pour leur faire soutenir l'effort de la clef qui les écarte tous. Mais comme les lits des pierres sont joints les uns aux autres par une matiere qu'on met entre deux & qu'ils ne peuvent pas glisser l'un contre l'autre, il n'est pas besoin de garder la proportion qu'on vient de déterminer pour la charge des voussoirs dans toute la rigueur, il suffit d'y avoir égard.

Si les joints ou lits des voussoirs ne tendent pas à un même centre, comme dans les voutes circulaires, il faudra prendre quelque point comme C sur la ligne CE qui est la direction de la clef, & mener de ce point des paralleles aux joints des voussoirs, lesquelles couperont de la ligne KLP perpendiculaire à CE, des parties qui representeront le rapport des pesanteurs des voussoirs, ou bien des charges qu'on doit leur donner pour resister à l'effort de la clef, ce qui est la même chose que leur pesanteur propre.

On voit aussi que toutes les differentes pesanteurs des voussoirs doivent être dans la raison des differences des tangentes des angles que font les lits en commençant au milieu de la clef, ce qui revient à ce qu'on a dit des cordes chargées de poids dans la proposition cent vingt-troisiéme.

On voit encore que les premieres pierres de la voute au dessus du coussinet ne sçauroient être trop chargées pour resister à l'effort de la clef & des autres qui les poussent pour les écarter.

PROPOSITION CXXVI.

DE *la resistance des solides*.

Toute la question de la resistance des solides se reduit au levier ordinaire, après qu'on est convenu de la nature des liens qui tiennent les parties du solide jointes & assemblées les unes aux autres. Mais comme il est impossible d'avoir une connoissance parfaite de ces liens, il faut nécessairement faire quelques suppositions par lesquelles on puisse expliquer ce qui arrive aux corps solides dans la resistance qu'ils ont a être rompus.

On peut premierement supposer que les liens ne sçauroient prêter; mais alors une très-petite force est capable de rompre le premier, & tous les autres ensuite, comme je l'ay expliqué en parlant du coin; ou bien on pourra considerer tous ces liens comme autant de petites puissances qui resistent toutes ensemble à l'effort qu'elles soutiennent, & c'est dans cette supposition que Galilée explique la resistance des solides. Enfin on peut supposer que les liens peuvent prêter ou s'allonger jusqu'à un certain point avant que de se rompre, & c'est de cette maniere que M. Mariotte explique la resistance des solides dans le second discours de la cinquiéme partie du mouvement des eaux. Cette supposition paroît plus conforme que celle de Galilée, à ce qu'on remarque dans la resistance que font les corps solides pour être rompus: c'est pourquoi je m'en servirai dans les explications suivantes, & elle ne peut s'éloigner que très-peu de ce que j'avois supposé d'abord.

On sçait par experience que les corps longs, comme un bâton qu'on tire suivant leur longueur, resistent à un très-grand effort, & qu'au contraire si on les tire de biais, il ne faut qu'une très-petite force pour les rompre. Si l'on suppose donc qu'il y ait un corps ECD qui soit parallele

pipede & qui ait un rectangle pour sa base, dont un des côtés est parallele à l'horizon, & que la partie E soit engagée fortement dans le mur AB; la partie ABD de ce corps pourra se séparer de la partie E ou par sa propre pesanteur toute seule ou par le secours de quelque poids qu'on lui pourra ajoûter; & la séparation doit se faire nécessairement dans l'endroit AB où le mur rencontre le corps.

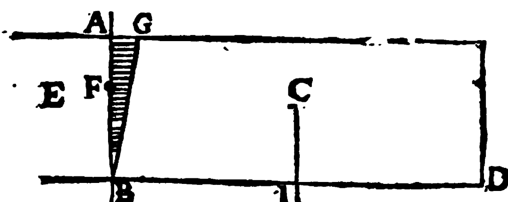
Mais si l'on conçoit que les liens qui sont dans le corps, peuvent s'allonger d'une quantité déterminée comme d'une ligne avant que de se rompre, & qu'il faille 600 livres de poids pour rompre le corps en le tirant suivant sa longueur.

Regle.

Je dis suivant les suppositions précédentes, que comme BI qu'on prend égale à la distance depuis le centre de gravité C du corps jusqu'au mur AB, est à la hauteur BA du corps, ainsi le tiers de 600 livres, qui est 200 livres, sera au nombre des livres qu'il faudra que le corps pese dans son centre de gravité C, ou par lui-même ou par addition ou soustraction, pour se rompre, étant tiré perpendiculairement à sa longueur ou à l'horizon.

Puisque le poids de 600 livres peut allonger d'une ligne tous les liens qui sont dans la grosseur du corps par où il tient au mur; il est certain qu'il ne faudra que le poids de 300 livres pour les faire allonger d'une demi-ligne. Mais le corps étant soutenu de telle maniere que la ligne horizontale qui passe par le point B lui serve d'appui, & que sa pesanteur étant considerée dans son centre de gravité C ou au point I dans la ligne BD perpendiculaire au mur dans l'endroit où la direction CI du poids la rencontre, on pourra prendre les lignes BI, BA comme faisant un levier angulaire ABI, qui a son appui en B, & dont les directions

directions des puissances qui lui sont appliquées sont perpendiculaires aux bras. Si l'on suppose les bras BI, BA égaux le poids de 600 livres pourroit rompre tous les liens du solide s'ils étoient tous dans l'éloignement BA de l'appui B, lorsqu'ils seroient étendus de la longueur AG d'une ligne; mais ces liens qui sont appliqués depuis B jusqu'en A sont seulement tendus dans la proportion de leur distance depuis l'appui B, & de plus ils ne peuvent faire d'effort que par rapport à cet éloignement: c'est pourquoi tout leur effort se reduit par ces deux causes de diminution au tiers de ce qu'ils en auroient, s'ils étoient tous appliqués en A, ce qui se démontre par la somme des quarrés des parties, qui est le tiers d'une pareille somme du plus grand quarré; & par consequent il ne faudra que le poids de 200 livres en I pour soutenir leur effort dans la tension où ils sont.



On démontre aussi que tous ces liens font le même effort au point I dans la distance BI égale à BA, que le triangle BAG suspendu dans son centre de gravité F, BF étant égale aux deux tiers de BA; car dans le point F le triangle qui est la moitié du parallelogramme sous BA, AG & qui soutiendroit l'effort de 300 livres en A, ne soutient que l'effort de 200 livres en F, contre un poids suspendu en I.

Enfin si BI est plus grande ou plus petite que BA, il est évident qu'il faudra faire comme BI à BA, ainsi 200 livres au nombre de livres qui feront le même effort que 200 livres faisoient à la distance de BA sur BD, par exemple si

BI est à BA comme 20 à 1, le poids de 10 livres rompra le lien AG. Ce premier lien étant rompu tous les autres doivent se rompre, comme je l'ay expliqué d'abord: & c'est ce qu'il falloit démontrer.

Il s'ensuit de cette démonstration que tous les corps solides de même matiere lesquels seront engagés dans un mur & qui auront une même longueur & une même hauteur, se rompront par leur prompre pesanteur si l'un d'eux peut se rompre; puisque le nombre des livres qu'il faut pour rompre ces solides en les tirant par leur longueur, sera par tout dans la même raison des solides, qui est aussi la raison de leurs bâses, & si le tiers de ce nombre est à la pesanteur du solide comme BI à BA, il sera aussi de même dans tous les autres, & par consequent les solides se rompront par leur propre pesanteur. Mais si les solides ont des hauteurs BA differentes, le tiers du nombre des livres qu'il faut pour les rompre en les tirant par leur longueur ne sera pas dans tous à leur pesanteur comme BI à BA; c'est pourquoi ceux dans lesquels la raison de BI à BA est moindre que le tiers du nombre des livres qu'il faut pour les rompre en les tirant, à leur propre pesanteur, ne se rompront pas, quel que puisse être leur largeur.

Problême.

Un corps de figure parallepipede étant donné avec le nombre des livres qu'il doit avoir pour se rompre étant tiré suivant sa longueur, & sa pesanteur étant aussi donnée, trouver la longueur d'un corps de même matiere, qui aïant une hauteur & une largeur donnée puisse se rompre par son propre poids étant arrêté horizontalement & perpendiculairement dans un mur qu'on suppose vertical.

Soit par exemple la grosseur ou la base de deux pouces en quarré pour le parallelepipede qui se rompt étant tiré

ſuivant ſa longueur telle qu'elle puiſſe être, avec un poids de 50 livres; & que la baſe ou la groſſeur du parallelepipede qu'on cherche qui eſt auſſi ſa coupe dans le mur où il eſt arrêté, ſoit de 12 pouces dont 6 ſeront la hauteur & 2 de largeur. Il eſt évident que ce ſolide qu'on ſuppoſe de même matiere que l'autre ne pourra ſe rompre étant tiré ſuivant ſa longueur, qu'avec un poids de 300 livres, puiſqu'il a ſix fois plus de liens que l'autre qu'il faut rompre, ou dont il faut vaincre la réſiſtance.

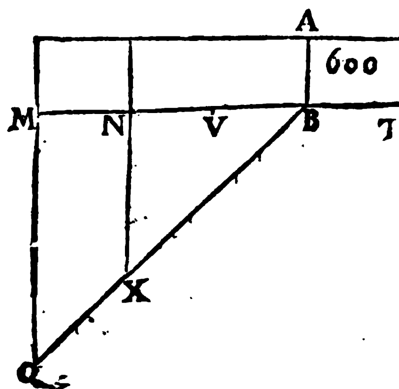
De plus, qu'un pied cubique de ce même corps peſe 96 livres. Si l'on diviſe donc les 1728 pouces cubiques qui ſont au pied par la groſſeur de 12 pouces du ſolide donné, on aura 144 pouces de longueur de ce même ſolide, qui peſeront 96 livres.

Mais puiſque le corps doit être rompu par 300 livres étant tiré par ſa longueur, il ſera rompu par le poids de 100 livres qui eſt le tiers de 300, ce poids de 100 livres étant appliqué à la longueur du corps à une diſtance de l'appui B égale à ſa hauteur BA avec une direction perpendiculaire à la longueur, comme on l'a démontré cy-devant.

C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie les 100 livres qu'il faut pour rompre le corps par BT égale à BA qui eſt de 6 pouces, on aura un moment de 600, & toute la queſtion ſe reduit à trouver la longueur BN d'une partie du ſolide propoſé BM, enſorte que ce ſolide BN ait ſon moment de 600 égal au moment donné.

Puiſque l'on doit retrancher une partie BN du ſolide BM qui a pour ſa baſe un parallelogramme de deux pouces de largeur & de 6 pouces de hauteur, il ne faut ſeulement qu'avoir égard aux longueurs, puiſqu'elles ſeront entr'elles comme les ſolides; on conſiderera donc ces longueurs BM, BN comme des lignes peſantes. Mais la longueur de la ligne BM eſt donnée de 144 pouces & ſa peſanteur de 96 livres.

Si l'on éleve donc MQ perpendiculaire & égale à BM & qu'on mene BQ, le triangle BMQ representera le moment de la ligne pesante BM, qui sera égal au produit de la moitié du poids par la ligne BM, ce qui sera dans cet exemple le produit 6912 de 48 moitié du poids par 144 longueur de BM. C'est pourquoi si l'on fait comme le produit 6912 qui est le moment du poids BM à 600, qui est le moment du solide BN qu'on doit retrancher ainsi BM à BV; & qu'ensuite on prenne BN moïenne proportionnelle entre BM & BV; aïant mené NX parallele à MQ, il est évident que le triangle BNX sera au triangle BMQ son semblable, comme BV à BM; & par consequent le triangle BNX sera 600 par rapport aux 6912 du triangle BMQ. Mais aussi le triangle BNX represente le moment de la ligne pesante BN qui est partie de BM supposée de 96 livres: on aura donc BN pour longueur du solide que l'on cherche, qui par son effort doit rompre les liens de sa base BA, ce qu'il faloit faire, lorsque la base ou la rencontre du mur & du solide est une figure rectangulaire qui a l'un de ses côtés parallele à l'horizon.

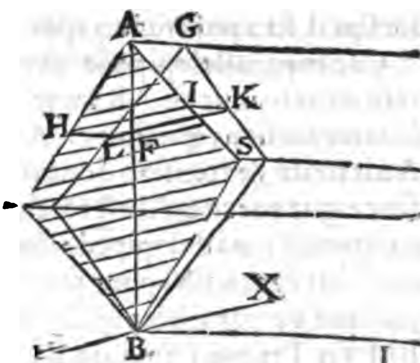


Maintenant si le parallelepipede donné n'a pas pour sa base ou sa rencontre avec le mur BA une figure rectangulaire dont l'un des côtés soit parallele à l'horizon, il est facile à voir qu'il faudra trouver dans cette base le point F où le plan parallele à l'horizon qui passe par le centre de gravité du coin ABRSG rencontre le bras BA du levier, & faire ensuite comme BI ou BA à BF, ainsi la pesanteur

du coin ARSBG par rapport à la pesanteur du parallelepipede sur la base ARBS & sur la longueur AG, lequel est posé égal au poids qu'il faut pour rompre le parallelepipede en le tirant suivant sa longueur, à un quatriéme terme qui sera le poids qu'on doit suspendre en I.

Ce coin ARSBG est formé par la section du parallelepipede proposé dont ARSB est la base & le plan coupant BKGL qui coupe la ligne AG qu'on suppose le lien le plus éloigné de l'appui B, de la quantité dont il doit s'allonger pour se rompre, & qui coupe aussi la base du parallelepipede dans une ligne BX horizontale.

Car comme on a déja dit cy-devant, si l'on mene par tous les points du levier BA des plans paralleles à l'horizon qui retranchent du coin des figures HTKL, elles doivent representer chacune l'effort du lien qui est en HT par rapport à sa plus grande extension pour se rompre, qui est AG. Car HT est la longueur du lien, & HL ou TK est son extension; & tous ces liens avec leurs extensions particulieres agissant suivant leur éloignement de l'appui B, feront le même effort separement dans la place où ils sont, que si ils étoient tous placés dans leur centre de gravité commun, qui est celui du coin. C'est pourquoi si par le centre de gravité du coin on mene un plan parallele à l'horizon qui coupe le bras du levier BA au point F, & qu'on fasse comme BI ou BA à BF, ainsi la pesanteur du coin, comme on vient de la déterminer, à un quatriéme terme, ce sera le poids, qui étant suspendu en I rompra le lien.



en A, & qui par consequent rompra aussi tous les autres.

On reduira cette pesanteur trouvée comme on vient de faire pour déterminer la longueur du solide par laquelle il doit se rompre. On n'a point eû d'égard dans ces démonstrations au changement de place qui arrive au centre de gravité du corps quand ses liens s'allongent avant que de se rompre.

On voit par ce qu'on vient de démontrer, que si un parallelepipede a une certaine longueur BM par exemple de 6 pieds pour se rompre par son propre poids, lorsqu'il sera arrêté dans un mur AB par l'une de ses extrémités, il faudra qu'il en ait une double de BM pour se rompre lorsqu'il sera posé sur un appui B par son milieu.

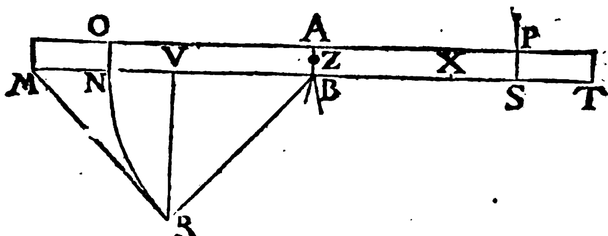
Car le parallelepipede avec la longueur BM étant arrêté dans le mur en AB a une pesanteur assez grande pour écarter les liens qui sont en AB ensorte que celui qui est en A ait toute l'extension dont il est capable, mais il n'a cette force que parce qu'il est retenu dans le mur, il faut donc ajoûter un parallelepipede de l'autre côté de l'appui lequel soit égal à BM pour faire le même effort que le mur, puisque ce parallelepipede demeurera en équilibre avec BM sur l'appui commun B; & le parallelepipede entier double de BM posé sur l'appui B dans son milieu se rompra de même que BM arrêté dans le mur par son extrémité.

Galilée dit qu'un cylindre soutenu par son milieu doit être double de ce qu'il étoit auparavant étant arrêté dans le mur; & cela est vray dans la supposition qu'il a faite de la nature des liens qui joignent les parties des corps, comme dans celle que nous avons donnée icy.

Il dit aussi dans le même endroit que ce cylindre doit se rompre de même, soit qu'il soit soutenu par son milieu ou par ses extrémités: mais il n'a pas fait assez d'attention à ce qu'il a avancé, & s'il s'étoit donné la peine d'en suivre la démonstration jusqu'à la fin, il auroit trouvé que dans

sa supposition des liens, ce cylindre ne doit avoir que la moïenne proportionnelle NS entre MT & sa moitié MB.

Car dans sa supposition lorsque le cylindre MT étant soutenu en B doit se rompre par la pesanteur de chacune de ses parties ABM, ABT, il faut prendre garde que ces deux parties de cylindre sont comme deux leviers angulaires MBA, TBA qui sont joints par leur bras BA avec des liens qui resistent également dans la longueur BA, ensorte que toute leur resistance peut être considerée dans leur milieu Z entre A & B. Mais aussi le poids du cylindre ABM qui fait équilibre avec les liens de BA, doit être consideré comme placé au milieu de MB en V où est son centre de gravité. Ce sera la même chose pour le poids du cylindre ABT qui doit être consideré comme placé en X au milieu de BT.



Maintenant puisque le poids du cylindre AM multiplié par BV est le moment de cette partie du cylindre, & que ce sera la même chose pour l'autre partie AT; il faut que le cylindre ait sa longueur NS, afin qu'étant soutenu en N & en S, il ait en B un moment double des précédens pour pouvoir faire sur les liens qui sont en BA le même effort qu'y faisoient auparavant chacune des parties ABM, ABT. Car le cylindre NS étant consideré comme un levier NS qui est soutenu en N & en S, & qui est chargé en B d'un poids égal à tout le cylindre NS, il est évident

que la moitié de ce poids multipliée par la longueur du bras NB sera un moment égal au moment de la partie ABM du cylindre sur la longueur du bras BV ; & comme ce sera la même chose de l'autre côté, le cylindre NS étant soutenu en N & en S fera le même effort sur les liens qui sont en BA, que les deux parties du cylindre MT y faisoient quand il étoit soutenu en B, car ce sera comme deux leviers coudés qui sont alors OAB, PAB, & qui étant joints par la partie AB ou par le seul lien Z au milieu de AB, sont chargés au point A de toute la pesanteur du cylindre ONPS.

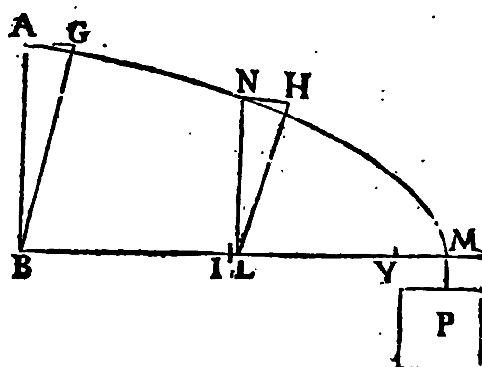
Il faut supposer que les soutiens en N & S, ou O & P sont des fils ou cordes infiniment longues, afin de laisser toute la liberté à l'action que la pesanteur du cylindre fait sur le lien Z.

On démontrera aussi de la même maniere dans notre supposition des liens, que quand le cylindre sera soutenu par les extrémités, il faudra qu'il ait la longueur NS moïenne proportionnelle entre MT & sa moitié VX, & par consequent le cylindre NS consideré comme un levier OP chargé du poids de ce cylindre en A & soutenu en O & en P fera le même effort sur les liens qui sont en BA qu'y faisoient les deux parties du cylindre BM, BT ; mais quoi que dans notre hypothése des liens on détermine la même chose pour la fraction du cylindre quand il est soutenu par le milieu ou par les extrémités, que dans l'hypothése de Galilée, il ne s'ensuit pas que le même cylindre doive se rompre par son poids dans les deux hypothéses.

Dans la supposition que j'ay faite des liens, s'il y a une demi-parabole ANMB qui soit sans pesanteur dont MB soit l'axe; & que cette superficie parabolique soit attachée dans un mur vertical par l'une de ses ordonnées AB qui soit aussi verticale, & qu'il y ait dans AB des liens tels qu'on

qu'on les a supposés cy-devant, ensorte que lorsque celui qui est en A sera étendu de toute son extension AG, il se puisse rompre par la pesanteur du poids P suspendu au sommet de la parabole en M.

Je dis que si l'on arrête dans le mur la même parabole par une autre de ses ordonnées, comme LN, le poids P suspendu en M pourra aussi étendre tous les liens qui sont dans LN, ensorte que celui qui est en N, sera étendu de la grandeur HN égale à AG; & par consequent que ce même poids P pourra separer aussi tous les liens qui sont en LN.



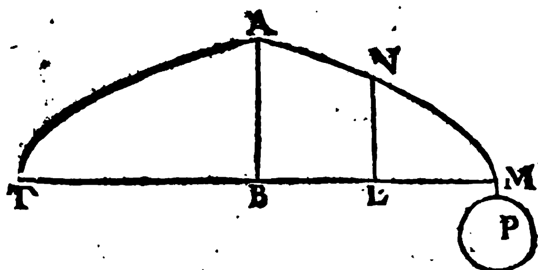
Par ce qui a été démontré cy-devant, si l'on prend BI égale à BA, & qu'on suspende au point I un poids égal au tiers de celui qui peut étendre tous les liens qui sont en BA, de la longueur AG en les tirant perpendiculairement à BA, jusqu'à les rompre; ce poids en I pourra les rompre tous. Ce sera la même chose si l'on fait LY égale à LN, & qu'on suspende en Y un poids égal au tiers de celui qu'il faudroit pour étendre les liens qui sont en LN de la grandeur NH égale à AG en les tirant aussi perpendiculairement en LN.

Mais puisque NH est égale à AG, le tiers des liens de BA sera au tiers des liens de LN, ou ce qui est la même chose, le poids I sera au poids Y, comme BA à LN, ou comme BI à LY: donc le moment du poids I suspendu à l'extrémité I du bras BI d'un levier sera au moment du poids Y suspendu en Y à l'extrémité Y du bras BY d'un levier, comme le quarré de BA, au quarré de LN; car les poids I & Y sont entr'eux dans la même raison des bras BI, LY, ou BA, LN. Mais par la proprieté de la parabole le quarré de BA est au quarré de LN, comme MB à ML: c'est pourquoi le moment du poids I est au moment du poids Y comme MB à ML.

Mais aussi le poids P suspendu en M à l'extrémité des bras MB & ML aura ses momens dans la même raison de ces bras MB, ML: c'est pourquoi si ce poids P suspendu à l'extrémité du bras BM a son moment égal à celui du poids I suspendu à l'extrémité du bras BI, lorsqu'il sera suspendu à l'extrémité du bras ML, il aura aussi son moment égal à celui du poids Y suspendu à l'extrémité du bras LY; & par consequent si le poids P suspendu en M peut étendre les liens qui sont en BA, ensorte que celui qui est en A se rompe, il pourra aussi étendre ceux qui sont en LN, ensorte que celui qui est en N se rompe aussi; & c'est ce qu'il falloit démontrer. Galilée trouve aussi que la figure parabolique a la même proprieté dans sa supposition des liens.

Puisque nous avons trouvé que le poids P suspendu à l'extrémité M de l'axe BM de la parabole peut rompre tous les liens qui sont en BA dans notre supposition, en étendant le dernier qui est en A, de la grandeur AG, lorsque la parabole est engagée ou arrêtée dans le mur par une de ses ordonnées comme BA; si l'on suppose qu'il y ait une double superficie parabolique TAM, ensorte que BA soit une ordonnée commune pour les deux paraboles

égales TA, MA qui ont leur axe dans la ligne droite TBM., & que le plan de ces deux paraboles soit supposé vertical, & leur axe TM parallele à l'horizon; si l'on soutient ce plan par le point B, il est évident que le poids P doit être suspendu en M & en T, pour étendre les liens qui sont en BA, de la même maniere que le poids P les étendoit quand la parabole BAM étoit arrêtée dans le mur en BA. Car ce poids P suspendu en M fait le même effort qu'il faisoit auparavant sur les liens qui sont en BA & le même poids P qui est suspendu de l'autre côté en T fait équilibre avec celui qui est posé en M, & lui resiste pour faire l'effort sur les liens de même que le mur faisoit auparavant.



Maintenant si l'on soutient les points M & T de cette double parabole, & qu'on suspende ou qu'on pose au point A un poids double du poids P, il est évident qu'il doit faire le même effort pour rompre les liens qui sont en BA. Car ce poids double de P appliqué en A ou en B dans sa direction AB, fera autant d'effort à pousser le levier TM par son milieu B, & se partagera sur les deux appuis T & M, comme lorsque les poids égaux à P y étoient suspendus, & que l'appui en B poussoit le levier; c'est pourquoi il doit arriver le même effet.

Ce sera la même chose si le double axe TM est plus petit qu'il n'a été posé d'abord. Car si l'on joint deux portions de la même parabole égales chacune à LNM, il

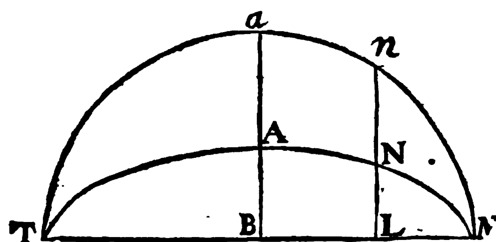
doit arriver le même effet quand on posera au milieu le même poids double de P. Puisque nous avons vû que le poids P suspendu en M faisoit le même effort sur les liens LN de la portion LMN de la parabole, que sur les liens BA de la portion BAM, quand ces portions étoient arrêtées dans le mur par les ordonnées LN, BA.

Il est donc évident par cette démonstration, que si l'on fait un plancher d'une figure irreguliere, & que les solives aïent des longueurs differentes entr'elles, on aura la forme qu'il faudra donner à ces solives, pour faire qu'étant toutes chargées également dans leur milieu, elles soient de même resistance, & c'est seulement sans avoir égard à la pesanteur particuliere des solives.

Mais si l'on veut que la resistance de la figure TANM soit par tout égale, c'est-à-dire qu'un poids P étant posé en quelqu'endroit comme N ou L, ait autant de force pour rompre les liens qui sont en LN, qu'il en avoit pour rompre ceux qui étoient en BA lorsqu'il étoit posé en A ou en B, le levier TM demeurant toûjours le même il faudra que la ligne TANM soit un demi-ellipse, dont TM sera l'un des axes, & BA la moitié de l'autre.

Car lorsqu'on pose le poids comme P en N ou L, le levier TM étant soutenu en T & M, il partage son effort à ces deux appuis dans la raison reciproque de leurs distances au point L, & ce sera la même chose que si le poids P étoit distribué aux points TM dans cette raison, & que le levier TM fut soutenu en L. C'est pourquoi les momens qui sont faits des parties de ce poids par les longueurs LM, LT reciproques aux parties, étant égaux entr'eux, & chacun étant au moment fait par la moitié du poids P sur la longueur BM, comme le rectangle LM, LT au rectangle BM, BT ou au quarré de BM, ce qui est évident si l'on suppose que la ligne TM represente le poids P, ils seront aussi comme les quarrés B*a*, L*n* des ordonnées dans le

demi-cercle T a n M par les points B & L du diametre TM, lesquels sont égaux aux rectangles des parties du diametre. Et à cause qu'il y a même raison de BA à LN dans l'ellipse, que de B a à L n dans le cercle, l'effort que fait le poids P placé en B sur les liens qui sont en BA étant posé égal à la resistance des liens de BA, l'effort du même poids P placé en L doit aussi être égal à la resistance des liens qui doivent aussi être en LN. Mais dans la supposi-



tion de Galilée, ou dans la nôtre, la resistance des liens doit être comme le quarré de la ligne ou espace où les liens sont placés; LN doit donc être à BA qui sont les espaces où sont placés les liens, dans la même raison de L n à B a dont les quarrés mesurent les efforts du poids; & par consequent le point N sera dans une ellipse dont TM est un des axes, & BA la moitié de l'autre. Ce qu'il falloit démontrer.

TRAITÉ DES EPICYCLOIDES ET DE leurs usages dans les Mécaniques.

L'EXPLICATION DES PRINCIPAUX EFFETS de la Glace & du Froid.

DISSERTATION DES DIFFERENCES des Sons de la Corde & de la Trompette Marine.

TRAITÉ DES DIFFERENS ACCIDENS de la Vûe, divisé en deux Parties.

TRAITÉ DE LA PRATIQUE DE LA Peinture.

Par M. DE LA HIRE *de l'Academie Roïale des Sciences.*

PREFACE.

PREFACE.

IL n'y a aucune partie de Mathématique qui soit d'un plus grand usage dans la vie que les Mechaniques. Mais tous les traités qu'on en a donnez jusqu'à present, n'aïant examiné seulement que ce qui est geometrique dans cette science, sans avoir aucun égard à l'execution, il ne faut pas s'étonner si la plûpart des machines dont les livres sont remplis se trouvent inutiles, & ne peuvent pas être mises en usage. La figure des dents des rouës sembloit de si peu de consequence, qu'on l'avoit toûjours negligée comme une chose qui ne regardoit que la pratique, & qui devoit être entierement abandonnée à l'ouvrier; quoi que ce soit en effet ce qui devoit être le plus soigneusement examiné : car les frottemens étant plus ou moins grands, à proportion que les dents des rouës qui font tout l'effort dans les machines, s'écartent plus ou moins de la figure qui leur convient, les machines composées de rouës dentées n'ont presque jamais l'effet qu'on s'étoit imaginé, quand on n'en considere point l'execution. Pour surmonter ces frottemens on a très-souvent besoin de forces beaucoup plus grandes que celles qui sont necessaires pour le mouvement de la machine même, & c'est à quoi l'on ne fait ordinairement aucune attention.

J'ay donc crû qu'il falloit examiner avec un très-grand soin, quelle devoit être la figure des dents des rouës, puisque ce n'est que par ces dents que les rouës agissent l'une sur l'autre, & que c'est par leur moïen qu'on peut menager la force mouvante pour en tirer tout l'avantage possible.

Il y a environ vingt ans que j'avois commencé à travailler à cet Ouvrage, & j'avois déterminé d'une maniere très-simple, que les dents des rouës devoient avoir la figure d'une Cycloïde qui a pour base un cercle, ce que l'on appelle Epicycloïde. J'en conferay pour lors avec Messieurs Auzout, Picard & Mariotte : mais quelque tems après aïant été admis dans l'Academie je trouvai les quadratures des Epicycloïdes, tant de l'espace que de la ligne à la maniere des Anciens, comme je les donne dans cet Ouvrage, & je les communiquai à l'Academie. M. Hugens fit voir aussi celles qu'il avoit trouvées par une maniere fort differente de la mienne; & dans le même-tems M. l'Abbé de Vaumesle qui demeuroit en Normandie, m'envoïa le resultat de ce qu'il avoit fait sur le même sujet en me marquant que

ç'avoit été par la methode de M. Descartes qui suppose des Poligones au lieu de cercles.

J'ay crû que les démonstrations Géometriques des proprietés de ces lignes, meritoient d'être données au public puisqu'elles avoient des usages si considerables dans les Mecaniques, & qu'il étoit à propos de faire connoître que les meditations les plus abstraites de la Géometrie étoient souvent très-utiles dans la vie. Je n'ay donné que quelques exemples de l'application qu'il faut faire de ces lignes courbes aux dents des roues : mais je les ay choisis de telle maniere qu'ils peuvent servir de modele pour toutes sortes de rencontres. Entr'autres j'ay rapporté la construction d'une rouë horizontale qui sert à élever de l'eau sans aucun frottement considerable, puisque tout son effort vient de sa pesanteur, & que le frottement du pivot sur la crapaudine qui est le seul qui se rencontre dans cette machine, n'est pas considerable quand la rouë travaille, à cause qu'elle est soûtenuë sur les queuës des pistons des pompes qu'elle fait mouvoir. Je fis faire cette rouë dans le Château de Beaulieu à huit lieuës de Paris, à la place d'une autre semblable qui y avoit été autrefois construite par M. Desargues & qui étoit entierement ruinée; mais je n'ay point sçû que cet excellent Géometre eût jamais rien expliqué de sa construction, & comme il ne s'étoit pas appliqué à cette partie de Géometrie, je crois qu'il en avoit seulement déterminé la figure mécaniquement. Mrs Auzout & Mariotte, à qui le Seigneur de ce Château s'étoit adressé pour avoir le trait des dents ou ondes de cette rouë, me le renvoïerent pour en prendre le soin, ne doutant point après ce que je leur avois fait voir quelque tems auparavant sur ce sujet, que je ne la fisse executer dans toute sa justesse.

J'ay crû enfin que je pouvois inserer dans le même endroit, ce que j'ay trouvé sur les propositions de M. Tchirnaus de la ligne qui est formée par les raïons reflechis dans un quart de cercle, comme je l'ay fait voir à l'Academie au mois de Juin 1686. puisque cette ligne étoit une Epicycloïde.

Pour ce qui regarde les effets de la glace & du froid, il me semble que le systême que j'ay pris pour expliquer ce que j'ay pû remarquer de considerable sur ce sujet, satisfait si bien à tout, qu'on pourroit dire qu'il seroit vray si l'on pouvoit avoir quelque connoissance certaine dans la Physique.

Ce qui arrive aux differens sons de la corde de la Trompette marine, a été si bien expliqué par le R. P. Deschalles dans son cours de Mathématique, que je n'aurois rien eû a y ajoûter s'il avoit fait at-

tention à toutes les particularités qui se rencontrent dans ces sons. Les experiences particulieres sur le son que j'ay ajoûtées, m'ont un peu écarté du systême de M. Perrault, comme on le pourra voir dans l'excellent traité qu'il a composé sur cette matiere.

Je me suis fort étendu sur le traité de la Vûë; car c'est une connoissance qui n'est pas moins utile que curieuse, puisqu'elle nous fait voir que plusieurs accidens de la vûë n'ont rien qui soit dangereux dans la suite, & qu'il n'est pas besoin la plûpart du tems de recourir à des remedes qui pouroient d'ailleurs nuire à la santé. On y trouvera un grand nombre d'observations nouvelles que j'ay tâché d'expliquer par les loix de l'Optique : mais pour ne rien omettre de considerable sur cette matiere, j'ay été obligé de rapporter aussi quelques remarques qui sont déja connuës & assez communes. En l'année 1685. j'avois déja publié dans nos Journaux plusieurs choses que j'explique dans la seconde partie de ce traité : mais pour rendre cet Ouvrage plus complet, j'ay crû que je devois joindre cette Partie à la premiere, & que je devois en même-tems apporter quelques éclaircissemens aux difficultés qui restoient à ceux qui avoient embrassé mon sistême de la vision, & satisfaire aussi par même moien aux objections que quelqu'uns y avoient faites, lesquelles m'avoient semblé de trop peu de consequence pour y répondre en particulier.

TRAITÉ DES EPICYCLOÏDES, ET DE LEUR USAGE DANS LES MECANIQUES.

DÉFINITIONS.

SI le cercle ABD roule sur l'arc A*bd* de quelque cercle, le point D qui est l'extremité D du diametre AD, décrira dans son mouvement la ligne D 14 15 16 17 *d*, qu'on appelle *Epicycloïde*. *Figures suivantes des Epicycloïdes, page 348.*

Le cercle ABD est appellé *cercle générateur* de l'Epicycloïde.

L'arc A *b d* est *la base* de l'Epicycloïde.

Si le cercle générateur roule au dehors du cercle de la base, l'Epicycloïde est appellée *exterieure*; mais si le cercle générateur roule au dedans du cercle, l'Epicycloïde est appellée *interieure*.

L'espace compris par l'Epicycloïde & par sa base, est appellé *espace de l'Epicycloïde*.

DIMENSION DE L'ESPACE DE L'EPICYCLOÏDE.

LEMME. I.

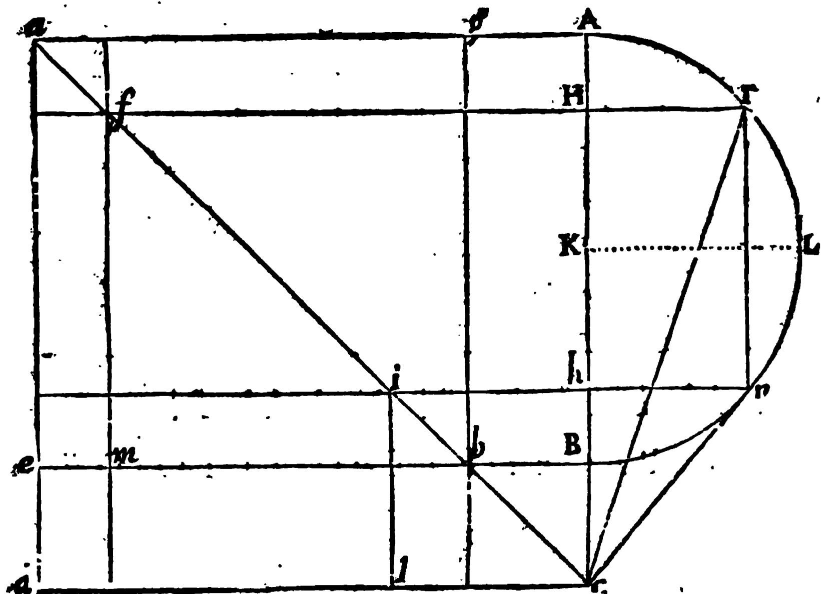
SOIT *le demi-cercle AP* p *B, dont le diametre est AB, & le centre K. Aïant mené la ligne P* p *parallele à AB, & rencontrant le cercle aux points P* p, *de quelque point C*

qu'on voudra du diametre AB prolongé, soit mené les lignes CP, Cp;

Je dis que la somme des lignes droites CA, CP est à la somme des lignes droites CB, Cp, comme la difference des lignes droites CB, Cp, est à la difference des lignes droites CA, CP; ou bien, ce qui est la même chose, le rectangle sous la somme des lignes CA, CP & sous leur difference, est égal au rectangle sous la somme des lignes CB, Cp, & sous leur difference.

DE'MONSTRATION.

On sçait que la difference de deux quarrés est égale au rectangle qui est fait de la somme & de la difference des côtés des quarrés: c'est pourquoi le quarré sous le côté CA,



qui est C*a*, moins le quarré sous le côté CP, qui est C*f* avec le quarré sous le côté PH, sera égal au rectangle sous

la somme & sous la difference des côtés CA, CP.

De même, le quarré sous le côté C*p*, qui est C*i* avec le quarré sous le côté *hp*, moins le quarré de CB, qui est C*b*, est égal au rectangle sous la somme & sous la difference des lignes C*p*, CB.

Maintenant à cause des lignes droites qui forment dans la figure des quarrés & des rectangles, les unes étant paralleles & les autres perpendiculaires au diametre AB; il est évident que le rectangle *fg*, ou *fe*, qui est égal au rectangle AH, HB, ou bien A*h*, *b*B, est égal au quarré de HP, ou *hp* : la difference des quarrés CA, CP sera donc égale au gnomon *df*A moins le rectangle *fg*.

Je démontre de la même maniere, que la difference des quarrés C*p*, CB est égale au gnomon *lbh* avec le rectangle *fe*.

Mais le gnomon *lbh* est égal au rectangle *lb* qui est égal au rectangle *dm*, avec le quarré *bi* égal au quarré *fa*, & encore avec le rectangle *bh* égal au rectangle *g*H : c'est pourquoi tous les rectangles *fe*, *dm*, *fa*, *g*H pris ensemble sont égaux à la difference des quarrés C*p*, CB : mais il est évident que ces quatre rectangles pris ensemble sont le gnomon *df*A moins le rectangle *fg*, ce qui est aussi égal à la difference des quarrés de CA, CP ; c'est pourquoi la difference des quarrés de C*p* & CB est égale à la difference des quarrés de CA & de CP : donc le rectangle sous la somme & sous la difference des côtés CB, C*p* est égal au rectangle sous la somme & sous la difference des côtés CA, CP, ce qu'il falloit démontrer.

Si la ligne droite P*p* touche le cercle en L, alors les deux points P*p* ne sont qu'un même point L, & on démontrera la même chose que cy-devant, à sçavoir que la difference des quarrés de CA & CL, sera égale à la difference des quarrés de CL & de CB.

En suivant la même méthode on démontrera les mêmes

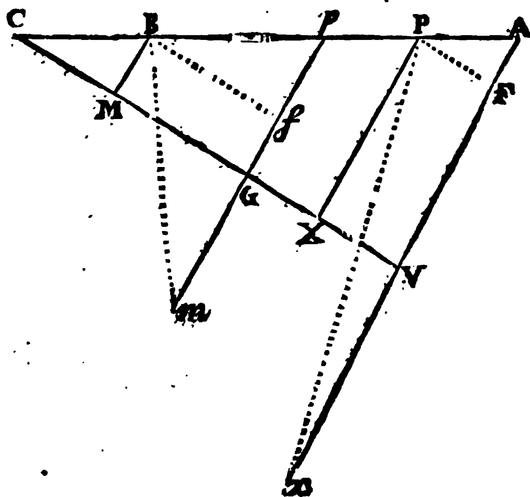
choses, si le point C est pris d'abord au-dedans du cercle sur le diametre non prolongé.

SCHOLIE.

Si le point C est supposé à distance infinie du cercle ALB sur son diametre AB prolongé : alors la difference des lignes CA, CP sera la même que la difference des lignes CA, CH, qui est AH. Et de même la difference des lignes C*p*, CB sera aussi la même que la difference des lignes C*h*, CB, qui est B*h* égale à AH : car dans ce cas les lignes CP, *Cp* ne font que comme une seule ligne.

LEMME II.

DANS *le triangle CAV si les lignes droites PX*, p*G, BM paralleles à la base AV coupent des parties du côté CA, ensorte que la somme de CA & de CP soit à la somme de C* p*,*



CB, comme la difference B p *des derniers segmens est à la difference PA des premiers :*

*Je dis que les trapézes M*p*, AX sont égaux entr'eux.*

A

A cause des paralleles à la base AV, la somme de CA, CP est à la somme de C*p*, CB, comme la somme de AV, PX est à la somme de *p* G, BM : c'est pourquoi la somme de AV & PX sera à la somme de *p* G, BM, comme *p* B est à PA.

Mais des points P & B aïant mené les perpendiculaires PF, B*f* sur AV & sur *p* G, & aïant prolongé les lignes AV, *p* G, soit fait V *x* égale à PX, & G *m* égale à BM. Pour lors si l'on mene les lignes droites P *x*, B *m*, les triangles PA *x*, B *pm* seront égaux aux trapézes AX, *p*M. Mais aussi B *p* est à PA, comme B*f* à PF : c'est pourquoi A *x* est à *p m*, comme B*f* à PF ; & les triangles AP *x*, *p* B *m* seront égaux entr'eux, puisque leurs bases sont reciproquement proportionnelles à leurs hauteurs. On aura donc aussi les trapézes AX, *p* M égaux entr'eux, puisqu'ils sont égaux aux triangles égaux AP *x*, *p* B *m* ; ce qu'il falloit démontrer.

LEMME III.

SOIT *le demi cercle ADEB, sur son diametre AB prolongé ou non prolongé soit pris le point C, & soit mené quelque ligne droite DE parallele à ce diametre AB, laquelle rencontrant le cercle aux points D, E; du centre C & pour demi diametres CA, CD, CE, CB soit décrit les arcs de cercle AF, DPG, F*p* H, BI qui rencontrent aux points FGHI quelque ligne droite CF menée du centre C.*

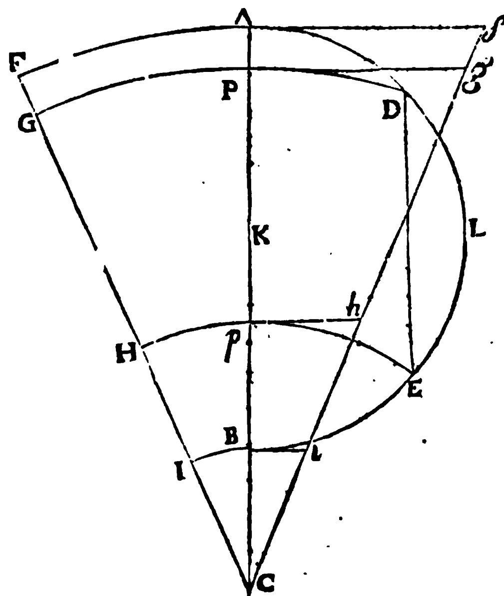
Je dis que les quadrilateres mixtes AFGP, p HIB sont égaux entr'eux.

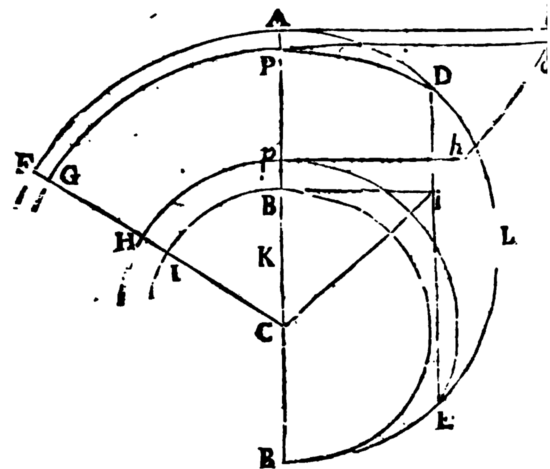
Soit la ligne droite A*f* égale à l'arc AF, qui fasse avec le diametre CA l'angle droit CA*f*. Aïant mené C*f*, qu'on tire aussi les lignes droites P*g*, *ph*, B *i* paralleles à A*f*.

Il est évident par la construction, que le triangle

CAf eſt égal au ſecteur CAF. Semblablement le triangle CPg eſt égal au ſecteur CPG, c'eſt pourquoi ſi des égaux CAf, CAF, on en ôte les égaux CPg, CPG, les reſtes ſeront égaux, à ſçavoir le trapéze APgf, & le quadrilatere mixte APGF. On démontrera de la même maniere que le trapéze phiB eſt égal à la figure mixte pHIB.

Mais par le premier Lemme la ſomme des lignes droites CA, CP eſt à la ſomme des droites Cp, CB, com-





me la difference de Cp, CB, qui eſt pB, eſt à la difference de CA, CP, qui eſt AP. C'eſt pourquoi par le ſecond Lemme le trapéze AfgP ſera égal au trapéze phiB, & les figures mixtes AFGP, pHIB que je viens de démon-

trer égales aux trapézes, seront aussi égales entr'elles; ce qu'il falloit démontrer.

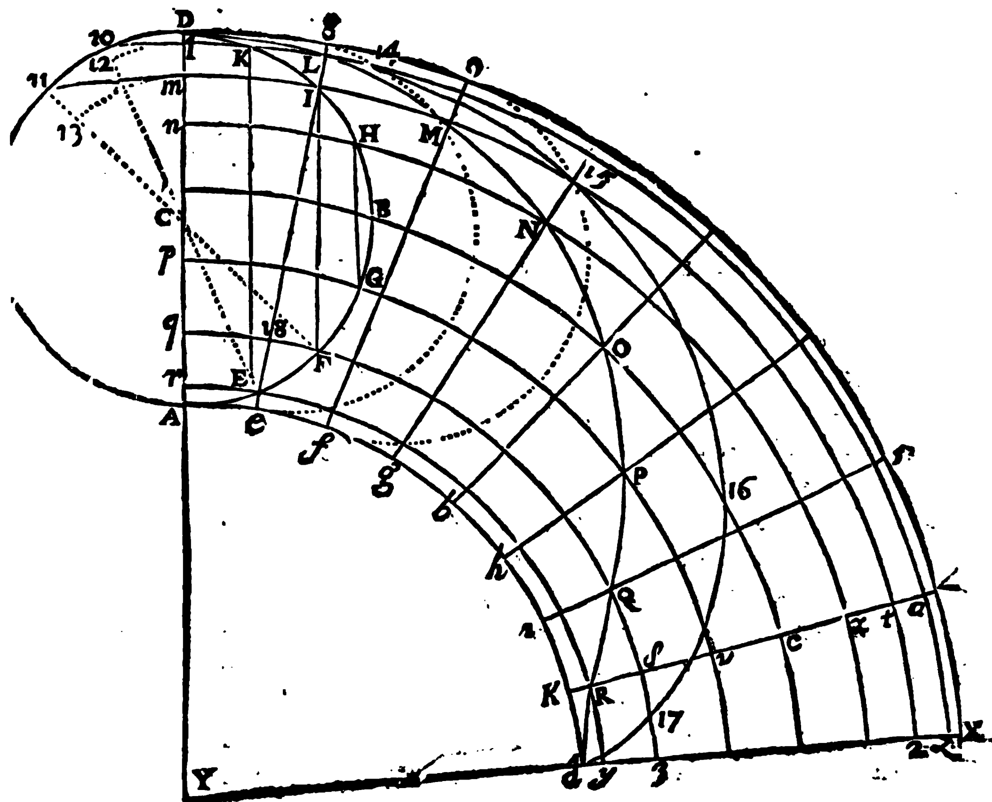
On démontrera aussi la même chose, si au lieu des deux points D, E, on prend le seul point L qui soit la rencontre de la touchante parallele au diametre AB.

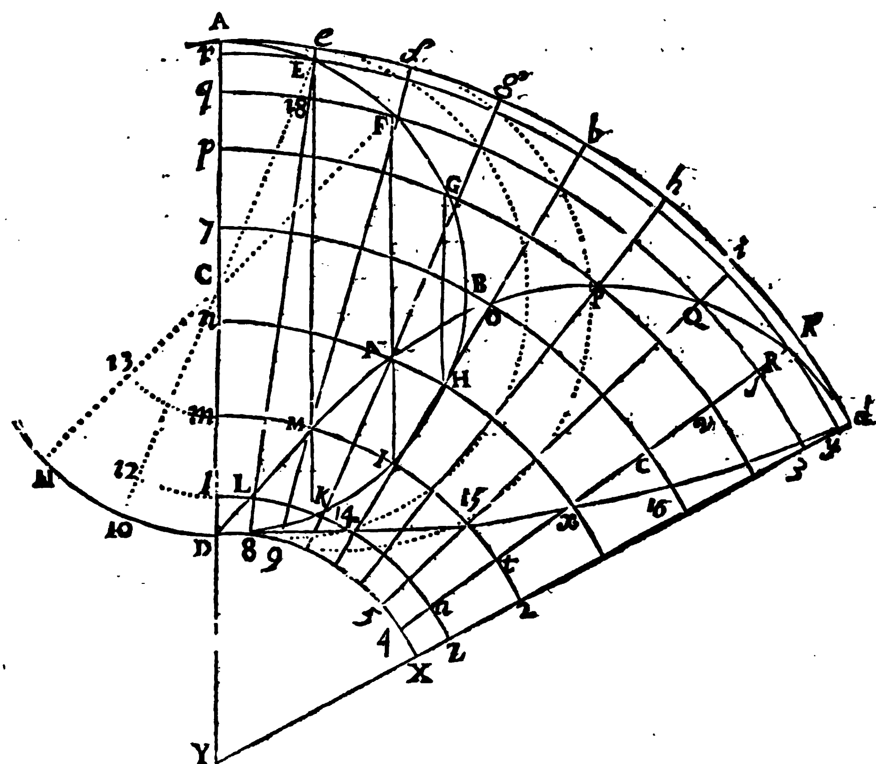
LEMME IV.

*Si la circonference du demi cercle ABD est divisée en parties égales entr'elles aux points EFGBHI, &c. & que le nombre de ces parties soit pair & indéfini; & que sur le diametre AD prolongé ou non prolongé on prenne le point Y, duquel comme d'un centre on décrive des arcs de cercle dont les raïons soient les distances YA, YE, YF, YG, &c. & que la longueur de l'arc A*d *décrit par le point A, soit égale à la circonference du demi cercle ABD, & que cet arc A*d *soit divisé en autant de parties égales entr'elles aux points* efgh *qu'il y en a dans le demi cercle ABD. Enfin aïant mené les raïons du centre Y aux divisions* efgbh, *&c. on aura le quadrilatere mixte ADX*d *divisé en un nombre indéfini de petits quadrilateres mixtes, qui auront les proprietez suivantes.*

A cause des divisions égales du demi cercle on peut mener par les points des divisions les lignes droites KE, IF, HG, &c. lesquelles seront paralleles au diametre DA du cercle. C'est pourquoi par le Lemme 3. les quadrilateres comme *dy* R *k*, X z *a* 4 seront égaux entr'eux, étant également éloigné des extrêmes : mais aussi ceux qui sont compris entre les mêmes cercles seront égaux entr'eux à cause des divisions égales de l'arc A *b d*; c'est pourquoi le quadrilatere A *e* E *r* sera égal au quadrilatere X z *a*. 4.

On démontrera de la même maniere que le quadrila-


D
I
K
L
8
14
9
10
12
11
m
13
n
H
M
15
C
B
N
p
G
q
18
F
O
r
E
A
e
f
g
b
P
16
h
Q
K
R
17
v
Y
d
y
3
2
X


A
r
e
f
g
E
q
18
F
p
G
b
h
C
B
O
P
Q
n
13
A
H
R
m
M
I
d
12
L
K
14
15
x
16
3
10
D
8
9
2
4
Z
X
Y

tere 2 X 4 *t* eſt égal au quadrilatere *d* 5 *ſk*, ou bien A *e* 18 *q*, & ainſi des autres.

Il eſt évident de là que dans chaque ſecteur, comme YX 4 ou Y *d k*, les quadrilateres également éloignés des extrêmes, comme 2 *X* & 5 *u* ſont auſſi égaux entr'eux; car les quadrilateres X *x* & *d u* ſont égaux, les quadrilateres X *t* & *d ſ* ſont auſſi égaux par le Lemme précédent : c'eſt pourquoi ſi des plus grand on ôte les moindres, les reſtes qui ſeront les quadrilateres 2 *x* & 3 *v* ſeront égaux; & ainſi des autres.

LEMME V.

LES *mêmes choſes étant poſées comme cy-devant & dans les mêmes figures, ſi l'on mene la ligne diagonale DLMNO* d *compoſée d'un nombre indéfini de petites lignes droites, qui dans le quadrilatere ADX* d *diviſent en deux diagonalement tous les petits quadrilateres qui ſont dans la diagonale depuis l'angle D juſqu'en* d, *ce qui paroît dans la figure par les lignes DL, LM, MN, NO, &c.*

Je dis que le quadrilatere ADX d *eſt diviſé en deux également par la diagonale DO* d.

Je ne fais pas de difficulté de ſuppoſer icy que les petites diagonales, qui ſont des lignes droites, diviſent en deux également leurs quadrilateres particuliers, & que la difference qu'il y a entre la veritable diviſion & celle-cy, ne ſçauroit être conſiderable, puiſqu'on la peut toûjours trouver plus petite qu'aucune grandeur donnée, à cauſe que les quadrilateres qu'elles diviſent ſont ſuppoſés indéfiniment petits, ce qui eſt communement reçû dans l'uſage des indiviſibles.

Maintenant par ce qui eſt démontré dans le Lemme precedent, il eſt évident que le quadrilatere AL eſt égal

au quadrilatere XR. Semblablement le quadrilatere *e*M est égal au quadrilatere 4 Q; le quadrilatere *f* N égal au quadrilatere 5 P, & ainsi des autres : c'est pourquoi tous les quadrilateres ensemble d'un côté de la diagonale DLMNOP, &c. seront égaux à tous les quadrilateres de l'autre côté. Mais la ligne DLNOP *d* qui divise diagonalement tous les petits quadrilateres qui sont dans la diagonale, est supposée diviser aussi en deux également tous ces quadrilateres ; donc cette diagonale qu'on peut considerer comme une ligne courbe, divise en deux également tout le grand quadrilatere ADX *d*; ce qu'il falloit démontrer.

SCHOLIE.

Si l'on suppose que le point Y qui est pris sur le diametre AD, est infiniment éloigné du cercle ABD, on aura des lignes droites perpendiculaires au diametre AD, au lieu des arcs de cercle qui passoient par les points DKIHA dont A *d* en sera une, qui est posée égale à la circonference du demi-cercle ABD, & qui est divisée en autant de parties égales entr'elles, que la circonference ABD; & enfin au lieu des quadrilateres mixtes comme cy-devant, on aura des parallelogrammes, qui étant également éloignés des extrêmes seront égaux entr'eux, & il s'ensuivra aussi que la diagonale qui divise diagonalement tous les petits parallelogrammes qui sont d'un angle à l'autre, divisera tout le grand parallelogramme en deux également.

LEMME VI.

LES *mêmes choses étant posées comme cy-devant, si l'on fait avancer le demi-cercle ABD, en sorte que le diametre*

AD soit placé sur la partie e 8 *du raïon* Y 8 e, *& que le point A convienne au point* e; *il est évident que le point* l *du diametre, conviendra au point L du raïon* Y e. *De plus, si on le fait avancer jusqu'au raïon* Y f, *& que le point A tombant sur le point* f, *tout le diametre AD convienne à la ligne droite* f 9; *le point* m *du diametre du cercle ADB conviendra au point M, & ainsi du reste. D'où il est évident que tous les points du diametre AD, comme D* l m n, *&c. décriront la ligne diagonale DLMN* d.

Mais si au lieu de transporter le cercle ABD, on conçoit qu'il roule sur la base A *b d*; lorsque le point E du cercle sera parvenu en *e*; le diametre du cercle E 10 sera joint à la ligne droite *e* 8, car par l'hypothése les arcs AE, A *e* sont égaux en longueur; & de même lorsque le point F sera venu en *f*, le diametre F 11 sera joint au diametre *f* 9, & ainsi des autres. Mais si l'on marque les distances A *l*, A *m*, A *n* sur chaque diametre en E 12, F 13 &c. il est évident que pendant que le cercle ABD roule sur la base A *b d*, les points *l m n* 7 *p q* de chaque diametre se rencontreront dans la ligne diagonale DMNOP *d*. Car lorsque le point A du cercle sera venu en *e*, le point 12 sur le diametre E 10 sera en L, parce que les distances 10 12, D *l* sont égales; & par la même raison le point 13 sera en M, & ainsi de suite.

Mais de plus, lorsque E 10 est placé en *e* 8, & le point 12 au point L, le point D du cercle ABD sera au point 14 sur l'arc *l* 14 *z*: car le demi cercle 8 14 *e* represente le demi-cercle E D 10; & comme l'arc 10 D est égal à l'arc DK par la construction, lorsque le point 10 par le mouvement du cercle sera parvenu au point 8, le point D sera necessairement sur le point 14 dans l'arc *l* KL 14 *z*; ensorte que la portion L 14 de cet arc sera égale à la portion *l* K de ce même arc. Semblablement lorsque le point 11 sera parvenu au point 9, le même point D sera sur le point

15 dans l'arc *m* I M 15, enſorte que l'arc M 15 ſera égal à l'arc *m* I, & ainſi des autres.

PROPOSITION I.

DANS *les figures précédentes il faut démontrer que l'eſpace de la moitié de l'Epicycloïde A* b d 17 16 15 *D eſt égal à la moitié du quadrilatere A* b d *X D joint au demi-cercle générateur ABD.*

J'ay montré cy-devant, que la ligne DMOQ *d* diviſoit le quadrilatere mixte A *b d* X D en deux également. Il reſte donc à démontrer que l'eſpace DLOQ *d* 17 16 15 D compris par la ligne DMOQ *d*, & par la moitié de l'épicycloïde D 15 16 17 *d* eſt égal au demi-cercle générateur DBA.

Par la conſtruction tout le demi cercle générateur eſt diviſé en quadrilateres mixtes, comme *m* I H *n*, & en deux trilignes D K *l*, *r* E A. Mais auſſi l'eſpace DMOQ *d* 17 16 15 14 D eſt diviſé par les mêmes cercles décrits du centre Y en autant de quadrilateres & de trilignes qu'il y en a dans le demi-cercle générateur; enſorte que les arcs de chaque cercle compris tant dans le cercle générateur, que dans l'eſpace, ſont égaux entr'eux, comme l'arc M 15 dans l'eſpace eſt égal à l'arc MI dans le demi-cercle, ce qui eſt évident par la formation de l'épicycloïde. C'eſt pourquoi le quadrilatere mixte, comme L 14 15 M. dans l'eſpace, eſt égal au quadrilatere mixte L K I *m* dans le demi-cercle; car ils ont même largeur & ſont renfermés dans les arcs égaux. Mais chacun de ces quadrilateres égaux dans le cercle & dans l'eſpace étant conſiderés comme les indiviſibles de l'un & de l'autre, il s'enſuit que l'eſpace ſera égal au demi-cercle, ce qu'il falloit démontrer.

SCHOLIE.

SCHOLIE.

On se servira de la même démonstration, si l'on suppose que le point Y est infiniment éloigné de la base A *d*, laquelle base est une ligne droite dans ce cas, & le quadrilatere A*d*XD est un rectangle qui est alors égal au demi-cercle générateur ABD pris quatre fois, ce qui paroît par la génération. C'est pourquoi l'espace A *b d* 17 16 15 D sera égal au demi-cercle ABD pris deux fois avec le même demi-cercle, ce qui est égal au demi-cercle pris trois fois. La ligne *d* 16 D dans ce cas est appellée *Cycloïde* ou *Trochoïde*, & quelquefois *Roulette*.

PROPOSITION II.

L'ESPACE *de l'Epicycloïde exterieure est à son cercle générateur, comme trois fois le diametre du cercle qui est la base avec deux fois le diametre du cercle générateur, au diametre du cercle de la base.*

Mais l'espace de l'Epicycloïde interieure est à son cercle générateur, comme trois fois le diametre du cercle qui est la base moins deux fois le diametre du cercle générateur, au diametre du cercle qui est la base.

DEMONSTRATION pour l'Epicycloïde exterieure.

Dans les figures précédentes, qu'on imagine un arc de cercle décrit du centre Y, & qui passe par le centre C du cercle générateur. Cet arc étant renfermé dans le quadrilatere ADX*d*, il est évident qu'il est moïen proportionnel arithmétique entre l'arc de la base A *b d*, & l'arc du sommet DX; & cet arc soit appellé Φ. C'est pourquoi le rectangle fait de l'arc Φ comme d'une ligne droite & du

diametre AD du cercle générateur, sera égal au quadrilatere mixte DAdX; donc la moitié de ce rectangle, qui est fait de l'arc ●, & du demi-diametre du cercle AD, qui est AC, avec la moitié du cercle générateur, sera égal à la moitié de l'Epicycloïde A b d 17 16 15 D par la precedente proposition.

I. Maintenant à cause des cercles concentriques & des semblables secteurs de cercle YA, est à YC, comme la demi-base A b d de l'Epi cycloïde à l'arc ●.

II. En divisant, YA est à YC moins YA; ce qui est AC, comme la demi-base Abd de l'Epicycloïde à l'arc ● moins la demi base A b d.

III. En composant, YA plus CA est à CA, comme Abd plus l'arc ● moins Abd, ce qui est le seul arc ●, à l'arc ● moins A b d.

IV. En triplant les antecedens 3 YA plus 3 CA sont à CA, comme 3 arcs ● à l'arc ● moins A b d.

V. Mais en divisant 3 YA plus 3 CA moins CA, ce qui est 3 YA plus 2 CA sont à CA, comme 3 arcs ● moins l'arc ● plus A b d, ce qui est 2 arcs ● plus A b d, à l'arc ● moins A b d.

VI. Mais par la deuxiéme proposition en raison alterne, on a CA à l'arc ● moins A b d, comme YA à A b d.

VII. C'est pourquoi 3 YA plus 2 CA sont à YA comme 2 arcs plus A b d à A b d.

Mais si l'on multiplie les deux derniers termes de cette septiéme proportion par le quart du diametre AD du cercle générateur, le premier de ces termes sera égal à la moitié du quadrilatere ADXd avec le demi cercle générateur, car la base A b d est égale à la circonference du demi-cercle, ce qui est égal à l'espace de l'Epicycloïde par les precedentes démonstrations; & le second de ces termes sera égal au demi-cercle générateur. C'est pourquoi le demi-diametre YA de la base de l'Epicycloïde pris

trois fois avec le demi-diametre CA du cercle générateur pris deux fois seront ensemble au demi diametre YA du cercle de la base, comme l'espace de la demi Epicycloïde exterieure est au demi-cercle générateur. Et enfin doublant les termes de cette proportion, le diametre YA de la base de l'Epicycloïde pris trois fois avec le diametre CA du cercle générateur pris deux fois seront ensemble au diametre du cercle de la base, comme tout l'espace de l'Epicycloïde exterieure à tout le cercle générateur : ce qu'il falloit démontrer.

DEMONSTRATION pour l'Epicyloïde interieure.

I. A cause des semblables secteurs de cercle, YA est à YC comme la demi base A *b d* de la demi Epicycloïde interieure à l'arc ●.

II. En divisant YA est à YA moins YC, ce qui est CA, comme la demi base A *b d* à A *b d* moins l'arc ●.

III. Divisant encore YA moins CA est à CA, comme A *b d* moins A *b d* plus l'arc ●, ce qui est le seul arc ● à A *b d* moins l'arc ●.

IV. Et en triplant les antecedens 3 YA moins 3 CA seront à CA, comme 3 arcs ● à A *b d* moins l'arc ●.

V. En composant 3 YA moins 3 CA plus CA, ce qui se reduit à 3 YA moins 2 CA sont à CA, comme 3 arcs ● plus A *b d* moins l'arc ●, ce qui se reduit à 2 arcs ● plus A *b d*, à A *b d* moins l'arc ●.

VI. Mais par la seconde proportion en raison alterne YA est à A *b d*, comme CA à A *b d* moins l'arc ●.

VII. C'est pourquoi 3 YA moins 2 CA sont à YA, comme 2 arcs ● plus la demi-base de l'Epicycloïde interieure à A *b d*.

Mais les deux derniers termes de cette septiéme proportion étant multipliés par le quart du diametre du cercle

générateur, le premier terme sera égal à la moitié du quadrilatere ADXd avec le demi-cercle générateur, ce qui est égal à la moitié de l'espace de l'Epicycloïde interieure. Pour le dernier terme il est égal au demi-cercle générateur, ce qui est évident, puisque la base de l'Epicycloïde est égale à la circonference du cercle générateur. Si l'on double donc tous les termes de cette derniere proportion on aura le diametre du cercle de la base pris trois fois, c'est-à-dire six fois YA moins le diametre du cercle générateur pris deux fois, qui sera au diametre du cercle de la base, comme l'Epicycloïde interieure au cercle générateur, ce qu'il falloit démontrer.

DIMENSION
DES LIGNES EPICYCLOÏDES.
DES TOUCHANTES DES EPICYCLOÏDES.

LEMME I.

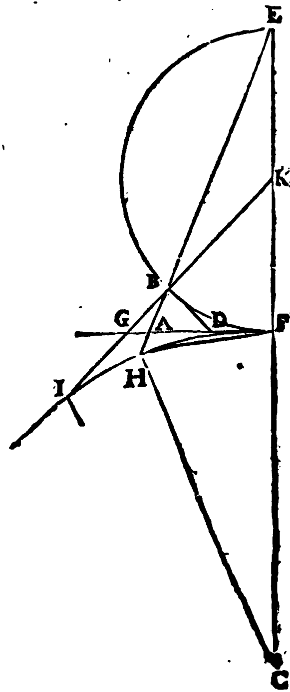
SOIENT *les cercles EBF, FH qui se touchent exterieurement en F. Aïant joint les centres KC par la ligne droite EKC qui passe par le point touchant F; de l'extrémité E du diametre FE aïant mené quelque ligne droite EB prolongée jusqu'à l'autre cercle en H.*

Je dis que l'arc FH est plus grand en longueur que l'arc FB.

Aïant mené FG qui touche les deux cercles en F, & du centre K par le point B soit prolongée KBG jusqu'a la touchante FG en G, soit la touchante BD en B, & la corde HF.

Dans le triangle rectangle EFA les angles FEA, FAE

pris ensemble sont égaux à un droit ; c'est pourquoi l'angle FAE est moindre qu'un droit de la quantité de l'angle FEA.



Maintenant à cause de la touchante BD, l'angle GBD est droit, duquel si l'on ôte l'angle GBA égal à l'angle KBE, qui est aussi égal à FEA, il restera l'angle ABD égal à l'angle FAE : c'est pourquoi les angles DBA, DAB dans le triangle DAB sont égaux entr'eux, & le triangle DAB sera isoscelle, & par consequent les côtés DA, DB seront égaux entr'eux : mais aussi les touchantes DB, DF sont égales : donc FA sera toute seule égale aux deux ensemble FD, BD.

Dans le triangle FAH l'angle FAH est obtus étant le supplément de l'angle de la base du triangle isoscelle ABD : c'est pourquoi l'angle obtus FAH étant le plus grand de ceux du triangle, le côté FH qui lui est opposé sera aussi le plus grand, donc la corde FH est plus grande que les deux touchantes ensemble FD, BD. Mais l'arc FH est plus grand que la corde FH & l'arc BF est plus petit que ses deux touchantes : donc à plus forte raison l'arc FH sera plus grand en longueur que l'arc FB, ce qu'il falloit démontrer,

LEMME II.

SOIENT *les deux cercles EBF, FHI qui se touchent en F ; du centre K de l'un de ces cercles soit mené la ligne KBI les rencontrant tous deux en B & en I :*

Je dis que l'arc FHI est plus grand en longueur que l'arc FB.

Aïant mené EBH par l'extrémité E du diametre EF & par le point B, laquelle EBH rencontre le cercle FHI au point H, qui sera necessairement entre le point I & le point touchant F; par le lemme precedent l'arc FH sera plus que l'arc FB, & à plus forte raison l'arc FHI, qui est plus grand que l'arc FH, sera plus grand que l'arc FB, ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION I.

Probleme.

Trouver la touchante d'une Epicycloïde exterieure.

SOIT *l'Epicycloïde exterieure GHM dont la base est le cercle GA décrit du centre C. Que le cercle IHAD générateur de l'Epicycloïde soit posé en telle maniere que le point décrivant H soit sur l'Epicycloïde dans le point par lequel il faut mener la touchante. Si par le centre C du cercle de la base & par le centre O du cercle générateur on mene la ligne droite CAOI, & si par l'extremité I du diametre AI on mene la ligne droite IH au point H.*

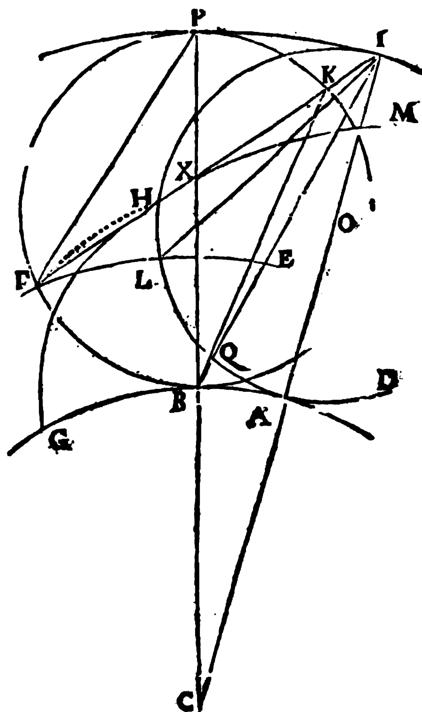
Je dis que la ligne droite IH touche l'Epicyloïde au point H.

Si la ligne droite IH ne touche pas l'Epicycloïde au point H, elle la coupera dans ce point H, & elle la rencontrera encore en quelqu'autre point au dessus ou au dessous du point H; ou bien si après la rencontre en H elle

ne rencontre pas l'Epicycloïde, étant prolongée elle rencontrera necessairement la base GA.

Premierement qu'elle rencontre s'il est possible l'Epicycloïde en un point F different du point H, & que ce point F soit au dessous du point H, c'est-à-dire vers la base par rapport au point H.

Soit placé le cercle générateur dans la position PFBK, ensorte que le point décrivant l'Epicycloïde se trouve au point F. Du centre C & pour raïon CF soit décrit le cercle FLE rencontrant au point L le cercle générateur dans sa premiere position où le point décrivant étoit en H. De plus soit mené la ligne droite IL. Et du point P, qui est l'extrémité du diametre PB qui étant prolongé passe par le centre C de la base, soit aussi mené PF. Enfin du point I soit mené la ligne droite IB, qui rencontre le cercle IHA en Q.



La ligne IF rencontrera le diametre PBC au point X, & l'angle PXI exterieur du triangle PXF sera égal au deux interieurs PFX ou PFI, & FPX ou FPC. Mais aussi l'angle PXI est égal aux deux angles internes XIC ou FIC, & ICX ou ICP du triangle IXC. C'est pourquoi les deux angles PFI, FPC sont ensemble égaux aux deux angles FIC, ICP pris ensemble. Mais si

de ces sommes égales on ôte les angles FPC, LIC qui sont égaux par la construction à cause des arcs FB, LA qui sont égaux ; il restera d'un côté l'angle PFI, qui sera égal aux deux angles ICP & FIL, qui sont le reste de l'autre côté.

Par le lemme premier l'arc QA est plus petit en longueur que l'arc BB ; c'est pourquoi l'arc QA est aussi moindre que l'arc LH égal à AB par la génération de l'Epicycloïde : l'angle AIQ ou AIB ou BIC sera donc moindre que l'angle LIH ou FIL ; car ils sont au même cercle. C'est pourquoi les angles ICP & BIC ensemble sont moindres que les angles ICP & FIL ensemble, ou bien que le seul angle PFI.

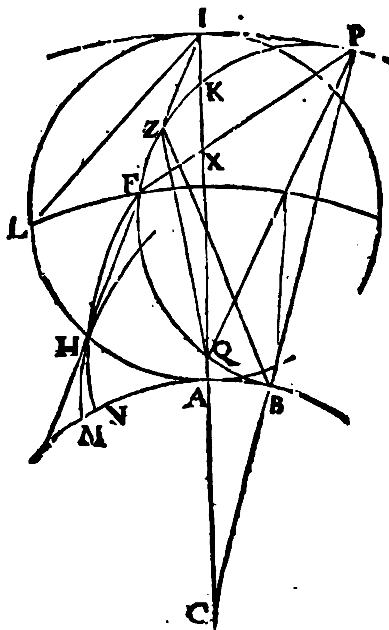
Maintenant du point K où la ligne droite IH rencontre le cercle PFB, aïant mené KB, l'angle KBP sera égal à l'angle KFP, ou IFP, puisqu'il sont à la même portion de cercle ; mais cet angle KBP est moindre que l'angle IBP ; car la rencontre K de la ligne droite IF avec le cercle PFB, sera plus proche du point P, que la rencontre de la ligne droite IB. Mais cet angle IBP étant exterieur au triangle IBC, il sera égal aux deux angles interieurs pris ensemble BIC, ICB ou ICP : c'est pourquoi les deux angles BIC, ICP ensemble seront plus grands que l'angle PFI, ce qui est absurde ; car on vient de démontrer que ces mêmes angles BIC, ICP ensemble étoient plus petits que le même angle PFI. Il n'est donc pas possible que la ligne droite IH rencontre l'Epicycloïde en un point F au dessous de H.

Ce sera la même démonstration pour la Cycloïde ; car par le premier lemme, il s'ensuit que la portion AQ du cercle générateur est moindre que la portion AB de la ligne droite qui est la base de la cycloïde ; ce qui se peut voir dans la figure du lemme où l'arc BF est moindre que la portion FA de la touchante en F.

Secondement

Secondement que la ligne IH rencontre encore s'il est possible l'Epicycloïde en un point F au dessus de H.

Soit donc le cercle générateur dans la position PFB où le point décrivant étoit en F. Mais du centre C aïant décrit l'arc FL qui coupe en L le cercle générateur AHI, qui est dans la position où le point décrivant H est sur l'Epicycloïde, il est évident par la génération que l'arc LH doit être égal en longueur à l'arc AB de la base.



Maintenant aïant mené IL, PF, PQ & ZB, l'angle FXA externe au triangle IXF sera égal aux deux internes ensemble FIA, PFI. Semblablement le même angle FXA externe du triangle CPX est égal aux deux internes ensemble FPC, ACB ou PCI: donc la somme des angles FIA, PFI est égale à la somme des angles FPC, ACB ou PCI : c'est pourquoi si à ces sommes égales l'on ajoûte l'angle commun LIF, les sommes seront encore égales, à sçavoir les trois angles ensemble FIA, LIF, PFI, & les trois ensemble FPC, LIF, ACB. Mais l'angle FIA avec l'angle LIF, seront égaux à l'angle LIA, ou à l'angle FPC, qui est égal à LIA, à cause qu'ils sont aux mêmes portions de cercles égaux LA, FB : c'est pourquoi l'angle LIA avec l'angle PFI sont égaux aux angles FPC, LIF, ACB. Enfin si de ces sommes égales on en ôte les angles égaux LIA, FPC, il restera le seul angle PFI, égal aux deux ensemble LIF, ACB.

L'angle ZQP eſt égal à l'angle ZFP ou PFI, à cauſe que ces deux angles s'appuïent ſur la baſe commune PZ, ce qui ſera toûjours vray quand même le point Z tomberoit au point F, c'eſt-à-dire ſi IF touchoit le cercle PFB au point F, ou ſi l'on ſuppoſoit que Z fut au deſſous de F : c'eſt pourquoi l'angle ZQP eſt égal aux deux angles enſemble LIF ou LIH & ACB.

Mais par la génération de l'Epicycloïde, l'arc AB eſt égal en longueur à l'arc LH, & par le ſecond lemme l'arc BQ eſt plus grand que l'arc : AB c'eſt pourquoi l'arc BQ eſt plus grand que l'arc LH, & par conſequent l'angle QPB eſt plus grand que l'angle LIH ou LIF ; donc l'angle ZQP qui eſt égal aux deux angles enſemble LIF, ACB, comme je l'ay démontré cy-devant, ſera moindre que les deux angles QPB ou QPC, & ACB ou PCQ.

Mais auſſi dans le triangle PQC l'angle externe PQI eſt égal aux deux interieurs CPQ, PCQ ou PCI, & l'angle ZQP eſt toûjours plus grand que PQI ; c'eſt pourquoi l'angle ZQP eſt plus grand que les deux angles enſemble CPQ, PCQ, ce qui eſt abſurde ; car j'ay montré cy-devant que le même angle ZQP étoit moindre que les mêmes angles CPQ, PCQ : donc la ligne droite IH ne rencontrera pas l'Epicycloïde en un autre point comme F au deſſus de H.

Ce ſera la même démonſtration pour la cycloïde en conſiderant ſeulement que la portion AB de la baſe qui eſt une ligne droite, eſt plus petite que l'arc BQ du cercle générateur.

Il reſte donc ſeulement à démontrer que la ligne droite IH après ſa rencontre H avec l'Epicycloïde ne peut paſſer au dedans, & étant prolongée, en rencontrer la baſe MA ; mais qu'elle la rencontre s'il eſt poſſible en N. Par la génération de l'Epicycloïde l'arc AM de la baſe eſt égal en longueur à l'arc AH du cercle générateur : mais

par le premier lemme l'arc AN du cercle de la base sera plus grand en longueur que l'arc AH ou que son égal l'arc AM, ce qui est absurde; car il n'en est que partie; c'est pourquoi la ligne IH ne rencontrera pas la base au dedans de l'Epicycloïde; ce qu'il faloit démontrer.

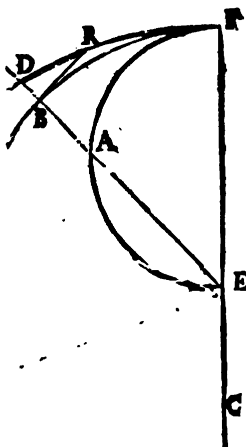
Ce sera aussi la même chose de la Cycloïde.

LEMME III.

SOIENT *les deux cercles FAE, FRD qui se touchant en F, aïent leurs convexités du même côté, & que le centre C du cercle FRD soit hors le diametre FE du cercle FAE. De l'extrémité E du diametre FE aïant mené la ligne droite EAD, qui rencontre le cercle FAE au point A, & le cercle FRD au point D:*

Je dis que l'arc FRD est plus grand en longueur que l'arc FA.

Du point E pour centre & pour raïon EF égal au diametre du cercle EAF soit décrit le cercle FB rencontrant la ligne droite ED en B, lequel touchera aussi les deux autres cercles dans leur point touchant F. On sçait que l'arc FB est la moitié de l'arc FA; car l'angle FEB est au centre dans l'un, & dans l'autre il est à la circonference. Mais l'arc FA qui est double de l'arc FB, est dans un cercle dont le raïon est seulement la moitié de l'autre: c'est pourquoi les arcs FA & FB sont en longueur égaux entr'eux.



Du point B aïant mené BR qui touche le cercle FB en B, & du point R où cette touchante rencontre le cercle FD aïant mené la corde RD, RD sera plus grande que la

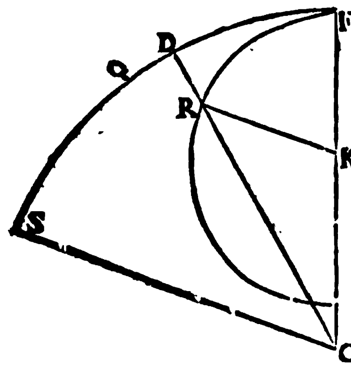
touchante BR, puiſque RD eſt l'hypotenuſe du triangle rectangle RBD. Mais l'arc FRD eſt plus grand que l'arc FR avec la corde RD, & cet arc FR avec la corde RD eſt plus grand que l'arc FR avec la touchante RB, qui ſont auſſi enſemble plus grands que l'arc FB, ou que ſon égal FA : c'eſt pourquoi l'arc FD eſt beaucoup plus grand que l'arc FA, ce qu'il falloit démontrer.

LEMME IV.

SOIENT *les deux cercles FS, FR, qui ſe touchent en F, & qui aïent les parties convexes du même côté; & que le centre C du plus grand ſoit ſur le diametre prolongé du plus petit. Si du centre C on mene la ligne CRD qui coupe les deux cercles en R & en D :*

Je dis que l'arc FR du plus petit eſt plus grand en longueur que l'arc FD du plus grand.

En tout triangle comme CKR on ſçait que la raiſon du côté RK au côté CK plus grand que RK, eſt plus grande que la raiſon de l'angle KCR ou FCD à l'angle CRK. Car les côtés des triangles ſont entr'eux comme les ſinus des angles oppoſés aux côtés : mais un moindre ſinus a plus grande raiſon à un plus grand ſinus que l'angle répondant au petit ſinus n'a à l'angle répondant au grand ſinus. C'eſt pourquoi en compoſant, la raiſon du côté RK ou FK à FK plus KC, c'eſt-à-dire à FC, eſt plus grande que la raiſon de l'angle FCD à l'angle FCD plus l'angle CRK, c'eſt-à-dire à l'angle FKR.



Mais comme FK eſt à FC ainſi tout le cercle FR eſt à tout le cercle FD : c'eſt pourquoi la raiſon de tout le cercle FR à tout le cercle FD eſt plus grande que la raiſon de l'angle FCD ou de l'arc FD, à l'angle FKR ou FCS, ou à l'arc FS; car je ſuppoſe que CS eſt parallele à KR.

C'eſt pourquoi il faudroit prendre l'arc FQ plus grand que l'arc FD pour faire que la raiſon de cet arc FQ à l'arc FS fût ſemblable à celle de tout le cercle FR à tout le cercle FD. Mais comme le cercle FD eſt au cercle FR, ainſi l'arc FS à l'arc FR, à cauſe des angles égaux FCS, FKR : donc en raiſon égale l'arc FS eſt à l'arc FR, comme l'arc FS à l'arc FQ; FR ſera donc égale à FQ qui eſt plus grande que FD; donc auſſi FR ſera plus grande que FD : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION II.

Trouver la Touchante d'une Epicycloïde interieure.

Avertiſſement.

Il y a trois eſpeces d'Epicycloïdes interieures : La premiere lorſque le diametre du cercle générateur eſt moindre que le demi-diametre du cercle qui en eſt la baſe ; la ſeconde lorſqu'il lui eſt égal ; & la troiſiéme lorſqu'il eſt plus grand. Or je montreray à la fin de la dimenſion des Epicycloïdes qu'entre les interieures, celles qui ſont de la premiere & de la troiſiéme eſpece ſont les mêmes ; car celle qui a le diametre de ſon cercle générateur moindre que le demi-diametre du cercle de la baſe eſt la même que celle qui a au contraire le diametre de ſon cercle générateur plus grand que le demi-diametre du cercle de la baſe, ſi le cercle de la baſe eſt le même, & que le cercle générateur de cette derniere ait ſon diametre égal à la difference qui eſt entre le diametre de la baſe & le diametre du cercle

générateur de la premiere. C'est pourquoi je parlerai seulement icy des Epicycloïdes dont le diametre du cercle générateur est moindre que le demi-diametre du cercle de la base. Pour ce qui est de la seconde espece des Epicycloïdes interieures, ce n'est qu'une ligne droite égale au diametre du cercle de la base; ce que je démontrerai dans la suite.

SOIT *l'Epicycloïde interieure MH dont la base est le cercle ABM qui a son centre en C, & que le cercle IHA générateur de l'Epicycloïde soit placé de telle sorte sur la base que le point décrivant H soit sur l'Epicycloïde. Du centre C de la base aïant mené le raïon CA jusqu'au point touchant A du cercle générateur avec la base, lequel passera aussi par le centre de ce cercle :*

Je dis que la ligne droite IH menée de l'extrémité I du diametre du cercle générateur au point décrivant H, touchera l'Epicycloïde en ce même point H.

Si IH ne touche pas l'Epicycloïde en H elle la rencontrera encore au dessous du point H vers la base, ou au dessus du point H, ou enfin après la rencontre H étant prolongée elle rencontrera la base ABM.

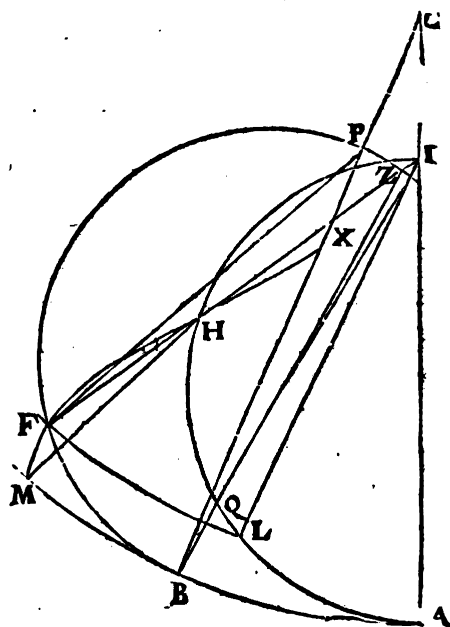
Premierement que la ligne IH rencontre encore l'Epicycloïde au point F au dessous de H.

Soit placé le cercle générateur dans la position PFB, ensorte que le point qui décrit l'Epicycloïde soit au point F, & que dans cette position du cercle générateur son diametre soit PB, qui étant prolongé doit passer par le point C; car le point B est le point touchant du cercle générateur & de celui de la base.

Du centre C & pour raïon CF soit décrit l'arc de cercle FL qui rencontre en L le cercle générateur ALHI. L'arc LH du cercle générateur sera donc égal en longueur à l'arc AB du cercle de la base par la description de l'Epicy-

cloïde. Enfin soit mené les lignes droites PF, IL, IB & du point Z, où la ligne droite IH rencontre le cercle générateur PFB soit mené ZB.

L'angle CXI extérieur du triangle PFX est égal aux angles interieurs pris ensemble PFI, FPB. Semblablement le même angle CXI qui est aussi exterieur du triangle IBX est égal aux deux interieurs ensemble CBI, BIF : c'est pourquoi les angles PFI, FPB ensemble sont égaux aux angles, CBI, BIF, ensemble. Et à chaque somme aïant ajoûté l'angle BIA, les trois angles ensemble PFI, FPB, BIA seront égaux aux trois angles ensemble CBI, BIF, BIA. Mais les 2 angles BIF, BIA ensemble sont égaux aux deux angles ensemble LIF, LIA : donc les trois angles ensemble PFI, FPB, BIA sont égaux aux trois angles ensemble CBI, LIF, LIA.



De plus par la construction, l'angle LIA est égal à l'angle FPB ; c'est pourquoi étant ôtez des deux somme égales, il restera les deux angles ensemble PFI BIA égaux aux deux angles ensemble CBI, LIF. [redacted]

Enfin l'angle BIA exterieur du triangle CBI sera égal aux deux interieurs ensemble ACB, CBI : c'est pourquoi les trois angles ensemble PFI, ACB, CBI seront égaux

deux angles ensemble CBI, LIF; & aïant ôté le commun CBI de chaque somme, les deux angles ensemble PFI, ACB seront égaux à l'angle seul LIF ou LIH.

J'ay démontré dans le Lemme troisiéme que l'arc AQ est moindre en longueur que l'arc AB; qui est égal à l'arc LH, c'est pourquoi l'angle AIQ ou AIB est moindre que l'angle LIH.

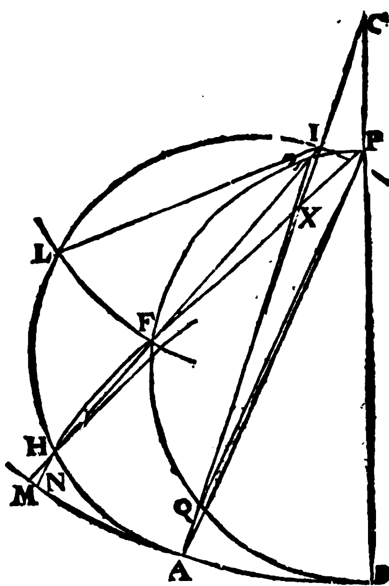
Mais parce que l'angle AIB exterieur du triangle CBI est égal aux deux interieurs ensemble ACB, CBI: il s'ensuit que les angles ensemble ACB, CBI sont moindres que l'angle LIH.

De plus l'angle PBZ est moindre que l'angle PBI ou CBI; donc la somme des deux angles PBZ, ACB est bien moindre que l'angle LIH: mais l'angle PBZ est égal à l'angle PFZ ou PFI: c'est pourquoi la somme des angles PFI, ACB est moindre que l'angle LIH, ce qui est absurde; car je viens de démontrer que cette même somme est égale à l'angle LIH. Il n'est donc pas possible que la ligne droite IH rencontre encore l'Epicycloïde en un autre point F au dessous de H.

Voïons maintenant si cette même ligne IH la peut rencontrer en un point F au dessus du point H. S'il étoit ainsi soit comme dans le cas precedent le cercle générateur dans les deux differentes positions en AHI & en BFP, ensorte que le point décrivant se trouve sur l'Epicycloïde en H & en F. Du centre C & par le point F aïant décrit l'arc FL qui rencontre en L l'arc AHI, l'arc IL sera égal à l'arc PF. Enfin on menera les lignes droites IL, PF, PA & ZQ par le point Z ou IH rencontre BFP.

L'angle exterieur CXP du triangle IFX est égal aux deux interieurs ensemble AIF, PFI. Semblablement le même angle CXP exterieur du triangle APX est égal aux deux interieurs ensemble FPA, PAC: c'est pourquoi les angles AIF, PFI ensemble sont égaux aux deux angles ensemble

ensemble FPA, PAC. Mais si l'on ajoûte à chaque somme les deux angles FIL, ACB, on fera encore des sommes égales AIF, PFI, FIL, ACB, & FPA, PAC, FIL, ACB. Mais la premiere somme se reduit aux trois angles AIL, PFI, ACB & la seconde aux trois FIL, FPA, APB; car l'angle APB exterieur du triangle ACP est égal aux deux interieurs PAC, ACB. De plus les deux angles FPA, APB ensemble sont égaux à l'angle FPB, & l'angle FPB est égal à l'angle LIA, par la construction : c'est pourquoi les angles ensemble AIL, PFI ACB sont égaux aux angles ensemble FIL, FPB. Et aïant ôté de chaque côté les angles égaux FPB, LIA, il restera d'un côté les deux angles ensemble PFI, ACB qui seront égaux à l'angle FIL.



La ligne droite IH rencontrant le cercle générateur PFB, ou le touchera en F, ou elle le rencontrera encore en Z au dessus ou au dessous de F : mais dans tous ces cas l'angle ZQP qui est égal à l'angle ZFP ou PFI est plus grand que l'angle PQC, puisque les extrémités P & I des diametres sont differens entr'eux.

Mais l'angle PQC moindre que l'angle PQZ étant joint avec l'angle PCQ ou ACB, est égal à l'angle BPQ exterieur du triangle PCQ; donc la somme des angles BCQ ou ACB & PQZ, ou PFI sera plus grande que l'angle BPQ.

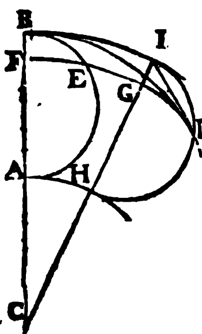
Mais aussi par le Lemme IV. l'arc BQ est plus grand en

longueur que l'arc AB de la base, qui doit être égal à l'arc HL par la construction de l'Epicycloïde; c'est pourquoi l'angle BPQ est plus grand que l'angle FIL ou HIL, puisqu'il est appuïé sur l'arc BQ plus grand que l'arc HL du même cercle générateur. Il s'ensuit donc que la somme des angles ACB, PFI sera beaucoup plus grande que l'angle HIL ou FIL, ce qui est absurde; car je viens de démontrer que cette même somme lui étoit égale. La ligne droite IH ne rencontrera donc pas l'Epicycloïde au point F au dessus de H.

Enfin que la ligne droite IH après sa rencontre avec l'Epicycloïde en H, passe au dedans s'il est possible & qu'elle en rencontre la base circulaire au point N; & que le point M sur la base soit le commencement de l'Epicycloïde.

Par le Lemme III. puisque IH est prolongée vers le cercle AB en N, l'arc AN de la base sera plus grand en longueur que l'arc AH, ce qui est absurde; car l'arc AM qui est plus grand que l'arc AN, doit être égal à l'arc AH par la génération de l'Epicycloïde; & c'est tout ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.



On déduit de cette proposition, la méthode de mener une touchante par un point donné comme D, sur l'Epicycloïde: car du point C pour centre, qui est aussi le centre du cercle de la base, & pour raïon CD soit décrit l'arc DEF, qui rencontre en E la circonference du cercle générateur AEB en quelque position qu'il soit, & son diametre AB au point F: du point D aïant pris l'arc DG égal à EF, soit mené la ligne CG qui rencontre la base de l'Epicycloïde en H,

& aïant fait HI égale au diametre AB du cercle générateur, la ligne ID sera la touchante cherché: car il est évident que si sur HI comme diametre du cercle générateur, on décrit ce cercle, il passera par le point D donné.

Ce que j'ay dit de l'Epicycloïde se doit aussi entendre de la Cycloïde.

LEMME V.

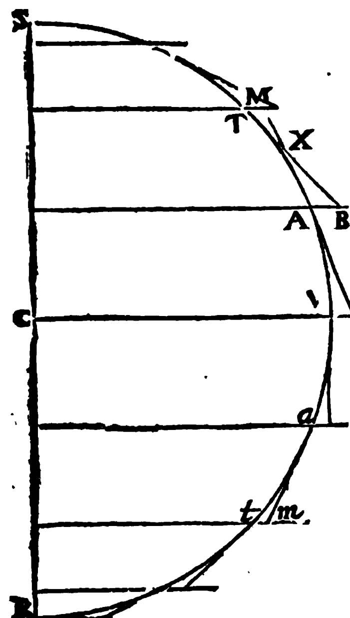
SOIT le demi cercle STAR, dont le diametre est SR, & la circonference soit divisée en tel nombre de parties égales qu'on voudra; mais que ce nombre soit pair. Des points de division ayant mené des perpendiculaires au diametre SR, & des tangentes comme TB qui soient terminées aux perpendiculaires les plus proches qui sont au dessous:

Je dis que la somme des touchantes, comme TB, sans compter la premiere qui est infinie, étant menée par le point S, & la derniere, sera plus grande que la circonference du demi-cercle; sans y comprendre le premier & le dernier arc de la division.

La touchante AM au point A, & terminée en M à la perpendiculaire superieure, sera égale à la touchante *am*, terminée suivant l'exposé de la proposition, mais ensorte que les perpendiculaires qui la renferme soit autant éloignée de celle du milieu CV que sont celles de dessus, ce qui est évident par la construction: c'est pourquoi dans le seul quart de cercle aïant mené des touchantes, qui s'entrecoupent, comme TB, AM entre deux perpendiculaires, la somme de toutes ces touchantes sera égale à celles qui seront dans tout le demi cercle disposées suivant la proposition: ainsi ce que je démontreray du quart de cercle conviendra à tout le demi-cercle, & ce sera la même chose pour deux comme TB, AM, que pour toutes les autres.

Soit donc les deux touchantes TB, AM. Il faut dé-

montrer que leur somme est plus grande que le double de l'arc de cercle TA

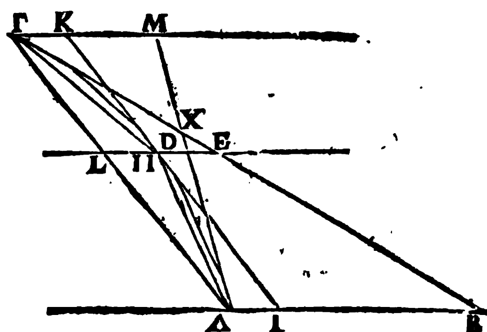


Ces deux touchantes TB, AM s'entrecoupent en X, ensorte que les parties TX, AX sont égales entr'elles à cause du cercle. Mais à cause des paralleles TM, AB, les triangles TXM, AXB sont semblables : c'est pourquoi BX est à XA, comme TX ou AX à XM ; donc XA est moïenne proportionnelle entre BX & XM. Mais on sçait que la sommes des extrêmes de trois proportionnelles continuës, est toûjours plus grande que le double de la moïenne : c'est pourquoi BX & XM ensemble sont plus grandes que le double de XA ; c'est-à-dire que XA & XT ensemble. Mais aussi les touchantes XA & XT ensemble sont plus grandes que l'arc TA ; donc la somme des quatre lignes AX, TX, BX, XM, ou des deux TB, AM, qui leurs sont égales, est plus grande que le double de l'arc TA, ce qu'il falloit démontrer.

LEMME VI.

LES *mêmes choses étant posées comme dans le Lemme precedent, il faut démontrer que si les divisions du cercle sont indéfiniment petites, la somme des touchantes coupées comme cy-devant, sans avoir égard à la premiere & à la derniere, ne different pas sensiblement de la circonference du cercle sans y comprendre le premier & le dernier arc de division.*

Par le Lemme precedent les touchantes AM & TB sont ensemble plus grandes que le double de l'arc THA. Par le point H qui coupe en deux également l'arc TA, aïant mené LHE parallele à TM ou AB, & KHI parallele à la corde TA ou touchante en H; il faut montrer que la difference entre la somme de AM & TB, & entre le double de l'arc THA, est plus grande que le double de la difference entre les quatre touchantes TE, HI, HK, AD, & entre le double du même arc THA: & cela étant, il s'ensuit qu'en divisant toûjours les arcs en deux, on peut trouver la somme des tangentes coupée suivant la méthode que je propose icy, qui ne sera pas sensiblement differente de la circonference du cercle, puisque la difference pourra être moindre que quelque petite quantité proposée que ce soit.



Par la construction l'angle XAB sera toûjours obtus; donc dans le triangle XAB le côté XB sera plus grand que XA: mais DE est parallele à AB; donc XD est à XE comme XA à XB, & par consequent EB sera aussi plus grande que DA.

Semblablement par la construction les cordes AH, TH sont égales; donc le triangle HAT est isoscelle: mais HL parallele à AB ne tend pas au centre du cercle, mais elle passe au dessus; c'est pourquoy LA est plus grande que LT. Et la ligne LE étant parallele à AB, on aura TL à TE, comme LA à EB; donc aussi EB sera plus grande que TE, puisque LA est plus grande que LT. Et de même

à cauſe des paralleles TM, LD, on aura AD plus grande que DM, car AL eſt plus grande que LT.

A cauſe des paralleles TM, AB, LE, on aura BE à TE, comme AD à DM; mais BE eſt plus grande que TE, & TE eſt plus grande que AD: car TE eſt plus grande que TX ou AX qui ſont égales, à cauſe qu'elles ſont toutes deux touchantes, & AX eſt plus grande que AD: & enfin AD eſt plus grande que DM. C'eſt pourquoi BE étant la plus grande des quatre proportionnelles BE, TE; AD, DM & DM étant la plus petite, la ſomme de ces extrêmes BE & DM ſera plus grande que la ſomme des moïennes TE, AD.

Maintenant ſi de la ſomme de TB & AM on ôte la ſomme de TE, AD & TA ou KI, il reſtera BE & DM moins TA ou KI: mais ſi de la ſomme de TE, AD & TA on ôte 2 TA, il reſtera TE, AD moins TA.

Mais auſſi ſi aux deux reſtes BE & DM moins TA, & TE, AD moins TA on ajoûte la même quantité TA, ces deux ſommes, ſçavoir BE DM, & TE, AD auront encore entr'eux la même difference qu'ils avoient auparavant.

Mais j'ay montré cy-devant que la ſomme BE, DM étoit plus grande que la ſomme TE, AD; c'eſt pourquoi ſi de ces ſommes on ôte la même quantité TA, le reſte de la plus grande qui eſt BE, DM moins TA, ſera plus grand que le reſte de la plus petite TE, AD moins TA.

Mais puiſque des trois quantités, à ſçavoir la ſomme de TB, AM, la ſomme de TE, AD, TA, & 2 TA, la difference de la premiere à la ſeconde, qui eſt BE, DM moins TA, eſt plus grande que la difference de la ſeconde à la troiſiéme, qui eſt TE, AD moins TA; il s'enſuit que la difference de la premiere à la troiſiéme eſt plus grande que le double de la difference de la ſeconde à la troiſiéme, ce qui eſt TB, AM, moins 2 TA, plus grande que le double de TE, AD moins TA.

Mais la difference entre les quatre touchantes TE, AD, HK, HI & 2 TA étant la même que celle qui est entre les deux TE, AD & TA ; car HK & HI sont ensemble égales à TA ; il s'ensuit que TB, AM moins 2 TA, ou bien la difference qui est entre TB, AM & 2 TA sera plus grande que le double de la difference qui est entre les quatre touchantes TE, HK, AD, HI & 2 TA.

Mais TB & AM ensemble sont plus grandes que les quatre ensemble TE, HK, AD, HI ; car si l'on ôte de ces deux sommes les quantités TE, AD il restera de la premiere BE, DM, & de la seconde HK, HI ou la seule KI ou TA. Mais TA est plus petite que les deux égales ensemble TX, AX dans le triangle TAX ; & TX & AX ensemble sont encore plus petites que TE & AD ensemble ; car XE est plus grande que XD, puisque EB est plus grande que AD, comme je l'ay démontré cy-devant.

Il s'ensuit donc que si des deux plus grandes qui sont les deux TB & AM, on ôte deux fois l'arc THA, & si des plus petites qui sont les quatre TE, HK, HI, AD, on ôte aussi deux fois le même arc THA, ou quatre fois l'arc TH qui est encore plus petit que ces quatre touchantes par le Lemme précédent, la difference entre la somme TB, AM & deux fois l'arc THA sera beaucoup plus grande qne la difference entre la somme des quatre TE, HK, HI, AD & deux fois le même arc THA : donc la difference entre la somme des deux touchantes TB, AM & deux fois l'arc THA sera plus grande que le double de la difference entre les quatre touchantes TE, HK, HI, AD & deux fois l'arc THA ou quatre fois l'arc TH.

Mais comme en divisant toûjours les arcs en deux, on trouvera que la difference entre les deux touchantes & les arcs est plus grande que le double de la suivante ; il

s'ensuit qu'on ne sçauroit proposer de quantité qui soit moindre que la difference entre les tangentes coupées suivant la methode que je propose icy, & la circonference du demi-cercle; car pour ce qui est de la premiere & de la derniere division, elles ne sont rien dans les parties indefiniment petites. C'est pourquoi la somme des tangentes retranchées par cette methode peut être supposée égale à la circonference du demi-cercle; ce qu'il falloit démontrer.

LEMME VII.

LES *mêmes choses étant posées comme cy-devant, il faut démontrer que la somme des parties comme AB qui sont retranchées des perpendiculaires au diametre du cercle, entre la circonference A & la rencontre B de la touchante superieure TB qui en est la plus proche, peut être trouvée moindre qu'aucune petite quantité proposée, que ce soit; & par consequent, les points comme B, peuvent être considerés comme sur la circonference du cercle.*

Dans le Lemme précédent j'ay démontré que BE étoit plus grande que TE, & que AD étoit plus grande que DM. Il faut démontrer maintenant que la somme des portions HE, AI, DE, TK des perpendiculaires au diametre du cercle, lesquelles sont retranchées par les touchantes TE, HI, AD, HK, est moindre que la moitié de la somme des portions AB, TM, qui sont faites par les deux touchantes TB, AM.

Aïant divisé la corde AT en deux également en F, soit mené

mené FR parallele à AB, qui rencontre les touchantes TB, AM en R & en G. Et des points RG aïant mené RO, GN paralleles à AT ou à IK, EO sera plus grande que DN, parce que TB est plus incliné à AB que AM, comme il a été demontré cy-devant. C'est pourquoi si l'on ôte de LO égale à FR, la quantité EO plus grande que ND, & aïant ajoûté à LN ou à FG la quantité ND, la somme LE, LD sera moindre que la somme FR, FG: c'est pourquoi LE LD ensemble sont moindres que la moitié de AB, TM ensemble lesquelles moitiez sont égales à FR, FG, à cause que FR coupe en deux également TA, & qu'elle est parallele à AB.

Mais LE, LD sont ensemble égales aux quatre lignes droites HE, AI ou LH, & HD, TK ou LH: c'est pourquoi les quatre lignes droites HE, AI, HD, TK sont ensemble moindres que la moitié des deux lignes droites ensemble AB, TM, ce qu'il falloit démontrer.

Et comme en divisant toûjours les arcs en deux également, on démontrera la même chose, il s'ensuit que la somme des parties des perpendiculaires, entre la circonference du cercle & les tangentes, pourra être trouvée plus petite qu'aucune quantité proposée, & par consequent les rencontres comme B des touchantes & des perpendiculaires, peuvent être considerées comme étant sur la circonference du cercle dans les divisions indefiniment petites.

LEMME VIII.

DANS le cercle DHB dont le centre est C & la touchante DA en D terminée au raïon CBA prolongé. Aïant divisé en deux également l'arc DB en H, & ayant mené CHG terminée à la touchante DA.

Je dis que le double de la touchante DG, ou ce qui est la même chose les deux touchantes ensemble DG, HR aux points

D & H, & terminées aux rayons CG, CA sont plus grandes que l'arc DHB; mais que la difference de ces mêmes touchantes à l'arc DHB sera moindre que la moitié de la difference entre la touchante DA & le même arc DB.

Mais comme dans la bisection continuë des arcs on démontrera toûjours la même chose, il s'ensuit qu'on pourra trouver une somme de touchantes terminées aux rayons qui passent par les points touchans des suivantes, laquelle aura une difference à la circonference du demi-cercle, moindre que quelque quantité proposée; & par consequent ces touchantes peuvent être considerées comme les arcs du cercle dans la division indefiniment petite.

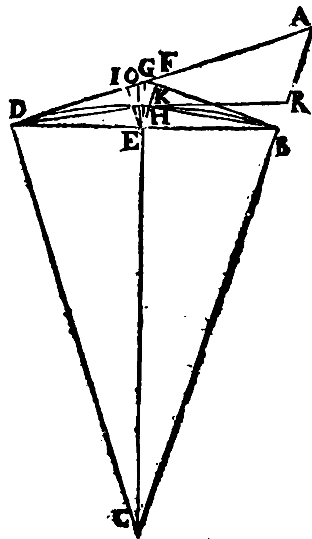
Cette proposition a été supposée par plusieurs Geometres; mais comme je me suis proposé dans ce Traité de ne rien avancer sans être démontré geometriquement, j'ay crû que je la devois expliquer aussi exactement que les précédentes.

Il est premierement évident que la touchante DA est plus grande que son arc DHB: car la touchante BG en B rencontrera la touchante DA en G; & elle sera perpendiculaire en B au raïon CB: c'est pourquoi dans le triangle rectangle GBA l'hypotenuse GA étant plus grande que le côté GB; DA sera aussi plus grande que les deux touchantes ensemble DG, GB qui sont plus grande que l'arc CHB; c'est pourquoi la touchante DA est beaucoup plus grande que l'arc DHB.

Maintenant si par la rencontre E du raïon CH & de la corde DB on mene la perpendiculaire EI sur DA, & EF parallele à CBA, les angles IEG, GEF seront égaux entr'eux, & aux angles DCG, GCA.

Mais si du centre D on décrit l'arc EO dont le raïon soit DE, DO ou DE sera plus grande que D, donc GO sera moindre que GI; mais GI est moindre que GF à cause

des angles égaux GEF, GEI, & que l'angle GIE est droit. C'est pourquoi le double de GO, ce qui est la difference entre la somme DG, HR ou le double de DG, & entre DB ou le double de DE sera moindre que FO. Mais FO est la moitié de la difference entre DA, DB ; c'est pourquoi la difference entre la somme DG, HR & DB sera moindre que la moitié de la difference entre DA & DB.



De plus la difference entre la somme DG, HR & la somme des cordes DH, HB, qui sont chacune plus grandes que DE moitié de DB, sera moindre que la moitié de la difference entre la tangente DA & les cordes DH, HB, lesquelles sont ensemble plus grandes que la corde DB. Mais de plus la difference entre les tangentes DG, HR & les arcs DH, HB, qui sont plus grandes que les cordes DH, HB, mais moindres que les touchantes DG, HR, sera bien moindre que la moitié de la difference entre la tangente DA & les mêmes arcs DH, HB, ou bien le seul arc DB : c'est pourquoi la difference entre les tangentes & les arcs qui leur répondent se diminuëra à l'infini par la bisection continuë des angles ; & enfin cette difference sera moindre que quelque petite quantité proposée que ce soit, & toutes ces touchantes ensemble coupées par les raïons, peuvent être prises pour le demi-cercle, ce qu'il falloit démontrer.

LEMME IX.

LES *mêmes choses étant posées comme dans la precedente:*

Je dis que la somme des portions des rayons HG, BR comprises entre les touchantes & le cercle, est moindre que la moitié de la portion BA du rayon, comprise entre le cercle & la touchante DA; & d'autant que cette diminution qui augmente plus de la moitié, se fera toûjours par la bisection continuë des arcs, il est évident que l'on pourra trouver une quantité, qui sera la difference des rayons entre les touchantes & le cercle, laquelle sera moindre qu'aucune petite quantité proposée que ce soit, d'où il suit que dans la division du cercle en partie indefiniment petites, ces rencontres des touchantes avec les rayons peuvent être considerées comme si elles étoient sur la circonference du cercle.

Par la construction, DB est double de DE; donc BA est double de EF. Mais EF, rencontrant la touchante HR en K, EK sera égale à BR. Mais aussi il est évident que la portion KF de cette ligne EF est plus grande que HG: c'est pourquoi EK & HG ensemble, c'est-à-dire BR égale à EK & HG ensemble, sont moindres que EF, qui est moitié de BA, c'est pourquoy la proposition est évidente.

LEMME X.

J'AY *démontré dans le Lemme* VI. *que dans les divisions du cercle indefiniment petites, les portions de la circonference ne different pas sensiblement des touchantes, retranchées par la methode que j'ay proposée; & que ces touchantes pourroient être prises pour les arcs de cercle: il faut maintenant démontrer la même chose dans les Epicycloïdes & dans la Cycloïde.*

Soit l'Epicycloïde PD dont la base est le cercle AE, & le cercle générateur BDA rencontrant l'Epicycloïde au point D, lequel est le point décrivant. Par les précédentes propositions la ligne droite BDR touchera l'Epicycloïde au point D.

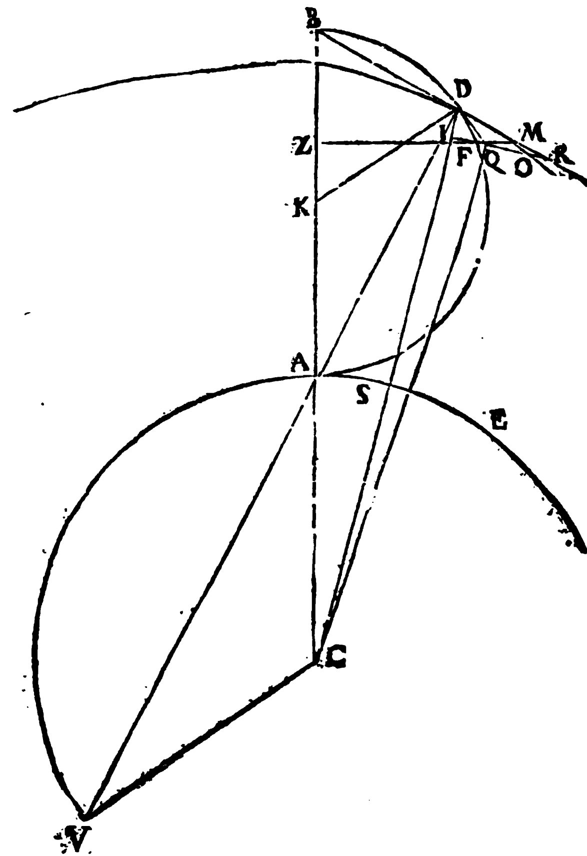
Soit supposé maintenant que l'Epicycloïde est divisée en parties indefiniment petites comme DO, & soit mené les lignes droites DC, OC au centre C de la base. Aïant décrit l'arc de cercle OF, du raïon CO, cet arc coupant le cercle générateur en F, soit mené la corde OFIR qui rencontre CD en I & la touchante DM en R. Soit aussi DQ la touchante du cercle en D, qui soit terminée en Q à la ligne ZFM menée par le point F & perpendiculaire au diametre AB. Par le Lemme VII. les points F & Q peuvent être considerés comme le seul point F, car l'arc DF, sera indefiniment petit.

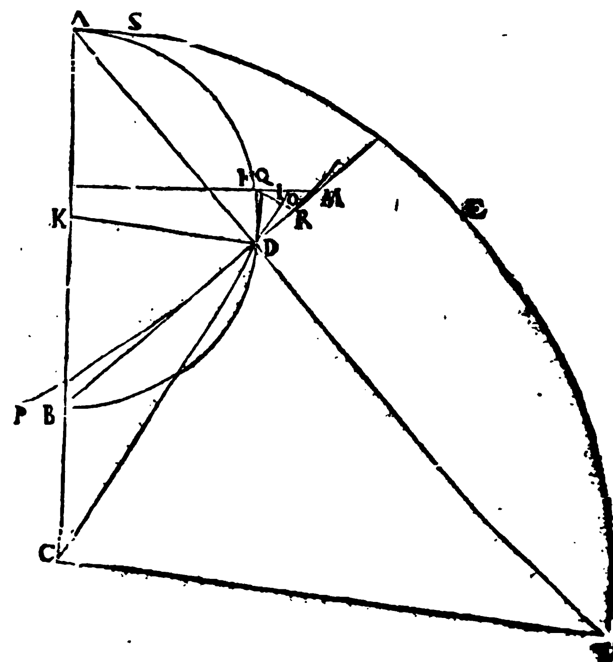
Le raïon CO n'a pas été tiré pour éviter la confusion.

Mais à cause de la petitesse de l'arc FO la corde FO peut passer pour l'arc FO & pour touchante en F; aïant donc mené CF l'angle CFI sera consideré comme droit : mais aussi l'angle DCF étant indefiniment petit, l'angle CIF ou DIR sera aussi consideré comme un droit.

Maintenant par la génération de l'Epicycloïde, comme l'arc DF est à l'arc FO, ainsi CA raïon de la base est à CF: car le cercle générateur étant transporté sur l'arc AS de la base, qui est égal en grandeur à l'arc DF, le point décrivant D qui est descendu en F se trouve transporté en O.

Je dis que si l'on mene DA prolongée jusqu'au cercle de la base en V & qu'on tire CV, le triangle DCV sera semblable au triangle RQD : car l'angle ADB ou ADR est droit; mais aussi aïant mené le raïon KD du cercle générateur, l'angle KDQ sera droit; si l'on ôte donc l'angle commun ADQ, les deux angles restans KDA, QDR seront égaux. Mais à cause des triangles isoscelles KDA, CAV les angles KDA, KAD, CAV & CVA seront égaux : donc l'angle CVA ou CVD est égal à l'angle QDR. De plus l'angle DIR étant consideré comme droit, les deux angles ensemble IDR & DRI seront ensemble égaux à un droit, c'est-à-dire à l'angle ADR, & si l'on ôte le commun IDR les deux restans ADI ou VDC & DRI


B
D
M
R
Z
I
F
Q
O
K
A
S
E
C
V


A
S
E
K
D
M
R
P
B
C
V

seront égaux, & par consequent les deux triangles DCV, RDQ seront semblables.

On aura donc CD à CA, comme QR à DQ. Mais j'ay démontré cy-devant que CA est à CF ou CQ, comme DF ou DQ à FO ou QO; donc en raison égale CD à CQ, comme QR à QO; & en divisant CD moins CQ ce qui est DI est à CD; comme QR moins QO ce qui est OR, est à QR, & en raison alterne CD à QR, comme DI à OR. Mais aussi CD est à QR, comme CA est à DQ ou DF; donc CA est à DF, comme DI à OR: & par consequent le produit des extrêmes CA, OR est égal au produit des moïennes DF, DI.

Mais comme ce sera là même chose dans toutes les divisions, & que toutes les differences DI sont ensemble égales au diametre AB, ce diametre AB étant multiplié par l'arc DF que je suppose être le même dans toutes les divisions, sera égal à toutes les differences OR multipliées par CA: donc CA est à AB comme DF à toutes les differences RO: mais la raison de CA à AB est déterminée, & DF étant indéfiniment petite, toutes les OR ensemble seront indéfiniment petites; & par consequent les points R ne different pas sensiblement des points O, ce qu'il falloit démontrer.

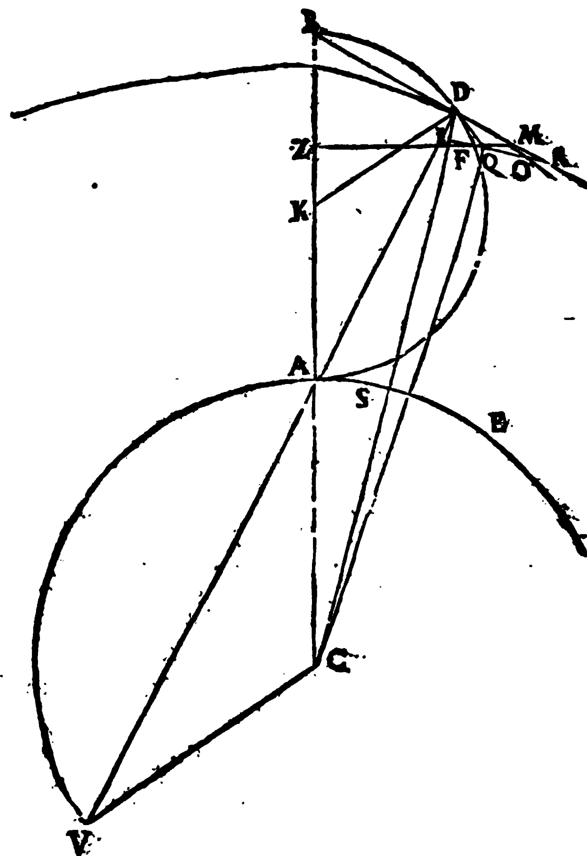
LEMME XI.

Le demi-cercle BDA étant divisé en parties indefiniment petites comme DF, & par les points de division comme F, aïant mené les lignes MFZ perpendiculaires au diametre AB, & par l'extrémité B du diametre AB & par tous les mêmes points de division comme D, les lignes droites BDM terminées en M aux perpendiculaires MF les plus proches au dessous.

Je dis que la somme de toutes les portions comme DM des

base, & que cette ligne IO rencontre la touchante DR au point R.

Puisque les arcs DF de la circonference du cercle générateur sont indéfiniment petits par le Lemme VI. on



peut supposer la portion DQ de la touchante, égale à l'arc DF, & par le Lemme VII. le point Q, comme étant sur la circonference du cercle au point F. Cecy étant posé le triangle DQM est isoscelle & semblable au triangle

isoscelle KDA comme je l'ay démontré dans le Lemme XI. C'est pourquoi du centre C de la base aïant mené CV, & les triangles AKD, ACV étant semblables, le triangle ACV sera semblable au triangle DQM.

Mais l'angle ADR ou VDR est droit par la construction, & la ligne RQ étant perpendiculaire à CD les deux angles ensemble CDR, DRI seront égaux à un droit. Si l'on ôte donc de cette somme & du droit VDR le commun CDR, il restera l'angle DRQ égal à l'angle CDV : mais aussi les angles DQR, CVD sont égaux dans les triangles semblables ACV, DQM; donc les deux triangles CVD, QDR sont semblables comme j'ay démontré dans le x. Lemme.

Il s'ensuit donc de-là que DM est à DQ comme AV est à AC ou CV, & de plus, que DQ est à DR comme CA ou CV est à VD. Et en raison égale DM est à DR comme AV à VD; mais AV est à VD comme CA est à KC, à cause des triangles semblables ACV, AKD: donc DM est à DR comme CA est à CK.

Ce sera la même démonstration pour tous les arcs du cercle; c'est pourquoi toutes les DM ensemble seront à toutes les DR ensemble, comme CA est à CK. Mais toutes les DM dans le demi-cercle sont égales à deux fois le diametre BA du cercle générateur par le XI. Lemme: c'est pourquoi comme CA est à CK, ainsi deux fois le diametre BA à toutes les DR ensemble. Or dans le demi-cercle toutes les DR ensemble qui ne sont pas differentes des DO par le Lemme x. seront égales à la moitié de l'Epicycloïde; car les portions comme DR de l'Epicycloïde conviennent à chaque arc du cercle comme DF, & lorsque le point décrivant D sera parvenu en O sur l'Epicycloïde, ce même point D sera parvenu sur la circonference du cercle en F; & alors l'extrémité du diametre du cercle générateur, qui étant prolongé passe par le centre C, sera

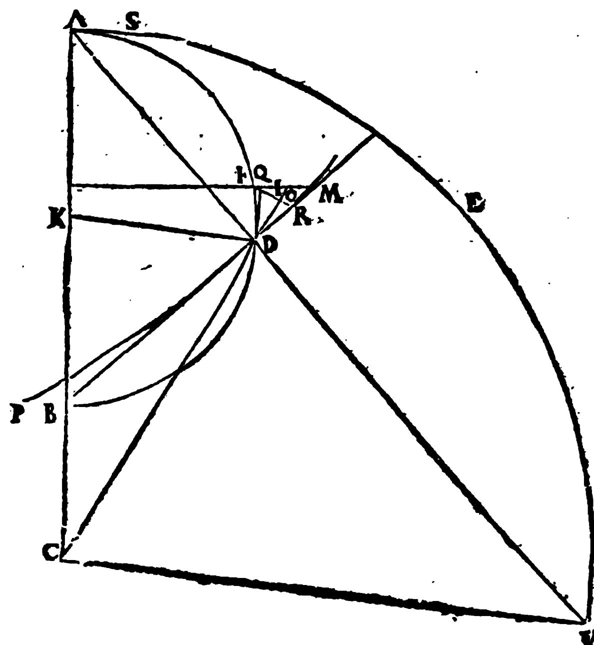
en S, & l'arc AS sera égal en longueur à l'arc DF. Le diametre CA sera donc à CK, ou bien tout le diametre du cercle de la base sera à la somme des diametres du cercle de la base & du générateur, comme deux fois AB diametre du cercle générateur à la moitié de l'Epicycloïde, ou bien comme quatre fois le diametre AB à toute l'Epicycloïde extérieure, ce qu'il falloit démontrer.

Pour ce qui est de la Cycloïde dont la base est une ligne droite que l'on peut considerer comme une circonference de cercle dont le centre est à distance infinie, alors de quelque grandeur qu'on suppose le cercle générateur, l'infinie CA pourra toûjours être considerée comme égale à CK, qui est composée de l'infinie CA & de la finie AK; c'est pourquoi à cause de ce rapport d'égalité, la Cycloïde sera égale à quatre fois le diametre de son cercle générateur.

PROPOSITION IV.

L A *ligne courbe de l'Epicycloïde intérieure est égale à la ligne droite qui est à quatre fois le diametre de son cercle générateur, comme la différence des diametres des cercles de la base & du générateur, au diametre du cercle de la base.*

Aïant fait la même préparation que cy-devant on démontrera que toutes les DM ensemble sont à toutes les DR ensemble, comme CA est à CK; c'est pourquoi la Proposition est évidente.



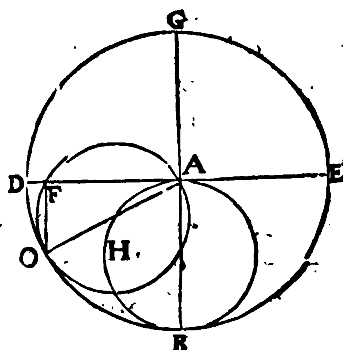
SCHOLIE.

J'ay seulement consideré dans cette démonstration l'Epicycloïde interieure lorsque le diametre du cercle générateur est plus petit que le demi-diametre du cercle de la base; mais je démontreray dans la proposition suivante que les autres Epicycloïdes interieures se rapportent à celle-cy.

PROPOSITION V.

PREMIEREMENT *je dis que lorsque le diametre du cercle générateur est égal au demi-diametre du cercle de la base, l'Epicycloïde dégenere en ligne droite, puisque ce n'est que le diametre de ce cercle.*

Soit le cercle de la base DBE dont le diametre est DAE; le cercle générateur soit AHB dont le diametre AB est égal au demi-diametre du cercle de la base, & que le point A décrive l'Epicycloïde pendant que le cercle AHB roule sur BOD.



Puisque le diametre AB du cercle générateur est égal au demi-diametre du cerce de la base, la circonference AHB du demi-cercle générateur est égale au quart BOD du cercle de la base: & dans quelque position que ce soit du cercle generateur AHB comme en AFO, je dis que le point F, qui est la rencontre du cercle générateur & du diametre DAE est le point qui décrit l'Epicycloïde.

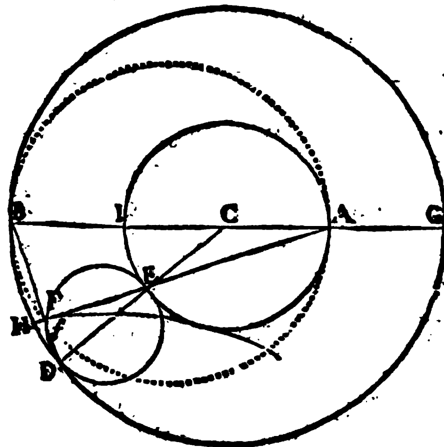
Le diametre AO du cercle générateur & le raïon AD du cercle de la base font l'angle OAD qui sera à la circonference du cercle générateur & au centre du cercle de la

base ; mais le cercle de la base aïant sa circonference double de celle de celui de la base, les arcs OD & OF seront égaux en longueur ; & par consequent l'arc OB qui est le reste du quart de cercle DB sera égal à l'arc FA qui est le reste du demi-cercle OFA. Mais si le cercle AHB en roulant sur BOD est parvenu en O, il est évident que son point A sera venu en F, car l'arc AF doit être égal en longueur à l'arc BO ; le point F sera donc le point décrivant qui est sur le diametre AD. Ce sera toûjours la même chose en quelqu'endroit que soit le cercle générateur ; l'Epicycloïde en ce cas sera donc le diametre DAE, ce qu'il falloit démontrer.

SECONDEMENT *si le diametre AB du cercle générateur de l'Epicycloïde interieure est plus grand que le demi-diametre CB du cercle de la base, mais plus petit que le diametre entier ; je dis que l'Epicycloïde interieure est la même que celle qui seroit décrite par le cercle DFE, dont le diametre DE est la difference entre le diametre AB du cercle générateur, & le diametre CB du cercle de la base, & ce diametre DE étant plus petit dans ce cas que CB, on trouvera la grandeur de cette Epicycloïde par la IV. Proposition.*

Du centre C, qui est celui de la base, soit décrit le cercle AEI, dont le demi-diametre CA soit égal à la difference entre le diametre AB du cercle générateur, & le demi-diametre CB du cercle de la base, & soit le cercle générateur BFA dans quelle position on voudra ; comme AFB, ensorte que le point décrivant soit en F, & que ce cercle BFA touche le cercle de la base en B. Il est évident par la description de l'Epicycloïde que l'arc BH de la base entre le commencement H de l'Epicycloïde & le point B, sera égal en longueur à l'arc BF du cercle générateur.

Par le point B & par le centre C de la base, aïant mené le diametre BCA du cercle générateur, & du point F au point A, aïant mené AF, qui rencontrera en E le cercle AEI, soit tiré CE prolongée jusqu'à la base en D; on aura donc ED égale à AG qui est la différence des diametres de la base & du cercle générateur. Sur ED pour diametre soit décrit le cercle EfD : je dis que ce cercle EfD rencontre le cercle générateur BFA en son point F qui décrit l'Epicycloïde, & que l'arc DH de la base est égal en longueur à l'arc DF ou Df du cercle DfE; & comme ce sera toûjours la même chose en quelqu'endroit que le point décrivant F soit placé sur l'Epicycloïde, il s'ensuit que l'Epicycloïde peut avoir le cercle EFD pour générateur aussi bien que le cercle AFB.



Les diametres BA, DE des deux cercles AFB, EfD sont ensemble égaux par la construction, au diametre BG du cercle de la base: c'est pourquoi les circonferences ensemble de ces deux cercles AFB, EfD sont égales à la circonference du cercle de la base. Mais à cause des angles égaux BAF, DEF & que les cercles ABF, AIE se touchent au point A, & que les cercles AIE, EDf se touchent au point E, AB sera à AF comme AI à AE, & de même AB sera à AF comme ED à Ef; en supposant que la ligne AEF rencontre le cercle EDf au point f; c'est pourquoi le diametre AB sera à AF, comme la composée des diametres AI, ED à la composée des cordes AE, Ef: mais AI & ED ensemble sont égales

à AB; donc AE & E*f* seront égales à AF, & par consequent le point *f* est le même que le point F, & les deux cercles BFA, D*f*E se rencontrent au point F.

Si des points B & D on mene les lignes BF, DF au point F commun aux deux cercles AFB, EFD ces lignes faisant des angles droits BFA, DFE qui sont chacun a leurs demi-cercles, il s'ensuit que ces deux lignes n'en feront qu'une seule BD.

Mais aussi les trois arcs BD, BF, DF sont semblables, car ils soûtiennent des angles égaux, à sçavoir BCD au centre C & BAF moitié de BCD à la circonference, & semblablement DEF égal à BAF à la circonference; & ces arcs étant entr'eux comme les circonferences de leurs cercles, il s'ensuit que les deux ensemble BF, DF seront égaux à BD. Mais par la génération de l'Epicycloïde l'arc BF est égal à l'arc BH; donc l'arc DF est égal à l'arc DH. Enfin la même chose étant dans toutes les positions de ces cercles, il est évident que le cercle DF*f*E décrit la même Epicycloïde que le cercle AFB.

TROISIEMEMENT *si le cercle générateur a son diametre plus grand que celui du cercle de la base, l'Epicycloïde qui sera décrite par ce cercle générateur sera une Epicycloïde extérieure, qui sera la même que l'extérieure qui seroit décrite sur la même base par un autre cercle dont le diametre seroit égal à la difference du diametre du cercle générateur & de celui de la base.*

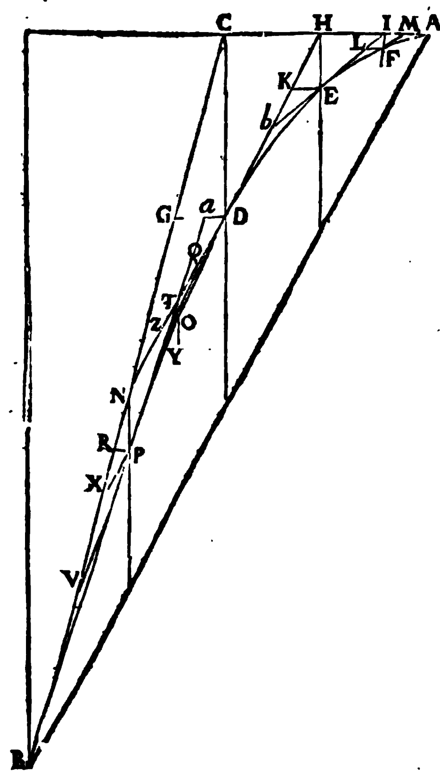
Il sera facile de démontrer ce troisiéme cas en se servant de la même préparation que dans le précédent, c'est pourquoi je finirai cette proposition en avertissant qu'il y a des Epicycloïdes extérieures qui s'entrecoupent, ce qui arrive lorsque le cercle générateur est plus grand que celui de la base, mais cela ne fait aucun changement à tout ce

que

que j'en ay démontré ; on prendra garde seulement que dans les superficies de ces Epicycloïdes redoublés on doit considerer les parties communes, & qui se recouvrent comme si elles étoient séparées.

LEMME XII.

SI *un segment de Parabole ADB compris entre l'extrémité A de l'axe & quelque point B que ce soit, est coupé en parties indefiniment petites aux points DP, &c. & que de ces points de division on mene des lignes PR, Da, &c. paralleles à AC touchante au point A, lesquelles paralleles soient terminées aux touchantes menées par les points les plus proches au dessous comme BR, Pa, DH.*



Je dis que la somme de toutes ces parties PR, Da AH sera indefiniment petite ; & par consequent qu'on peut prendre les points Ra H, &c. comme s'ils étoient sur la Parabole.

Que la touchante BR soit prolongée jusqu'à la touchante AC au point C, duquel point C soit mené le diametre CD qui rencontre la parabole en D, &c.

par le point D soit mené la touchante NDH & la ligne DG parallele à AC. Il est évident par les proprietés de la parabole que DG sera le quart de AC, & AH sa moitié; donc DG & AH ensemble seront les trois quarts de AC.

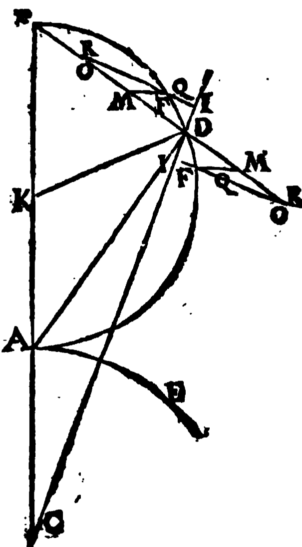
Maintenant si des point H & N, où la touchante NDH rencontre les deux autres, on mene les diametres NP, HE, & que par le point P on mene PR parallele à AC & P *a* touchante en P; & semblablement du point E qu'on mene EK parallele à AC & EI touchante en E, je dis que la somme des lignes PR, D *a*, EK & AI est égal aux trois quarts de la somme des précédentes DG, AH.

Premierement par la même proprieté de la parabole dont je me viens de servir, la touchante P *a* rencontrant en T la touchante ND, il est évident que si du point P on mene PX parallele à DN, PX & DT ensemble seront égales aux trois quarts de DN; mais à cause des paralleles PX & DTN, les triangles PRX, D *a* T sont semblables au triangles DGN, & par consequent PR & D *a* ensemble seront les trois quarts de DG, puisque DT & PX ensemble sont les trois quarts de DN. Secondement on démontrera de même que EK & AI ensemble sont les trois quarts de AH; & par consequent les quatre lignes PR, D *a* EK, & AI ensemble seront les trois quarts de DG & AH ensemble qui sont les trois quarts de AC.

Si l'on continuë à mener des diametres par les points de rencontre des touchantes XT *b* I, & par les extremités de ces diametres des touchantes, on aura huit lignes comme ZO, FL qu'on démontrera être égales toutes ensemble aux trois quarts des quatre précédentes; & ainsi en continuant on doublera toûjours le nombre des lignes & leur somme ira toûjours en diminuant d'un quart de la précédente somme: c'est pourquoi cette somme deviendra enfin plus petite qu'aucune grandeur proposée; ce qu'il falloit démontrer.

LEMME XIII.

CE que j'ay démontré dans le Lemme XI. *touchant le rapport de DQ à DM ou à DO vers les parties de la base de l'Epicycloïde, sera de même pour les parties au dessus du point D.*



Cette proposition est évidente, puisqu'on peut construire des triangles semblables avec des lignes paralleles des deux côtés du point D, ce qui paroît clairement par la figure.

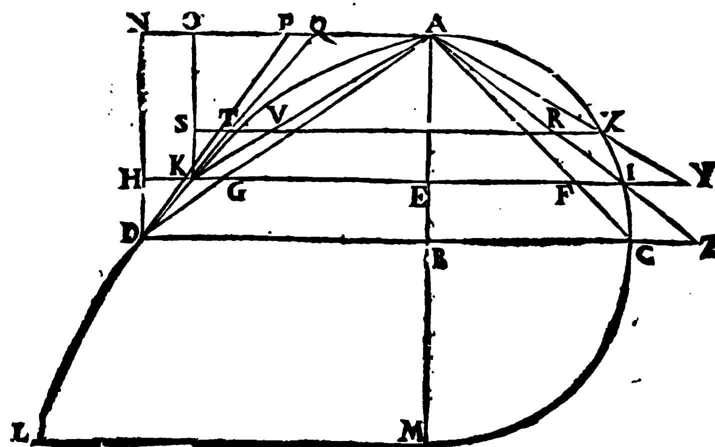
LEMME XIV.

SOIT *le demi cercle AMCI dont la circonference soit divisée en parties indefiniment petites comme CI, IX; des points de division CIX aïant mené les perpendiculaires CB, IE, XR au diametre AM, & les cordes AC, AI, AX qui rencontrent les perpendiculaires des plus proches divisions de dessus aux points FR.*

Je dis, dans quelque segment du cercle que ce soit, que toutes les portions ensemble des cordes, comme CF, IR, comprises entre la circonference du cercle & la perpendiculaire superieure, sont égales au double de la corde AC; & par la même raison toutes ses portions prises ensemble dans le demi-cercle, sont égales au double du diametre, qui est aussi la corde du demi-cercle.

Soit la parabole ADL dont l'axe AM soit commun avec le diametre du demi-cercle, & que le parametre de cet

axe soit aussi égal à AM. Aïant prolongé les perpendiculaires à l'axe, comme CB, IE, XR, jusqu'à la parabole aux points DKT, les portions DK, KT, de la parabole, seront indéfiniment petites, puisque celles du cercle qui leur répondent sont supposées indéfiniment petites. C'est pourquoi, par le Lemme XII. les rencontres des touchantes de la parabole, comme DP, KQ, &c. avec les perpendiculaires supérieures IK, XT, ne different pas sensiblement des points de la parabole KT, & les portions des touchantes, comme DK, KT, seront considerées comme des arcs de la parabole.



Par les points DK, &c. de la parabole, aïant mené les lignes DN, KO, paralleles aux diametre AM, lesquelles rencontrent en H & en S les perpendiculaires IK, XT; & aïant aussi mené dans la parabole les cordes AD, AK, qui rencontrent les mêmes perpendiculaires IK, XT, en G & en V; premierement on aura les cordes AC, AI, AX, égales aux ordonnées de la parabole BD, EK, &c. ce qui est connu par les proprietés de la parabole.

Ensuite, comme AC est à AF, ainsi AB est à AE; & comme AB est à AE, ainsi BD est à EG; donc AC est à AF, comme BD à EG: c'est pourquoi EG sera égale à AF, & la difference des lignes BD EG, qui est GH, sera égale à CF, qui est la difference des lignes AC, AF.

On démontrera de même, que SV sera égale à RI; & ainsi de suite dans toutes les parties de l'arc AXC du cercle & de l'arc ATD de la parabole.

Maintenant à cause de la parabole, puisque la tangente DP coupe AN en deux également en P, la ligne HG sera aussi coupée en deux également en K par la même DP; & de même VS sera coupée en deux également en T. Mais aussi il est évident que dans le segment ATD de la parabole, toutes les lignes KH, TS, &c. sont ensemble égales à AN ou à BD; car KH est égal à NO, & ainsi des autres: donc la somme de toutes les GH, VS, &c. qui sont égales aux CF, IR, &c. seront ensemble égales au double de AN, ou de DB, ou de AC, qui leur est égale, ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Ce que je viens de démontrer des portions des cordes CF, IR, &c. qui sont au dedans du cercle, sera aussi de même pour les portions de ces mêmes cordes prolongées au-delà du cercle, comme IZ, XY, &c.

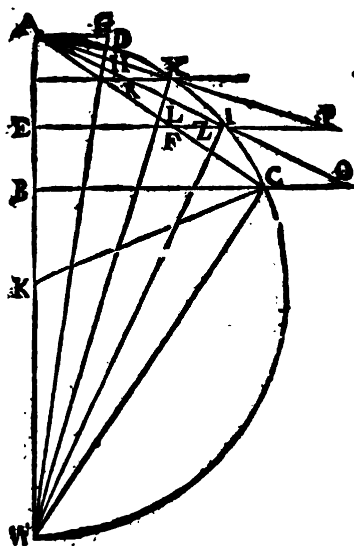
Car puisque je suppose les arcs comme CI, indéfiniment petits, les lignes CF & IZ peuvent être considerées comme paralleles. Mais FI & CZ sont aussi paralleles; donc CF & IZ sont égales.

Il s'ensuit donc de-là, que dans quelque arc que ce soit, comme AC, les portions des cordes comme IZ, XY

ensemble sont égales au double de la corde AC; de même que dans le demi-cercle, elles seront égales au double du diametre AM, ce que j'ay démontré d'une autre façon, & particulierement dans le Lemme 11.

On peut encore démontrer ce même Lemme d'une autre maniere sans se servir de la parabole.

Soit dans le demi-cercle ACB l'arc AC, tel qu'on voudra, divisé en parties indéfiniment petites, comme AD, DX, XZ, &c. si de l'extrémité M du diametre on mene les cordes MD, MX, MZ, &c. aux points de division de l'arc, on aura la somme des rectangles faits sous chaque corde & sous chaque arc, égale au rectangle du diametre MA & de la corde AC.



Car si la corde MD est prolongée jusqu'en G à la touchante AG, menée par l'extrémité A du diametre, & qu'on mene aussi les cordes AD, AX, AZ, &c. qui rencontrent les autres cordes, comme MD en H, MX en L, &c. le triangle rectangle MAG sera semblable au triangle rectangle MDA, & le triangle rectangle MAG sera semblable au triangle MXH; car ils ont les angles égaux au point M; & par la même raison, le même triangle rectangle MAG sera semblable au triangle rectangle MZL, & ainsi des autres. C'est pourquoi MA est à AG, comme MD, à AD; donc le rectangle MA, AD, est égal au rectangle MD, AG. De même MA est à AG comme MX est à XH; donc le rectangle MA, XH sera égal au rectangle

AG, MX. De même MA est à AG, comme MZ à ZL, & le rectangle MA, ZL, est égal au rectangle MZ, AG, & ainsi des autres.

Mais comme la touchante AG peut être considerée comme l'arc même AD, comme il suit du Lemme VIII. il est évident que tous les rectangles ensemble sous l'arc AD ou sous tous ses égaux DX, XZ, &c, & sous toutes les cordes MD, MX, MZ, &c. seront ensemble égaux aux rectangles sous le diametre MA, & sous les portions AD, XH, ZL, &c. des cordes menées du point A aux points de division. Mais toutes ces portions de cordes AD, XH, ZL, &c. sont ensemble égales à la corde AC: car AX doit être considerée comme égale à AD & à XH ensemble, puisque AD & AH, n'ont pas de difference sensible, l'angle ADH étant droit, & l'angle DAH indéfiniment petit; de même AX & ZL ensemble, sont sensiblement égales à la toute AZ; car AX & AL sont sensiblement égales entr'elles, l'angle AXL étant droit, & l'angle XAL indéfiniment petit; & ainsi de toutes les autres: donc la derniere AC sera égale à la somme de toutes les parties AD, XH, ZL, &c.

Puisque nous sçavons maintenant que le rectangle, sous le diametre MA & sous la corde AC, est égal à la somme de tous les rectangles, sous les cordes MD, MX, MZ, &c. & sous chaque partie de l'arc; si des points de division CZX, &c. on mene des perpendiculaires CB, ZE, &c. au diametre AM, lesquelles rencontrent les cordes des divisions superieures aux points F, R, &c. & si l'on mene aussi des points de division CZX, &c. des touchantes au cercle comme CI, qui se terminent aux perpendiculaires supérieures, comme CI à la perpendiculaire supérieure ZE, au point I. Ce point I pouvant être pris pour le point Z de la division du cercle par le Lemme VII. & du centre K du cercle aïant mené KC, je dis que le triangle CIF est semblable au triangle MKC.

Car à cause de la touchante CI, l'angle KCI eſt droit, & à cauſe du demi-cercle, l'angle MCA eſt auſſi droit ; ſi l'on ôte donc de chaque droit l'angle commun KCA, il reſtera l'angle ACI ou FCI égal à l'angle KCM. Mais auſſi à cauſe de la perpendiculaire CB, ſur le diametre AM, l'angle ACB ou ſon égal CFI eſt égal à l'angle AMC : c'eſt pourquoi l'angle CFI eſt égal à l'angle FCI, puiſque l'angle AMC eſt égal à l'angle KCM ; & par conſequent le triangle CIF eſt iſoſcelle & ſemblable au triangle iſoſcelle MKC.

Mais à cauſe des triangles ſemblables CIF, MKC, comme KC eſt à CM, ainſi IC à CF ; donc le rectangle KC, CF, eſt égal au rectangle CM, IC. On démontrera de même que le rectangle KC, ZR, eſt égal au rectangle MZ, ZX, & ainſi de tout le reſte.

Mais puiſque j'ay démontré cy-devant, que tous les rectangles CM, IC ; ZM, ZX, &c. ſont égaux enſemble au rectangle MA, AC : il s'enſuit que tous les rectangles enſemble KC, CF ; KC, ZR, &c. qui ſeront égaux au ſeul rectangle ſous KC, & ſous toutes les parties enſemble CF, ZR, &c. comme une ſeule ligne, ſont égaux au rectangle MA, AC. Enfin puiſque MA eſt double de KC, auſſi toutes les parties enſemble CF, ZR, &c. ſeront doubles de AC, ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il s'enſuit auſſi que toutes les portions des cordes comme ZO XP, prolongées hors le cercle & terminées aux perpendiculaires CB, IE, prolongées auſſi en O & en P, ſont égales priſes enſemble au double de la corde AC. Car ſi l'on conçoit qu'il y ait une touchante au point Z, les rencontres de cette touchante avec les perpendiculaires RX, BC au diametre AM, ne ſeront pas ſenſiblement differentes des points de diviſion XC de l'arc AC, à cauſe
des

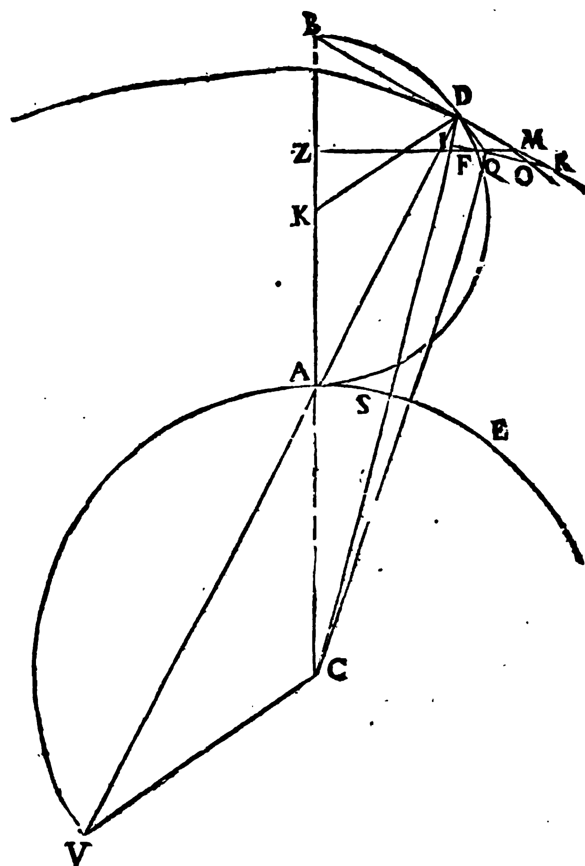
des parties de cet arc qui sont indéfiniment petites, par les Lemmes précédens; & par conséquent les arcs ZC, ZX, étant égaux & étant supposés comme des lignes droites, à cause des paralleles RX, CO, les deux triangles ZXR, ZCO, seront égaux & semblables; & par conséquent ZR sera égale à ZO, & ainsi de toutes les autres; donc toutes les parties extérieures des cordes qui tendent au point A, seront égales aux parties intérieures, à l'exception seulement de la premiere extérieure qui est infinie, & à la place de laquelle il faut substituer la derniere intérieure CF; mais dans les divisions indéfiniment petites, une seule retranchée ne fait aucune difference sensible.

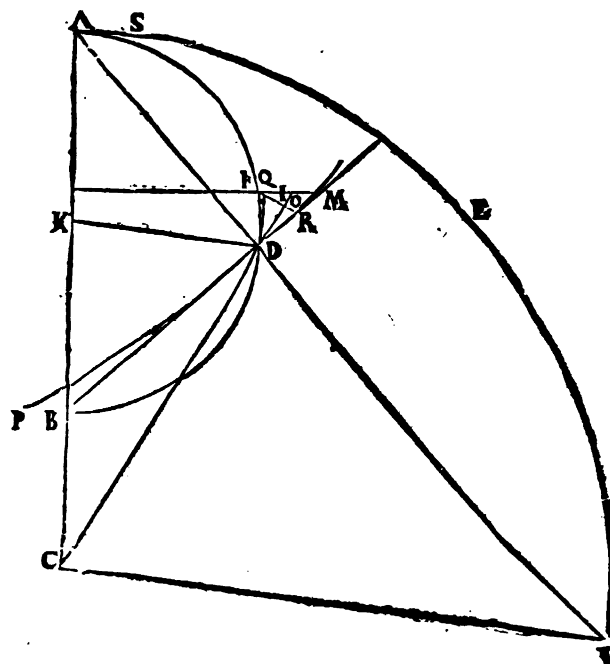
PROPOSITION VI.

DANS *une Epicycloïde PD, dont le sommet est P & quelque arc PD depuis son sommet, le cercle générateur BDA étant posé ensorte que le point décrivant soit en D, & que le diametre AKB dans cette position, tende au centre C de la base.*

Je dis que si l'on fait comme CA, raïon de la base, est à CK composé du raïon de la base & du raïon du cercle générateur, ainsi le double de la corde BD de l'arc BD du cercle générateur, qui répond à l'arc PD de l'Epicycloïde, est à une quatriéme proportionnelle, cette ligne sera égale à l'arc PD de l'Epicycloïde.

J'ay démontré dans les Propositions précédentes III. IV. & V. que pour toutes les Epicycloïdes & pour la Cycloïde, toutes les DM ont même raison à toutes les DR, comme une seule DM à une seule DR, ce qui est comme CA à CK: mais par le Lemme XIV. toutes les DM dans l'arc de cercle BD, sont ensemble égales au double de la corde BD. Mais aussi par le Lemme X. toutes les touchantes, comme DR, qui répondent aux DM, sont égales à


B
D
Z
I
M
R
F
Q
O
K
A
S
E
C
V


A
S
F
Q
I
O
M
R
K
D
E
P
B
C
V

la portion de l'Epicycloïde, depuis son sommet P jusqu'au point D: c'est pourquoi si l'on cherche la quatriéme ligne proportionnelle aprés les trois CA, CK, & la double de la corde BD, cette quatriéme sera la ligne égale à la portion de l'Epicycloïde.

Dans la Cycloïde, puisque les points RM sont joints ensemble, la portion de la Cycloïde, depuis son sommet P jusqu'au point D, sera égale à toutes les DM ensemble, c'est-à-dire, au double de la corde BD.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit aussi de cette démonstration, la même chose qui a été démontrée dans les Propositions III. IV. & V. pour la grandeur de l'Epicycloïde ou de la Cycloïde toute entiere; sçavoir, que toute la demi-Epicycloïde est égale à la ligne droite, qui est quatriéme proportionnelle aprés CA, CK, & le double de AB, qui est la corde du demicercle ou son diametre. Et pour ce qui est de la demi-Cycloïde, elle est égale au double de BA; car le point C qui est le centre de la base, est à distance infinie, & alors CA & CK sont considerées comme égales entr'elles.

DE L'EVOLUTION DES EPICYCLOÏDES, ET DE LA CYCLOÏDE.

LEMME.

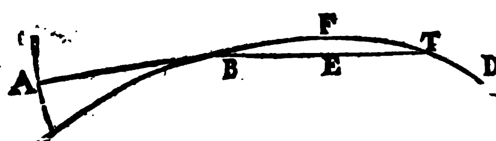
SOIT *une ligne DTFB toûjours courbe du même côté, autour de laquelle soit appliqué une ligne flexible; si l'on dévelope en partie cette ligne appliquée, ensorte que sa*

partie AB entre son extrémité A & la courbe en B soit tenduë, & qu'elle soit par consequent une ligne droite :

Je dis que la ligne droite AB touche la courbe au point B, d'où elle commence à s'étendre.

La ligne décrite par l'extrémité A de la ligne flexible qui est toûjours tenduë en se développant, est dite décrite par l'évolution de la courbe DTFB.

Si la ligne droite AB ne touche pas la courbe en B, où elle la rencontre, étant prolongée en E au de-là du point B elle entrera dans la partie qui est concave ou bien au dedans de la courbe. Soit donc pris sur cette courbe quelque point F au dessus de la ligne droite ABE ; la ligne droite AF fera un angle avec ABE & il se formera un triangle mixte des deux lignes droites AB, AF & de la portion de la courbe BF : mais de quelque nature que soit cette courbe, la ligne droite AB & la courbe BF ensemble seront plus grandes que la ligne droite AF ; il n'est donc pas vrai que la ligne flexible soit étenduë depuis le point A jusqu'en B, & qu'ensuite elle soit couchée sur BF, ce qui est contre l'hypothése ; la ligne droite AB touchera donc la courbe au point B.

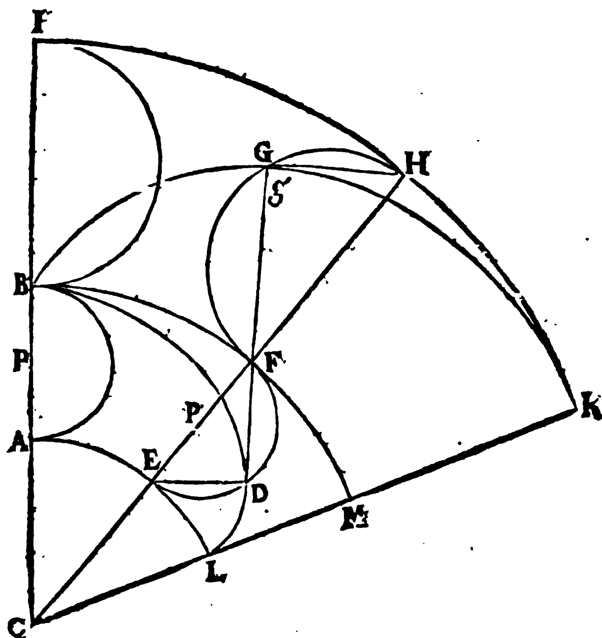


PROPOSITION I.

LA *ligne décrite par l'évolution d'une Epicycloïde est une Epicycloïde.*

Soit l'Epicycloïde BDL qui a pour cercle générateur FDE dont le centre est P, & qui a sa base circulaire AEL dont le centre est le point C ; le sommet de l'Epicycloïde soit le point B.

Si du centre C & du demi-diametre CB on décrit le cercle BFM qui soit la base d'une Epicycloïde BGK dont le cercle générateur soit FGH, qui a pour diametre FH ou BI, qu'on déterminera en faisant comme CA est à CP, ainsi 2 EF ou 2 AB à une quatriéme proportionnelle EH ou AI; & aïant ôté de AI le diametre AB du cercle générateur, il restera BI ou FH qui sera le diametre qu'on cherche.



Je dis que l'Epicycloïde BGK est décrite par l'Evolution de l'Epicycloïde BDL.

Par la construction & par les propositions précédentes de la dimension des lignes Epicycloïdes, il est évident que la courbe de la demi Epicycloïde BDL est égale à la ligne droite AI ou LK.

Soit maintenant une ligne flexible accommodée autour

de la demi-Epicycloïde BDL, dont une portion depuis le point D jusqu'au sommet B soit étenduë dans la ligne droite DG; cette ligne droite DG par le Lemme précédent touchera l'Epicycloïde au point D. C'est pourquoi si l'on pose le cercle générateur de l'Epicycloïde dans la position FDE, où le point décrivant étoit en D, il est constant par la proprieté des touchantes des Epicyloïdes, que la ligne droite DG touchante passera par l'extrémité F du diametre EF dans la position FDE du cercle générateur.

Aïant prolongé CEF jusqu'en H au cercle IHK concentrique au cercle de la base qui a été décrit sur le demi-diametre CI, sur FH pour diametre, soit décrit le demi-cercle F*g*H. Je démontre que l'extrémité G de la ligne flexible étenduë depuis le point D, sera sur le cercle F*g*H.

Si le point G n'est pas sur le cercle F*g*H, que la ligne droite DFG rencontre s'il est possible le cercle F*g*H en quelque point *g*; soit donc mené H*g*. A cause du demi-cercle F*g*H, l'angle F*g*H est droit, & les triangles rectangles EDF, F*g*H seront semblables à cause de l'angle égal au point F. C'est pourquoi EF sera à FH, comme FD à F*g*; & en composant EF sera à EF plus FH, ce qui est EH, comme DF à DF plus F*g*, ce qui est D*g*; & en doublant les antecedens 2 EF ou 2 AB seront à EH ou AI, comme 2 FD à D*g*.

Par la proposition 6. de la dimension des Epicycloïdes & par la construction comme 2 AB sont à AI, ainsi CA est à CP: mais comme CA est à CP, ainsi le double de la corde DF est à la grandeur de la portion DB de l'Epicycloide, laquelle portion par l'Evolution est égale à la ligne droite DG: c'est pourquoi en raison égale 2AB sont à AI, comme 2DF à DG. Mais je viens de démontrer que 2 AB sont à AI, comme 2FD sont à D*g*; donc 2DF sont à DG, comme 2FD sont à D*g*, & par consequent DG

ſera égale à Dg : donc le point g de rencontre de la ligne droite DFG & du cercle FgH ſera l'extrémité G de cette ligne.

Il reſte maintenant à démontrer que le point G eſt ſur l'Epicycloïde BK, dont FGH eſt le cercle générateur. Par la conſtruction CA eſt à CP, comme 2AB ſont à AI; en diviſant CA eſt à CP moins CA, ce qui eſt AP, comme 2AB à AI moins 2AB; mais en doublant les conſequens CA eſt à 2AP, ce qui eſt égal à AB, comme 2AB à 2AI moins 4 AB; & en compoſant CA eſt à CA plus AB, ce qui eſt CB, comme 2AB à 2AI moins 4 AB plus 2AB, ce qui eſt 2AI moins 2AB, ou ſeulement 2BI, comme il paroît dans la figure. Mais en prenant la moitié des termes de la derniere raiſon, CA eſt à CB, comme AB à BI: mais auſſi comme CA eſt à CB, ainſi la longueur de l'arc AE à la longueur de l'arc BF.

Maintenant par la génération de l'Epicycloïde BDL, l'arc de la baſe AE eſt égal en longueur à l'arc du cercle générateur FD : mais à cauſe que les deux cercles FDE, FGH ſe touchent en F, la ligne DFG coupe les deux arcs ſemblables FD, FG, dont les longueurs conſervent entre-elles la même raiſon que celle des cordes FD, FG ou celle des diametres FE, FH: donc l'arc FD eſt à l'arc FG, comme FE à FH, ou bien comme AB à BI, qui eſt auſſi comme CA à CB, ou comme l'arc AE à l'arc BF : mais l'arc AE eſt égal à l'arc FD; donc l'arc BF eſt égal à l'arc FG du cercle FGH, & par conſequent le point G eſt celui qui décrit l'Epicycloïde BGK, ce qu'il falloit démontrer.

Pour les Epicycloïdes interieures on démontrera la même choſe en changeant ſeulement la forme du raiſonnement. Et pour la Cycloide il eſt facile de voir par cette même démonſtration que la ligne qui eſt décrite par ſon évolution, eſt une cycloïde égale à celle dont elle eſt évoluë.

COROLLAIRE.

Il s'enſuit auſſi par l'hypothéſe que les trois lignes CA, CB, CI ſont en proportion continuë. Car CA étant à CP comme deux AB à AI, en diviſant & doublant les conſequens CA ſera à 2CP moins 2 CA, comme 2AB à 2AI moins 4 AB : mais 2 CP moins 2 CA ſont égaux à 2 AP ou bien à AB ; & comme 2 AB à 2 AI moins 4 AB, ainſi AB à AI moins 2 AB : c'eſt pourquoi CA eſt à AB, comme AB, à AI moins 2 AB. Mais en compoſant, CA eſt à CA plus AB, ce qui eſt égal à CB, comme AB à AB plus AI moins 2 AB, ce qui eſt égal à BI ; & en raiſon alterne CA eſt à AB, comme CB à BI ; enfin en compoſant, CA eſt à CA plus AB, ce qui eſt égal à CB, comme CB à CB plus BI, ce qui eſt égal à CI.

COROLLAIRE II.

Il eſt encore évident que la ligne qui eſt décrite par l'évolution du cercle, eſt la derniere de toutes les Epicycloïdes exterieures, c'eſt-à-dire celle dont le centre du cercle générateur eſt à diſtance infinie, ou bien celle qui eſt décrite par l'extrémité d'une ligne droite qui roule autour d'un cercle en le touchant, ce qui revient à l'évolution du cercle.

Il eſt facile à démontrer que la ſuperficie de la figure de cette eſpece d'Epicycloïde lorſque la ligne décrivante a parcouru le cercle entier de la baſe, ou bien ce qui revient à la même choſe, la figure décrite par l'évolution du cercle entier ſans y comprendre le cercle dont on fait l'évolution, eſt égale au tiers du cercle qui a pour raïon la circonference du cercle dont on fait l'évolution. Ce que je dis du cercle entier ſe doit entendre de même de quelque partie que ce ſoit de cette figure. Car la figure décrite par l'évolution de quelque arc de cercle ſans y rien com-

prendre

prendre de ce cercle, eſt égal au tiers du ſecteur de cercle qui a pour raïon la circonference de cet arc & dont l'arc eſt ſemblable à celui dont ſe fait l'évolution. Ce ſera auſſi la même choſe pour l'évolution d'un arc plus grand que le cercle entier.

Pour ce qui eſt de la ligne courbe de cette Epicycloïde ou bien de celle qui eſt décrite par l'évolution d'un cercle entier ou de quelque arc que ce ſoit elle ſera toûjours égale à la moitié de la circonference du cercle ou de l'arc dont on prend le tiers de la ſuperficie, pour la ſuperficie de la figure décrite par l'évolution.

DE L'USAGE DES EPICYCLOÏDES DANS LES MECANIQUES.

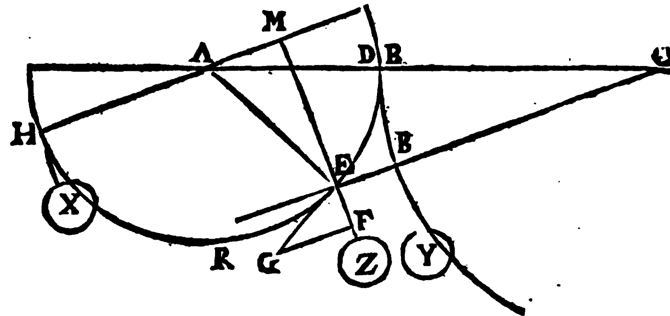
PROPOSITION I.

SOIT *la ligne droite AD de longueur déterminée, & mobile ſur un plan autour de ſon extrémité A; & ſur le même plan une autre ligne droite CB indeterminée vers B; & mobile ſur ce plan autour de ſon extrémité C: ſi l'extrémité D de la ligne AD eſt emportée en E & en R par la ligne CB qui ſe meut ſur le point C;*

Je dis que ſi les lignes AD, CB étant placées ſur la ligne CA qui joint les centres de mouvement, & les points D & B étant poſés l'un ſur l'autre, il y a deux puiſſances égales entr'elles qui agiſſent de tout leur effort ſur leurs lignes aux points D, & B, c'eſt-à-dire avec une direction à angles droits, ces puiſſances ſeront en équilibre; mais ſi les lignes changent de poſition, comme AD en AE, & CB en CBE, les

puissances égales à X, étant appliquées toûjours de la même maniere à leurs lignes & aux mêmes endroits, ne seront plus en équilibre, mais pour faire l'équilibre il en faudra une autre Y plus grande que X appliquée en B sur CE, & cette puissance Y doit être d'autant plus grande que la ligne CBE sera plus éloignée de CA.

Du centre C & demi-diametre CD ou CB, aïant décrit le cercle BB, il est évident que CE est plus grande que CB. Mais du point E aïant mené EG perpendiculaire à AE, & EFM perpendiculaire à CE, & par le point A aïant aussi mené HAM parallele à CE, si de quelque point F de la ligne EF on tire la ligne FG parallele à CE, les deux triangles FEG, MEA seront semblables; car ils sont rectangles, & leurs angles au point E sont égaux ensemble à un droit, à cause de l'angle droit AEG.



Si l'on suppose maintenant la partie EF indéfiniment petite, il est évident que la ligne CE ne peut se mouvoir de E en F autour du point C sans faire mouvoir AE jusqu'en G autour du point A. Mais il s'ensuit des loix de la Mécanique, que pour faire équilibre entre la puissance X appliquée à l'extrémité du levier AE, laquelle se meut selon la ligne EG, & entre la puissance Z appliquée à l'extrémité E du levier CE, laquelle se meut selon la

ligne EF, il faut que X soit à Z, comme EF à EG, c'est-à-dire comme AM à AE. Enfin si l'on suppose une puissance Y appliquée en B sur le levier CE au point B, il est évident que pour faire équilibre entre Z & Y, il faut que Z soit à Y, comme CB à CE, Il s'ensuit donc que pour faire équilibre entre X appliquée en E à l'extrémité du levier AE, & Y appliquée en B sur le levier CE, il faut que X soit à Y dans la raison composée de AM à AE, & de CB à CE, qui est la même que celle du rectangle AM, CB au rectangle AE, CE. Mais dans le triangle rectangle AME, le côté AM étant toûjours plus petit que l'Hypotenuse AE, & par la construction CB étant aussi toûjours plus petite que CE, il s'ensuit que la puissance Y sera toûjours plus grande que la puissance X, & que plus les lignes CE, AE seront éloignées de la ligne AC qui joint les centres de mouvement, plus la puissance Y doit être grande pour faire équilibre avec la puissance X.

On peut aussi démontrer la même chose d'une autre maniere en se servant du principe commun de la balance ou du levier. Car si sur MA prolongée on prend AH égale à AE, & qu'on considere CE & MAH comme deux leviers horizontaux dont les points d'appui soient en C & en A, & qu'à l'extrémité E du levier CE il y ait un poids appellé Z, ce poids fera le même effort sur le point E du levier coudé HAE que sur le point M du levier droit ou balance HAM. Or il est évident qu'il faut au point H un poids X qui soit au poids Z comme AM à AH ou AE son égale. Mais maintenant si au lieu du poids Z appliqué en E à l'extrémité de CE, on substituë un poids Y appliqué au point B de ce même levier CE pour y faire le même effort que Z en E, il faudra que Y soit à Z, comme CE à CB : donc le poids X sera au poids Y pour faire équilibre dans la raison composée de AM à AE, & de CB à CE

comme cy-devant, d'où il suit ce qui étoit proposé.

Corollaire.

Il s'ensuit de cette démonstration qu'une puissance appliquée en B à l'extrémité du levier CB, n'agira pas également contre une autre puissance appliquée en D à l'extrémité de la ligne AD, en la rencontrant à son extrémité D, quand ces lignes seront differemment posées, les puissances étant toûjours appliquées aux mêmes points de leurs lignes CB, AD, & y agissant perpendiculairement; mais qu'il en faudra une d'autant plus grande que la ligne CB sera plus éloignée de CA.

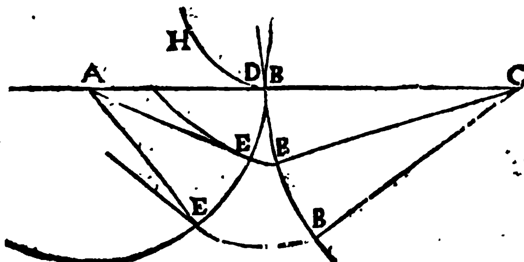
On doit aussi entendre le contraire, la puissance qui agit étant appliquée à l'extrémité D de la ligne AD: car cette puissance doit être moindre quand la ligne AD est plus éloignée de AC, que quand elle en est plus proche.

Proposition II.

Les *mêmes choses étant posées comme dans la précédente, je dis que si sur la circonference du cercle BB comme base, on décrit l'Epicycloïde BH dont le cercle générateur DER ait pour raïon la ligne AD, la ligne courbe de cette Epicycloïde étant jointe au raïon CD de la base, & ne faisant avec elle qu'une même ligne mixte, comme dans la position où elle a été décrite, en quelqu'endroit que soit placé CB hors de CA; & l'extrémité D de la ligne AD étant posée sur l'Epicycloïde en E, la puissance X qui est appliquée en E à l'extrémité de AE, comme elle étoit dans la Proposition precedente, sera en équilibre avec la même puissance X, qui est appliquée en B à l'extremité B de la ligne CB, & qui agit sur le point E par le moïen de la courbe de l'Epicycloïde BE.*

Il est facile à voir dans cette figure par la formation de

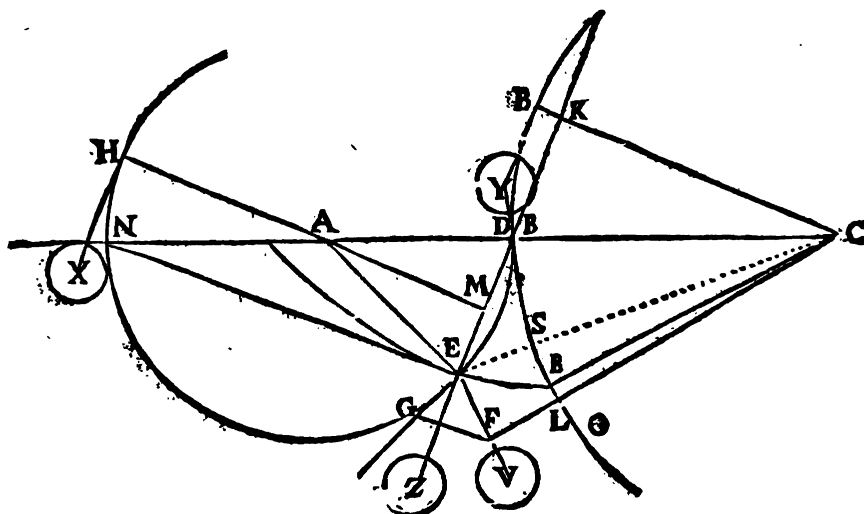
l'Epicycloïde que dans quelque position que soit la ligne CB, qui est jointe à l'Epicycloïde, les arcs BB seront toûjours égaux en longueur aux arcs DE du cercle DER; c'est pourquoi en quelque endroit que soit CB, la puissance appliquée en B, ne pourra se mouvoir par un arc BB sans faire mouvoir l'autre puissance appliquée en E à l'extrémité du levier AE par un arc EE égal en longueur à l'arc BB; d'où il suit que ces puissances étant égales, elles demeureront en équilibre. Ce qu'il falloit démontrer.



On peut aussi faire cette démonstration comme dans la précédente Proposition; & l'on trouvera que la même méthode qui y a conduit à une inégalité de puissances, nous mene icy à l'égalité par les raisons composées. Car si l'on suppose qu'à l'extrémité E du levier AE, il y ait la puissance X qui agisse selon EG perpendiculaire à AE, & qu'au point E à l'éxtrémité de CE, il y ait une puissance V qui agisse selon EF perpendiculaire à CE. Il est évident par la nature de l'Epicycloïde, que la ligne NE menée par l'extrémité N du diametre DAN, au point E, touchera l'Epicycloïde en ce point; & qu'ainsi lorsque le point E de l'extrémité du levier CE, aura parcouru un espace EF indéfiniment petit, le même point E de l'extrémité du levier AE sera parvenu en G, où la ligne FG parallele à EN, rencontre EG perpendiculaire à AE; car la petite portion FG de la touchante EN, peut être considerée comme la courbe elle-même. Mais aïant mené FC qui rencontre le cercle BB en L, l'arc SL du cercle BB entre CE & CF, sera égal en longueur à EG par la nature de

l'Epicycloïde : car quand le point E de l'Epicycloïde sera parvenu en G, le commencement de l'Epicycloïde B sur la circonference du cercle BB sera parvenu en O ; ensorte que l'arc BO sera égal à SL.

La puissance X parcourra donc l'espace EG quand la puissance V parcourra EF ; & pour faire équilibre entre ces deux puissances, il faut que X soit à V, comme EF à EG, c'est-à-dire en raison reciproque des chemins parcourus. Mais enfin si on suppose la puissance Y au point S ou au point B sur la circonférence du cercle BB, & qu'elle fasse équilibre avec la puissance V, il faudra que V



soit à Y comme CB à CE : donc la puissance X sera à la puissance Y dans la raison composée de EF à EG qui est la même que EF à SL, ou que CE à CS ou CB, & de CB à CE. Mais cette raison composée est une raison d'égalité ; c'est pourquoi les puissances X & Y doivent être égales pour faire équilibre entr'elles, étant appliquées comme on l'a supposé : ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on veut aussi se servir dans cette démonstration du principe commun de la balance, & considerer les puissances comme des poids suspendus aux extrémités des bras ou des leviers, aïant mené EBK perpendiculaire à la touchante NE qui agit contre le point E du raïon AE ; & par les points A & C les lignes HAM & CKB paralleles à EN, & que AH soit égale à AD ou AE ; si l'on considere HAM & CKB comme deux bras de balance dans la situation horizontale, & que le poids X soit suspendu en H, & & le poids Z au bout de la ligne KE ; & enfin le poids Y à l'extrémité B de CB, le poids Z agissant également dans tous les points de sa ligne comme en E, M, ou en K ; il est évident que pour faire équilibre entre X & Z, il faut que X soit à Z comme AM à AH ; & pour faire équilibre entre Z & Y, il faut que Z soit à Y, comme CB à CK ; donc la raison du poids X au poids Y sera composée de celle de AM à AH, ou AE, & de celle de CB à CK, qui est celle du rectangle AM, CB au rectangle AE, CK, qui font une raison d'égalité : car les deux triangles AME, ou AMB & CKB sont semblables ; c'est pourquoi AM est à AE, comme CK à CB, & le rectangle AM, CB est égal au rectangle AE, CK : le poids X doit donc être égal au poids Y pour faire équilibre ; ce qu'il falloit démontrer.

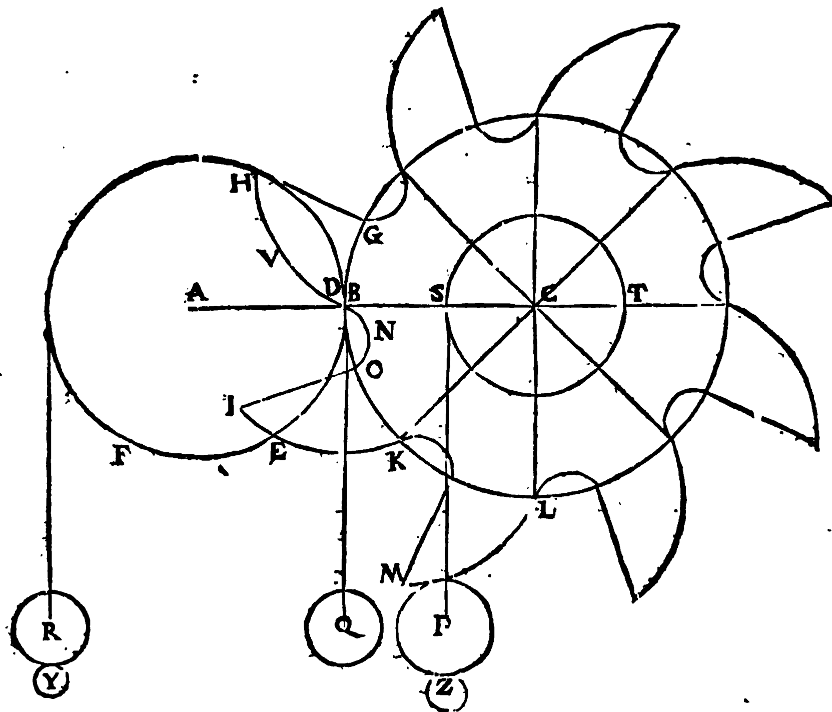
COROLLAIRE.

Ce que je viens de démontrer de l'Epicycloïde décrite sur le cercle BB pour base & pour cercle générateur DE dont le raïon est AD, se doit entendre de même si l'Epicycloïde étoit décrite sur le cercle DE pour base, & que son cercle générateur fût le cercle BB, qui a pour raïon CB ; car le mouvement sera toûjours égal d'un côté ou d'autre.

PROPOSITION III.

COMMENT *on peut faire l'application du mouvement égal aux machines.*

Soit le cercle BOL dont le centre est C, & un autre cercle DEF dont le centre est A sur le cercle BOL comme base, & pour cercle générateur DEF, soit décrit l'Epicycloïde BVH, & soit divisé la circonférence du cercle BOL



en un nombre tel qu'on voudra de parties, comme icy en huit aux points BKL, &c. & à chacun de ces points, soit appliqué une portion de l'Epicycloïde BVH, en KI, LM, laquelle soit la même que si l'Epicycloïde avoit été décrite en commençant aux points KL, &c.

On

On peut prendre une aussi grande portion de l'Epicycloïde qu'on voudra comme BVH, & faire par ce moïen moins de divisions au cercle. La figure BVHG sera celle de la dent d'une rouë qu'on terminera par une ligne droite HG qui tend au centre C du cercle, ou par quelle autre ligne on voudra, ce qui n'importe pas, puisque cette partie de la dent ne doit faire aucun effet. On peut aussi creuser un peu l'espace entre deux dents comme DNO, afin de laisser plus de liberté à la rencontre des parties de l'autre rouë DEF.

On peut donc former une rouë sur le modele de ce cercle avec ses dents, & la faire mouvoir sur le centre C.

Maintenant si l'on applique une autre rouë derriere celle-cy dont le centre soit au point A dans la ligne horizontale AC, & qu'au lieu de dents, sur la circonference DEF, on applique seulement dans cet exemple des chevilles DEF, &c. que je suppose d'abord indéfiniment petites & perpendiculaires au plan de la rouë; il est certain par la précédente Proposition que dans quelque position qu'on mette la rouë BOL dont les dents rencontrent les chevilles de l'autre rouë DEF, il y aura équilibre si les forces mouvantes appliquées aux circonferences de ces deux rouës sont égales entr'elles.

Soit donc pour cet effet un poids Q suspendu à la circonférence de la rouë BOL égal au poids R, suspendu & appliqué à la circonférence de la rouë DE; ces deux poids demeureront donc toûjours en équilibre en quelque maniere que les dents de la rouë BOL rencontrent les chevilles de la rouë DEF.

Mais si l'on applique un poids P à la circonférence d'une autre rouë ST qui ait son centre commun avec celui de la rouë BOL, & qui soit attachée avec elle, ce poids P étant au poids Q comme CB à CS, ce poids P fera encore équilibre avec le poids R dans toutes les differentes ren-

contres des deux rouës ; car le poids P faisant équilibre avec le poids Q, il fera aussi équilibre avec le poids R.

Proposition IV.

Les *choses étant disposées comme dans la précédente, je dis qu'il n'importe pas que les divisions de la rouë BKL soient égales entr'elles, c'est-à-dire que les dents soient à égales distances l'une de l'autre, ni les chevilles DEF sur la circonférence de leur rouë.*

Il n'importe pas qu'il y ait une ou plusieurs dents de la rouë BKL qui agissent tout ensemble sur les chevilles de la rouë DEF ; car il n'y aura toûjours que la même force qui sera appliquée contre celle de la rouë DEF. S'il n'y en avoit qu'une comme BVH, toute la force du poids P agiroit contre celle du poids R en rencontrant la cheville D ; s'il y en avoit deux tout ensemble, comme BVH & KI dont la premiere agit sur la cheville D, & l'autre sur la cheville E ; il est évident par la construction de ces dents que KI feroit autant d'effort sur la cheville E contre le poids R, que BVH sur la cheville D contre le même poids R ; & par consequent l'effort du poids P se distribueroit également à ces deux dents dont chacune contrebalanceroit la moitié du poids R. Ce seroit la même chose s'il y en avoit trois ou plus qui agissent tout ensemble.

Ainsi il n'importe point qu'il y ait une ou plusieurs dents qui travaillent tout ensemble, & il est indifferent quelle partie de la dent rencontre la cheville contre laquelle elle agit, puisqu'elle y fera toûjours un même effort ; & c'est ce qu'il falloit démontrer.

Proposition V.

La *machine étant disposée comme cy-devant pour faire équilibre entre deux poids P & R ; je dis que si l'on aug-*

mente la force mouvante de la rouë BKL, ou bien ce qui est la même chose, si l'on ajoûte quelque poids Z au poids P, cette force ou ce nouveau poids agira également dans toutes les differentes rencontres de la rouë dentée EKL avec DEF, sur la force ou sur la puissance, ou enfin sur le poids R appliqué à la rouë DEF.

puisque pour faire équilibre entre le poids P augmenté du poids Z & le poids R, il ne faut qu'augmenter le poids R d'un poids Y qui soit au poids Z qui fait l'augmentation du poids P comme CS à CB, & alors les deux poids R & Y ensemble faisant par tout équilibre avec les deux poids P & Z ensemble ; il est évident qu'en quelque position que ce soit des deux rouës, le poids Z fera toûjours équilibre contre le poids Y ; & par consequent les deux poids P & Z ensemble prévaudront toûjours d'une même force contre le seul poids R, laquelle est mesurée par le poids Y, puisqu'il ne manque que ce poids pour faire équilibre ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VI.

ON *peut placer la superficie des deux rouës dans un même plan, & au lieu des chevilles qui étoient attachées sur la rouë DEF, on peut faire des dents à l'extrémité de cette rouë, & leur donner quelle figure on voudra : mais alors les dents de l'autre rouë dont la figure étoit en Epicycloïde, doivent avoir une figure composée de celle de l'Epicycloïde & de celle de la dent proposée. Cette figure composée se formera comme je l'expliquerai dans les exemples suivans.*

I. EXEMPLE.

La plus simple de toutes les figures est la circulaire ; c'est pourquoi je propose d'abord la figure des dents de la rouë BEF en cercle. Soit la rouë BEF qui a son centre en A,

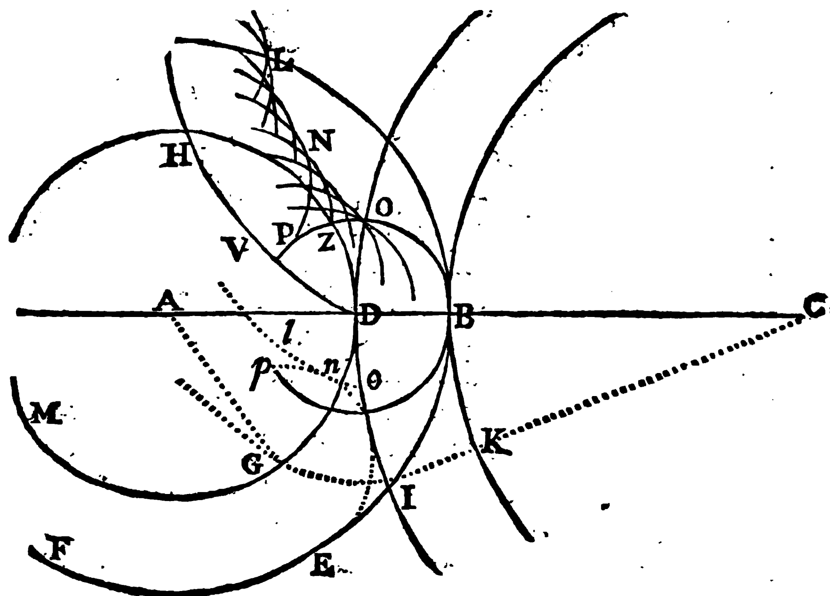
laquelle ait des dents de figure circulaire comme BOP, & dont les centres soient sur le cercle DGM, qui ait son centre commun avec celui de la rouë A. Soit le centre C de l'autre rouë. Aïant mené la ligne droite CA qui joint les centres des deux rouës, & qui rencontre en B le cercle BEF, du centre C & pour raïon CD soit décrit le cercle DI, sur lequel comme base soit formé l'Epicycloïde DVH, qui a DGM pour son cercle générateur. Maintenant si de tous les points DVH de l'Epicycloïde comme centres, on décrit des cercles ONL égaux au cercle qui forme les dents de la rouë BEF, la ligne courbe ONL qui touchera tous ces cercles, & qui sera parallele à l'Epicycloïde, formera la figure de la dent de la rouë BK, c'est-à-dire la partie de la dent qui agit contre la partie de la dent circulaire qu'elle rencontre dans son mouvement; car pour les autres parties des dents qui ne se rencontrent pas, j'ay déja dit qu'on pouvoit leur donner quelle figure on vouloit; mais on doit toûjours choisir celle qui les rend plus fermes, & plus propres à resister à l'effort du mouvement.

Je dis maintenant que s'il y a des puissances égales appliquées à ces rouës dans les distances de leurs centres CD, AD en quelqu'endroit que les dents se rencontrent, il y aura par tout équilibre; il faut seulement observer que les rencontres de ces dents doivent être toûjours au dessous de la ligne AC.

Par la III. Proposition en quelqu'endroit que l'Epicycloïde DVH soit appliquée au point D de la rouë DGM, en le faisant mouvoir autour du centre A, il y aura équilibre entre les puissances égales. Car si l'une des puissances faisoit mouvoir l'autre, elle lui feroit parcourir une espace égal à celui qu'elle parcourroit elle-même. Or par la construction de la dent ONL on voit que la ligne courbe ONL rencontrant le cercle BZP fait autant avancer le

point D que si l'Epicycloïde DVH le rencontroit: car la distance entre l'Epicycloïde DVH & la courbe ONL est par tout celle du demi-diametre de la dent circulaire BZP.

Par exemple que le centre de la dent D soit venu en G, & que l'Epicycloïde DVH soit placé en IG, son point G étant joint au centre de la dent circulaire; il est évident que l'arc DI du cercle de la base sera égal en longueur à



l'arc DG du cercle générateur DGM. Mais alors la courbe ONL sera placée en *o n l*, & la dent circulaire E*n p* qui a son centre en G touchera nécessairement au point *n* la courbe *o n l*; car la plus courte distance du point G de l'Epicycloïde à la courbe *o n l* sera dans le point touchant *n* du cercle E*n p* & de cette courbe. Ainsi lorsque le point D de l'Epicycloïde sera parvenu en I, le point O de la

courbe sera parvenu en *o*, l'arc O *o* étant égal à l'arc DI, & la courbe *onl* qui renconrre la dent circulaire en *n*, aura fait avancer son centre en G sur l'Epicycloïde ID, & par consequent l'arc DG sera égal en longueur à l'arc O *o* ou DI.

J'ay dit que les dents ne devoient commencer à se ren-rencontrer qu'au dessous de la ligne AC, c'est-à-dire que la courbure ONL n'est propre pour agir sur la dent circulaire que depuis que le point O de la courbe ONL sera venu en D; & par consequent cette courbe ONL ne commencera à agir contre la courbe de la dent circulaire qu'au point Z où elle est coupée par le cercle DGM, & elle continuera toûjours à la rencontrer dans sa partie ZP, en descendant au dessous de la ligne AC. On pourroit donc retrancher toute la partie ZB de la dent circulaire puisqu'elle est inutile dans ce mouvement, & la terminer par le cercle ZD. On pourroit aussi terminer la dent de l'autre roüe par la courbe LNO & par le cercle OD qui feroit le fond de la dent. Mais dans cette construction on doit distribuer les dents de telle maniere dans chaque roüe, qu'elles ne commencent à se rencontrer que dans la ligne AC, & qu'elles ne s'embarassent pas au dessus, ce qui sera toûjours facile à faire.

On doit remarquer que la courbe LNO parallele à l'Epicycloïde commence toûjours hors le cercle ODI, & ensuite qu'elle entre au dedans, & enfin qu'elle en sort si le diametre de son cercle générateur est plus grand que DB, ce qui est facile à démontrer par la génération de l'Epicycloïde; mais je ne considere icy que la partie ONL de cette courbe qui est au dehors du cercle ODI lorsqu'elle en sort.

On doit toûjours éviter dans les dents des roües de faire qu'elles travaillent au dessus de la ligne AC qui joint leurs centres, à cause que le frottement y est fort grand, &

qu'au contraire il n'eſt pas preſque conſiderable au deſſous, ſuppoſant que le mouvement des rouës ſoit de deſſus en deſſous de la ligne AC. Cependant ſi l'on veut que les dents de ces rouës travaillent en ſe rencontrant au deſſus de AC, il faudra les former comme je l'enſeigneray dans la ſuite après avoir expliqué la méthode générale pour former la dent d'une rouë en differentes manieres, celle de l'autre étant toûjours donnée la même.

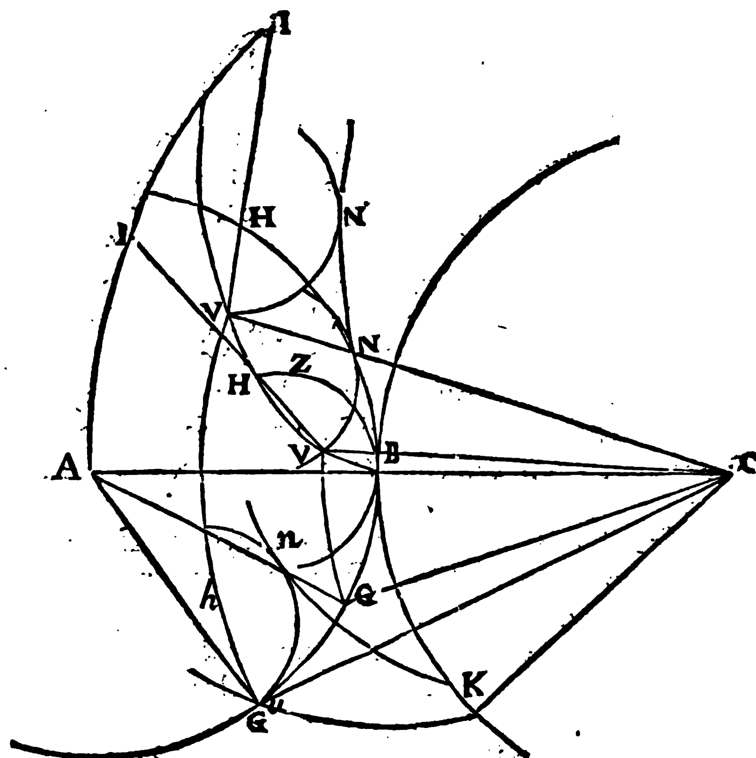
II. EXEMPLE.

Au lieu du centre D de la dent circulaire propoſée, comme dans l'exemple précédent, je prens un autre point tel que je voudray comme B ſur cette dent, & par le moïen de ce point je trouveray la figure de la dent BNN qui doit travailler avec la propoſée. Mais pour faire que la dent propoſée agiſſe ou travaille dans le plus de parties qu'il ſera poſſible, on doit choiſir le point de cette dent qui peut être le plus proche du centre C de l'autre rouë, dans le mouvement de ce point choiſi au tour du centre A de la rouë auquel il eſt attaché, & ce point ſera le point B dans cet Exemple.

Du centre C & raïon CB ſoit décrit le cercle BK qui ſera la baſe de l'Epicycloïde BVV dont le cercle générateur eſt BGG décrit du centre C & qui a pour raïon AB. Enſuite du centre A aïant mené les raïons AG, du centre C & pour raïons CG on décrira les cercles GV qui coupent l'Epicycloïde en V, & par les points V on menera les lignes VHI qui faſſent les angles CVI égaux aux angles CGA. Enfin ſur les lignes VHI on appliquera la figure BZ de la dent propoſée de la même maniere qu'elle eſt appliquée à la ligne AB, en faiſant convenir le point B au point V, & l'on tracera la ligne courbe BNN qui touchera les courbures de la dent propoſée dans toutes ſes poſitions differentes, ce qui revient à la même choſe pour le

cercle que si l'on prenoit sur VH les grandeurs VH égales à BD raïon du cercle de la dent proposée, & que des points H pour centre on décrivît les cercles N égaux à ceux de la dent.

On voit manifestement par cette formation de la courbe BNN que dans quelque position qu'elle rencontre la



dent circulaire, le point B de cette courbe BNN étant au dessous de AC, il y aura par tout équilibre entre deux puissances égales appliquées à ces rouës dans les distances CB, AB de leurs centres CA : car on demontrera comme dans l'exemple précédent que dans quelque position que

la

la courbe BNN soit appliquée à la dent circulaire, elle sera en disposition de faire parcourir au point B sur le cercle BG un espace égal à celui que ce même point B parcourt sur le cercle BK. Par exemple si le point B a parcouru l'espace BK sur le cercle BK, ce même point B sera venu en G par le moïen de l'Epicycloïde BV qui sera posée en K*u*; mais la courbe BNN sera placée en K*n* & son point N sera appliqué au point *n* de la dent circulaire BZ transportée en G*n* qui aura son centre en *h* sur AG, & par consequent la courbe K*n* qui agit sur la dent circulaire G*n* au point *n* fait autant avancer le point G que feroit l'Epicycloïde si elle étoit placée en KG & jointe à la courbe K*n*.

Il est facile à voir que si la dent de la rouë BK est formée comme la courbe BNN, elle commencera à agir sur la dent circulaire BZ au point B sur la ligne AC: car aussitôt que le point B de la courbe BNN sera parvenu en AC, & qu'il touchera le point B de la dent circulaire, les deux dents commenceront à agir l'une contre l'autre, & à mesure que la dent BNN descendra ses points differents N s'appliqueront en differens endroits de la dent circulaire BZ.

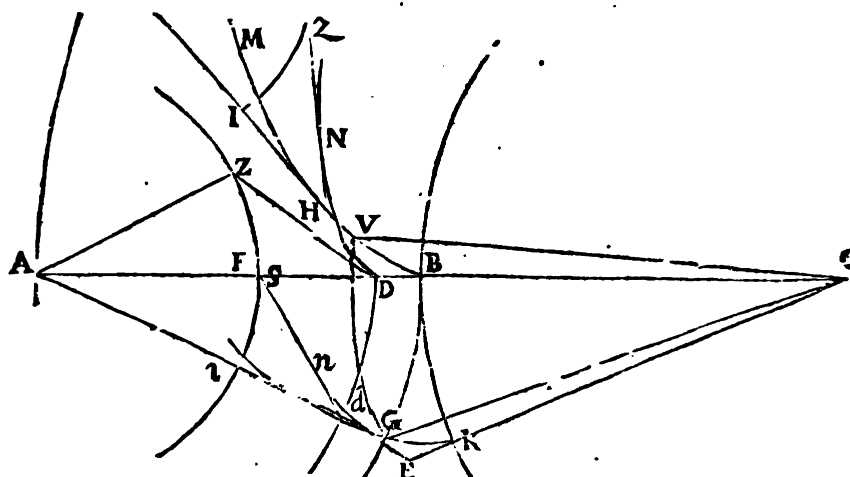
On remarquera que si l'on prend les lignes VHI égales à BA, tous les points I seront dans la circonference du cercle AII qui a son centre en C; & de plus que tous ces points I seront les centres du cercle générateur de l'Epicycloïde dans les differentes positions où il décrit les points V.

On peut enfin prendre le point B pour le commencement de l'Epicycloïde en quel endroit on voudra, ou au dedans ou au dehors de la dent, au lieu de le prendre en B sur la courbure de la dent proposée comme on a fait dans cet exemple, & l'on trouvera toûjours une courbure pour la dent qui doit travailler avec celle qui est proposée, & qui doit

faire par tout équilibre entre deux puissances égales, ce que j'expliquerai dans les Exemples suivans.

III. EXEMPLE.

Soit la dent rectiligne ZD qui fait avec le raïon AZ l'angle constant AZD, & soit le point D de cette dent qui doit commencer à travailler avec la dent de l'autre rouë BK. Aïant pris quelque point B dans la ligne ADC qui joint les centres, & qui passe par le point D déterminé qu'on y a placé en faisant mouvoir la dent AZD sur son centre A; ou bien si le point D n'étoit pas déterminé sur la dent ZD & qu'on eût donné le point B de position par rap-



port à la ligne ZD ou à l'angle AZD, aïant mené AB qui coupe ZD en D, on posera la ligne AB sur la ligne AC, & on décrira le cercle BK du centre C & pour raïon CB; ce cercle sera la base de l'Epicycloïde BHM dont le cercle générateur est BG décrit du centre A sur le raïon AB.

Ensuite à tous les points G du cercle BG aïant mené les raïons AG, & du centre C & pour raïons CG aïant décrit

les arcs de cercle GV qui rencontrent en V l'Epicycloïde BVM, je mene CV & ensuite VHI qui fait l'angle CVI égal à l'angle CGA : sur VI j'applique la ligne Hz de la même maniere que DZ est appliquée à BDA, c'est-à-dire que VH est prise égale à BD, & que l'angle VHz est égale à l'angle BDZ, les lignes Hz s'entrecoupant toutes on menera une ligne courbe DN qui les touchera, cette ligne DN sera la figure de la dent que l'on cherche, & qui doit être appliquée à la rouë BK.

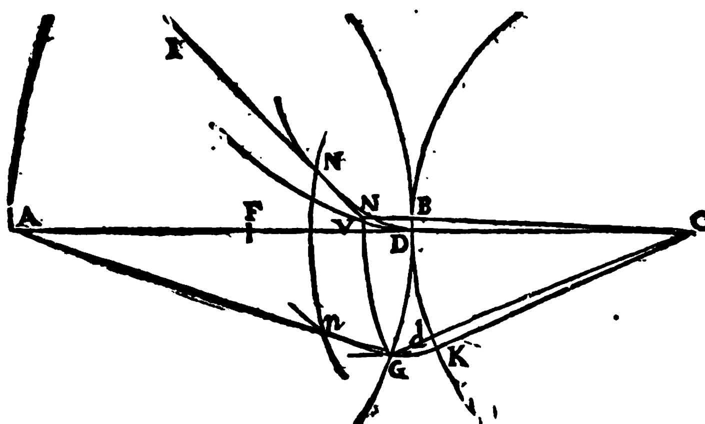
Il est évident par ce qui a été démontré cy-devant de la formation des secondes dents sur les premieres qui sont données, que la courbe DN de la dent appliquée à la rouë BK rencontrant la dent rectiligne DZ au dessous de la ligne AC & commençant au point D, fera par tout équilibre entre deux puissances égales appliquées à ces deux rouës dans les distances de CB & AB, c'est-à-dire aux extrémités de leurs raïons. Car si l'on suppose que la ligne CB ait transporté le point B jusqu'en K, l'Epicycloïde BVM sera placée en KG & la ligne AB sera placée en AG, ensorte que l'arc BG sera égal en longueur à l'arc BK par la proprieté de l'Epicycloïde. Mais alors dans cette position la dent sera en AS*d*, & la courbe DN étant posée en E*n* son point *n* qui est le même que le point N, touchera la dent en *n*; & comme dans tous les points comme G & K le mouvement sera égal, il y aura aussi par tout équilibre entre les puissances égales.

On remarquera qu'on ne doit pas déterminer la longueur de la face rectiligne ZD de la dent vers D; car il pourroit arriver dans quelques cas que la courbe DN ne pourroit pas être touchante à toutes les lignes comme Hz, car ces lignes Hz ne s'entrecouperoient pas, leur extrémité H étant déterminée & ne rencontrant pas la suivante; & si l'on menoit la ligne courbe DNN par tous les points comme H, il arriveroit qu'il n'y auroit que l'ex-

trémité D de la dent qui travailleroit & qui ne laisseroit pas de faire le mouvement égal, mais ce n'est pas ce que l'on s'est proposé icy.

IV. Exemple.

On peut faire encore une autre sorte de dent rectiligne dont la face tende au centre de sa rouë, & par ce moïen la dent qui agira contre celle-cy n'aura pas sa face si inclinée au cercle sur lequel elle est attachée, que dans les Exemples précédens; & cette forme de dent est une des plus faciles à executer dans les grandes machines & des plus commodes pour le mouvement.



Soit la face FD de cette dent rectiligne qui tende au centre A de sa rouë, & qui soit posée dans la ligne ABC qui joint les centres des rouës. Par quelque point B de la ligne AC & du centre C soit décrit le cercle BK qui est la base de l'Epicycloïde BV dont le cercle générateur est BG décrit du centre A & du raïon AB. Aïant mené tous les raïons AG & les lignes CG qui soient les raïons des cercles GV qui rencontrent l'Epicycloïde en V, on fera

l'angle CVI égal à l'angle CGA. Enfin on menera la courbe DNN qui touchera toutes les lignes VI dans leurs differentes positions, & qui sera la figure de la dent qu'on doit appliquer à la rouë BK. Cette dent DNN rencontrant la face FD dans toutes ses differentes positions, fera par tout équilibre entre deux puissances égales appliquées à leurs rouës dans les distances de CB & AB. Car la Courbe DNN étant posée en *d n* qui est attachée au raïon CK & rencontrant la face AFD de la dent proposée en *n* dans la position AG, fera le même effet sur le point G que l'Epicycloïde DV placée en KG, comme je l'ay fait voir fort au long dans les Exemples précédens.

Il est facile à voir par ce que j'ay expliqué cy-devant qu'il ne sera pas plus difficile de former la dent que l'on cherche, celle qui est donnée étant de toute autre figure que la circulaire ou la rectiligne, comme Parabolique, Hyperbolique & même en Epicycloïde.

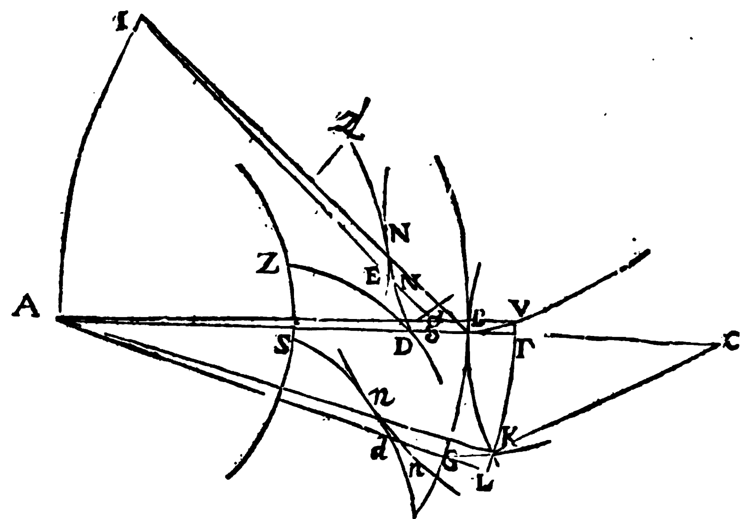
PROPOSITION VII.

ON *peut décrire l'Epicycloïde sur une base qui sera concentrique à la rouë qui porte la dent proposée, & par le moïen de cette Epicycloïde on trouvera la figure de la seconde dent comme dans la Propositiont précedente.*

Soit ZD de la figure de la dent proposée qui est appliquée à la rouë Z dont le centre est A; & sur cette premiere dent soit marqué le point D qui doit commencer à travailler avec la seconde dent, qu'on doit appliquer à l'autre rouë. Soit placé la dent ZD en la faisant tourner avec sa rouë autour du centre A, ensorte que son point D soit sur la ligne AC qui joint les centres des deux rouës. Dans cette position de la dent ZD aïant marqué quelque point B où l'on voudra sur la ligne AC, du centre A & pour raïon AB on décrira le cercle BG qui sera la base de

l'Epicycloïde BV dont le cercle générateur est BK décrit du centre C & du raïon CB.

Il est évident par ce qui a été démontré cy-devant que l'Epicycloïde BV étant attachée au rayon AB, fera autant avancer le point B du rayon CB, que ce même point B avancera sur le cercle BG dans quelque position que soit l'Epicycloïde, comme si elle est transportée en GK, l'arc BK sera égal en longueur à l'arc BG; & cela étant par tout de même la difference de ces arcs sera aussi égale en



longueur; ensorte que si l'Epicycloïde est placé en GK, le point G ne sçauroit s'avancer de quelque espace que ce soit sur son arc BG, qu'il ne fasse autant avancer le point K sur son arc BK.

Maintenant à tous les points K du cercle BK aïant mené les raïons CK & ensuite AK, & du centre A & raïon AK aïant décrit l'arc KV qui coupe l'Epicycloïde en V & la ligne AC en F, on fera l'arc KL égal à l'arc VF, & l'on mera LA qui coupera l'arc BG en G; d'où il est évident

que la portion BV de l'Epicycloïde peut être accommodée en GK.

Aïant fait l'angle CBI égal à l'angle CKA & BI étant égale à KA, on fera aussi l'angle BI*g* égal à l'angle KAG, & sur *g* I égale à AB ou à AG on appliquera la courbe ENz de la dent DZ donnée de la même maniere qu'elle est appliquée sur BA, comme si on l'y avoit transportée ensorte que le point B soit posé en *g* & le point D en E.

Enfin la courbe de la dent proposée dans toutes ses positions differentes formera un autre courbe NND par une ligne qui les touchera toutes, qui sera la figure de la seconde dent que l'on cherche, & qui doit être appliquée à la rouë BK, ou au raïon CBD de la maniere qu'elle est décrite.

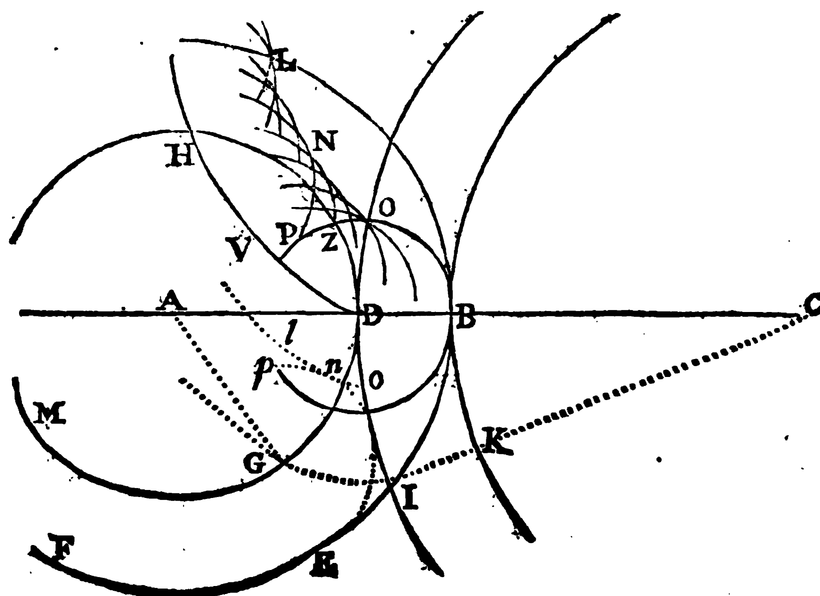
Il est évident que cette courbe NND fera autant avancer le point B sur son arc BG, que ce même point B s'avancera sur BK. Car lorsque le point B sera placé en K, la courbe ND fera avancer la dent ZD en S*n d*, puisque le point *n* de cette courbe qui rencontre la dent dans la position S*n d* la rencontre de la même maniere & dans le même endroit que le point N qui l'a formé. Ainsi l'Epicycloïde sera dans la position GK; & par consequent deux puissances égales étant appliquées à ces deux rouës dans les distances de leurs raïons AB, CB agiront par tout également & feront équilibre dans toutes les rencontres des dents des deux rouës.

PROPOSITION VIII.

APPLICATION *d'une Roulette au lieu de dent à la rouë d'une machine.*

J'ay fait remarquer dans la Proposition VI. que la seconde dent ne doit commencer à travailler avec la pre-

miere que sur la ligne AC; parce que les rouës aïant leur mouvement du dessus au dessous de cette ligne les faces des dents qui se rencontrent en s'écartant l'une de l'autre ne se frottent qu'en échappant, ce qui n'apporte pas un empêchement sensible dans le mouvement; au lieu que lorsque le frottement se fait par la rencontre des parties qui rentrent l'une sur l'autre, l'empêchement au mouvement est fort considerable, & c'est ce que l'on doit principalement éviter dans les machines.



Voicy une construction particuliere pour les dents des rouës d'une grande machine où les faces qui se rencontrent ne font que se toucher sans frottement, & ce qui en reste ne se fait que sur un axe ou pivot.

La construction de ces dents est la même que celle du premier Exemple de la Proposition VI, mais l'application en est

est differente. Dans la Proposition VI. la dent circulaire proposée est arrêtée ferme à sa roüe; mais dans celle-cy c'est une roulette qui est mobile au tour de son centre D sur un aissieu ou cheville placée à l'extrémité du raïon AD. Il n'y aura donc point dans cette machine d'autre frottement que celui de la roulette BZP sur son aissieu; car sa circonference s'appliquera par tout sans frotter sur la courbe de l'autre dent ONL.

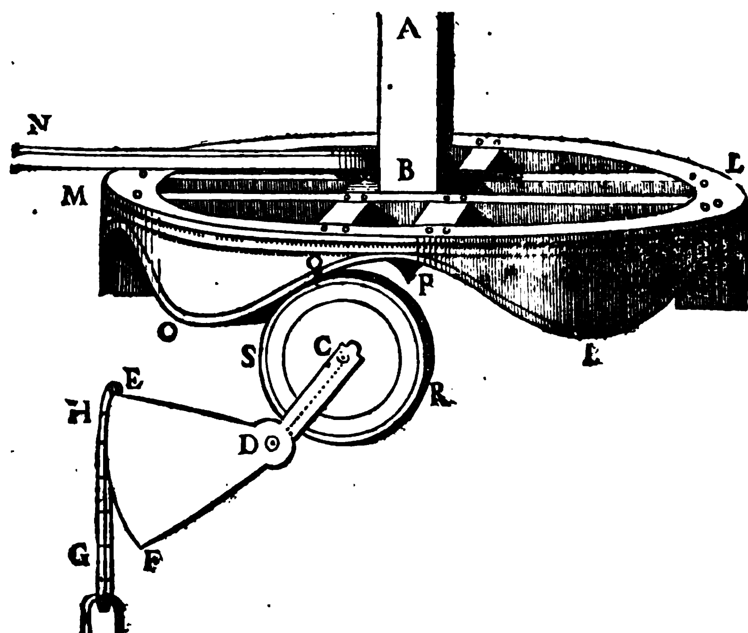
Il est évident que cette application de Roulette ne peut apporter aucun changement à ce que j'ay démontré de la dent circulaire dans la Proposition VI, & que l'effet de la machine sera le même: car il n'importe pas que la courbe ONL rencontre le cercle OZP de la roulette ou de la dent qui a même figure, puisque son centre D fera toûjours le même chemin.

PROPOSITION IX.

CONSTRUCTION *d'une machine pour élever de l'eau sur la forme précédente.*

LMOI est une grande roüe faite de grosses pieces de bois assemblées les unes avec les autres, laquelle est posée horizontalement. L'axe ou l'arbre AB de cette roüe est une grosse piece de bois qui se meut par le bas sur son pivot P sur une crapaudine, étant seulement entrenenuë par le haut dans une moise afin qu'il demeure toûjours à plomb. Cette roüe est dentée ou ondée par le bord à la maniere des roües de rencontre des horloges ordinaires; & il n'y a que cinq dents comme OI qui agissent en passant par dessus la roulette RS qui est mobile sur son aissieu C. Cet aissieu tient au bras DC qui est aussi mobile au tour de son aissieu D lequel est arrêté ferme à quelque assemblage. Le bras DC est joint & attaché à la portion de cercle DEF ensorte qu'ils ne peuvent se mouvoir l'un sans l'autre.

Sur l'épaiſſeur de l'arc EF il y a une double chaîne platte HG attachée vers le haut en E, & cette chaîne a deux anneaux à ſon extrémité qui ſoûtiennent l'anſe de fer qui porte le piſton d'une pompe refoulante. Le levier ou bras N de cette machine paſſe dans l'arbre en B & peut être arrêté ſi l'on veut à la rouë pour être plus ferme. Il y a deux roulettes comme celle que je viens de décrire qui ſont oppoſées diametralement ſous la rouë, & qui doivent toû-



jours agir alternativement. Car par la diſpoſition des roulettes lorſque l'une ſe trouve dans le fond ou creux de l'onde l'autre ſe trouvera ſur le haut. Mais la rouë tournant de O en I, la roulette deſcendra dans la rencontre de la partie OQ de l'onde & elle remontera dans l'autre. On ne doit conſiderer que la partie OQ de l'onde, car il n'y a que celle-là qui travaille pour faire baiſſer la roulette qui

éleve le piston de la pompe refoulante, & qui soûtient tout le poids de l'eau. La roulette remontant dans l'autre partie de l'onde ne fait aucun effort contre la rouë, car elle suit seulement la sinuosité de la dent, n'étant élevée que par la pesanteur du piston & de son anse & du triangle DEF qui retombe en bas par leur propre poids, qu'on peut rendre à peu près égal à celui de la roulette.

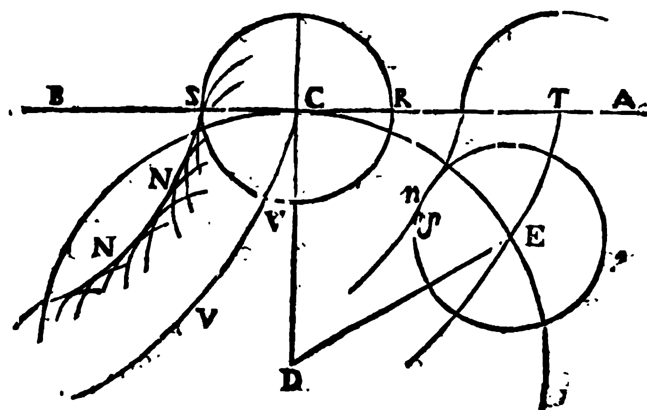
Tout l'effort de la rouë ne se fait que par sa pesanteur, ensorte que si elle est aussi pesante que le poids de la colonne d'eau qu'on doit soûtenir dans le corps de pompe, la distance des leviers étant compensée, il est évident qu'elle ne fera pas un frottement considerable sur son pivot P : mais il faut qu'elle soit toûjours plus pesante & qu'elle ne puisse pas sortir de sa crapaudine, car autrement elle travailleroit sur les deux roulettes à tout la fois, ce qu'il faut éviter.

Le nombre des dents de cette rouë doit être impair, afin qu'il y ait toûjours une des deux roulettes opposées qui travaille, & que la puissance qui meut le levier N agisse toûjours également & non par sauts, comme il arrive à la plûpart des machines qui n'ont qu'une ou deux rouës. C'est en cecy que consiste la principale adresse de la construction des dents & de la position des roulettes: car quoi que l'on suive toûjours la regle dans la forme des dents, il faut avoir égard aux proportions de la hauteur & de la longueur des dents avec le diametre de la rouë.

On doit remarquer qu'il n'est pas possible que la face des dents ou des ondes de la rouë travaille par tout sur la roulette à égales distances de l'axe de cette rouë, à cause que le mouvement de la rouë est circulaire & horizontal, & que celui de la roulette est vertical ou à plomb: car il arrive que lorsque les dents rencontrent la roulette dans leur fond & à leur pointe si l'aissieu de la roulette est également éloigné de l'axe de la rouë, il en sera plus proche

quand la roulette sera vers la moitié de sa descente, ce qui sera facile à connoître dans le plan. Cette difference d'éloignement causera un peu de frottement de la face de la dent avec celle de la roulette : mais ce sont de ces défauts qu'il n'est pas possible d'éviter entierement dans les machines, & l'on doit regarder celles qui en ont moins, ou de moins considerables pour les plus parfaites.

Pour la construction des dents de la grande rouë de cette machine, on les doit considerer comme si elles étoient dans le même plan que celui de la roulette, & quand on en aura déterminé la figure on l'appliquera sur

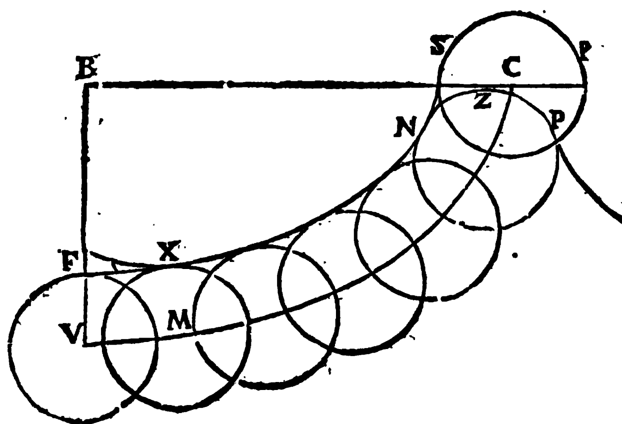


la rouë à l'endroit où la roulette la rencontre, en se servant d'un profil ou calibre taillé de la figure de la dent.

A'iant donc déterminé le centre D du mouvement du bras DC de la roulette RS & la grandeur DC de ce bras, du centre D & pour raïon DC on décrira le cercle CE auquel on menera la ligne touchante ABC en C. Sur la ligne BA pour base & pour cercle générateur CE on décrira la Cycloïde CVV, & par tous ses points VV comme centres on décrira les cercles N égaux à celui de la roulette ; Je dis que la ligne courbe SNN qui touche tous ces cercles, sera celle de la figure de l'onde.

Si l'on imagine que la ligne droite BA se meut de B vers A sur elle-même avec la Cycloïde CVV qui lui est attachée, il est évident que chaque point B de la ligne BA fera autant de chemin que le point C en fera autour du centre D étant meu par la Cycloïde VV. Car si le point C de la ligne BA est transporté en T par l'espace CT, la Cycloïde CV sera placée en TE, & le point C sera parvenu en E sur l'arc de cercle CE : Mais par la génération de la Cycloïde l'arc CE est égal en longueur à la ligne droite CT; donc deux puissances égales dont l'une fait mouvoir la ligne CT sur elle-même & l'autre fait mouvoir le point C autour du centre D, feront par tout équilibre ; car on doit considerer la ligne droite BA comme la circonference d'un cercle dont le centre est à l'infini.

Mais maintenant si au lieu du point C du raïon DC on applique la roulette circulaire RS qui a son centre en C, il est évident par la construction de la courbe SNN qu'elle fera le même effet sur le centre C de la roulette en rencon-



trant sa circonference, que si la Cycloïde CVV rencontroit seulement ce point C ; car le centre C étant posé en

E, le point N de la courbe SNN sera posé en *n* ensorte que E *n* sera la plus courte distance du point E à la courbe.

Dans la construction des dents de cette machine on ne se sert pas de toute la courbe SNN formée sur la Cycloïde entiere, mais seulement d'une partie & de celle qu'on voudra, car autrement il faudroit que les ondes fussent trop grandes. On peut donc prendre par exemple la partie du milieu NX de toute la courbe SNXF, qui est formée sur la demi-Cycloïde CV. Ainsi le fond de l'onde sera formé par le cercle de la roulette dans la position NZP, & sa pointe sera au point X. On pourra donner à peu près la même figure à la partie de l'onde qui remonte & ne travaille pas, afin que la roulette puisse rouler plus doucement en remontant dans le fond.

On doit remarquer que lorsque la roulette sera parvenuë à l'extrémité X de l'onde, le centre M de la roulette n'est pas le plus éloigné qu'il peut être du point X, c'est-à-dire que la ligne MX n'est pas perpendiculaire à BC; mais comme le point X décrit une ligne parallele à BC, il travaillera seul sur la circonference de la roulette jusqu'à ce que le point M soit parvenu dans la ligne MX perpendiculaire à BC; le centre M de la roulette décrira donc dans cet endroit un petit arc de cercle égal à celui de la roulette, & il arrivera que le point X de l'onde s'émoussera un peu dans la suite du travail, ce qui n'arriveroit pas si l'on se servoit de toute la courbe NXF; car l'onde ne feroit pas une pointe à son extrémité F comme au point X, à cause & que la touchante de la courbe en F est parallele à BC, & que la touchante en X est inclinée à cette même ligne BC. Il est évident que le travail du point X seul durera d'autant plus de tems que la roulette sera plus grande; car l'arc que le point M décrira, sera plus grand pour amener ce point M dans la ligne tirée par X perpen-

diculaire à BC, que si le raïon de la roulette étoit plus petit. Il y a encore une incommodité dans la grande roulette ; car elle fera de plus grands balancemens d'un côté & d'autre sous l'onde, à cause qu'elle se meut sur deux points, dont l'un est son pivot & l'autre est celui du bras & de la portion de cercle qui porte la chaîne, ce qui ne seroit pas si considerable dans une petite roulette. Mais si la roulette étoit fort petite il faudroit prendre une plus grande portion de la courbe NN pour former l'onde afin d'avoir toûjours la même élevation dans le piston de la pompe.

Il est facile à voir que la chaîne qui est attachée à la portion de cercle sert à faire élever le piston toûjours à plomb, ce qui est d'un très bon usage dans ces sortes de pompes : car autrement si l'anse qui porte le piston étoit seulement attachée à un levier mobile autour d'un aissieu comme D dans cette machine, il arriveroit que le piston seroit tiré tantôt d'un côté & tantôt de l'autre & frotteroit inégalement dans le corps de pompe en travaillant, ce qui le gâteroit en très-peu de tems, comme je l'ay remarqué en quelques rencontres.

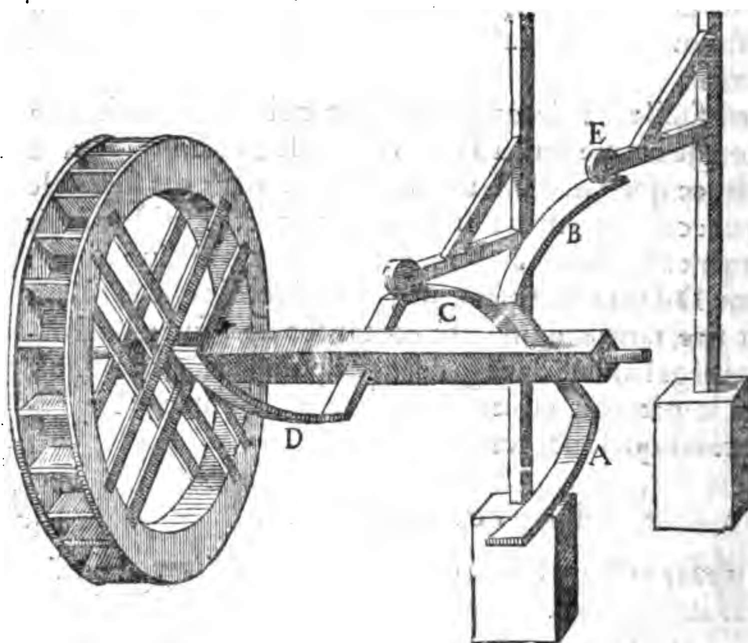
PROPOSITION X.

On peut aussi appliquer ces mêmes constructions aux aîles ou bras de l'arbre des moulins qui ont leur roüe verticale, & qui sont à poudre, à papier, à foulon, à forge, &c, où il faut élever des pistons ou pilons, à peu près comme on le voit representé dans cette figure.

Je represente seulement icy deux de ces pistons ; mais on en peut mettre autant qu'on voudra ou autant que le moteur de la roüe en pourra faire marcher. Il faut toûjours mettre deux aîles opposées comme A, B & C, D pour travailler sur chaque piston, afin que lorsqu'une de ces

aîles comme B aura quitté la roulette E du bras du piston, & qu'il est tombé, aussi-tôt l'autre aîle A qui est opposée à B, commence à le relever.

Il faut aussi observer que s'il y a deux pistons, il faut que les aîles qui appartiennent à chacun, soient appliquées alternativement à l'arbre de la rouë, comme on le voit icy où l'arbre est à quatre pans, à cause qu'il y a quatre aîles & deux pistons, & où les aîles A & B sont appliquées à



deux faces opposées de l'arbre, & les deux autres aîles C & D qui appartiennent à l'autre piston sont appliquées aux deux autres faces opposées de ce même arbre. S'il y avoit donc trois pistons & six aîles, il faudroit tailler l'arbre à six pans, & s'il y en avoit quatre il faudroit y en faire huit, à moins qu'on n'appliquât deux pistons sur une même face, & alors il ne faudroit que la moitié moins de

faces

faces à l'arbre ; mais il faudroit observer de ne pas mettre de suite les aîles qui seroient appliquées à la même face, mais de les entremêler avec les autres, afin que l'effort se distribuât également sur l'arbre, c'est-à-dire que les pistons élevés ne fussent pas de suite.

Je ne represente dans cette figure qu'une des manieres de rendre le mouvement égal, qui est de donner une figure courbe aux aîles qui sont attachées à l'aissieu de la rouë, & de mettre des roulettes au bout des bras des pistons ; quoi qu'il y en ait encore une autre en faisant les bras des pistons de figure courbe, & en appliquant les roulettes au bout des aîles droites de l'arbre ou aissieu de la rouë : mais j'expliqueray ces deux manieres dans la construction de ces courbes.

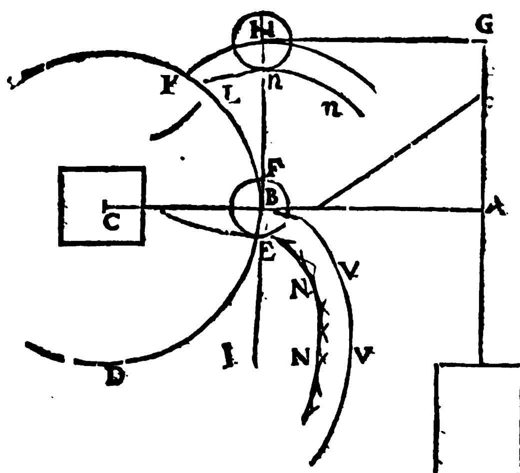
Je ne donne pas icy tout l'assemblage de cette machine ni la maniere d'en fortifier toutes les pieces, c'est assez pour ce qui regarde la Méchanique d'en faire voir la disposition, le reste appartenant à l'art de Charpenterie.

Premiere maniere.

Cette premiere maniere d'appliquer la courbe à cette Machine est celle qui est representée dans la figure précédente. Soit le point C le centre de l'arbre de la grande rouë & CA la distance depuis ce centre jusqu'au manche des pistons. Sur la ligne droite CA aïant déterminé le point B qui est l'extrémité AB du bras du piston, & qui est le centre de la roulette qu'on applique à l'extrémité de ce bras ; & du centre C, & pour raïon CB aïant décrit le cercle BD, on formera l'Epicycloïde BVV sur ce cercle BD pour base, le cercle générateur aïant son centre à distance infinie, c'est-à-dire que la circonference de ce cercle est une ligne droite, & que l'Epicycloïde BVV est la derniere de toutes, qui est aussi la ligne courbe décrite par l'évolution du cercle, comme je l'ai remarqué ci-devant

Enſuite de tous les points V de cette Epicycloïde aïant décrit des cercles N égaux au cercle EF de la roulette, la courbe ENN qui touchera tous ces cercles, ſera la forme du bras de l'arbre de la roüe.

En ſuivant la même méthode de démonſtration dont je me ſuis ſervi cy-devant, il eſt évident qu'en quelque poſition que ſoit le bras ENN de l'arbre en tournant au tour de ſon aiſſieu C, il y aura toûjours égalité de mouvement entre le centre de la roulette qui s'éleve à plomb & le point B qui ſe meut autour du centre C. Car ſi le centre de



la roulette B eſt tranſporté en H ſuivant la ligne BH parallele à AG & perpendiculaire à AC, par la courbe ENN tranſportée en L*nn* autour du centre C, il eſt évident que le point H ſe trouvera ſur l'Epicycloïde BVV tranſportée en KH avec la courbe ENN tranſportée en L*nn*; car la plus courte diſtance du point H à la courbe L*nn* ſera égale au raïon de la roulette EF. Mais par la formation de l'Epicycloïde BV ou KH, l'arc BK de ſa baſe ſera égal à l'arc de ſon cercle générateur qui eſt icy la ligne

droite BH qui represente aussi le chemin du centre B de la roulette pendant que ce même point B a décrit l'arc BK. Mais les chemins BK & BH étant égaux & les puissances égales appliquées en B dont l'une agit à l'extrémité B du levier CB, & l'autre à l'extrémité B du levier infini BA, ou déterminé à quelle distance on voudra en A, car la longueur des leviers ne doit pas être considerée quand les puissances sont opposées directement l'une à l'autre; il s'ensuit qu'il y aura par tout équilibre entre ces deux puissances égales.

On ne considere point icy les frottemens du manche du piston au long de sa coulisse pour le faire élever à plomb, car on suppose que ces corps sont infiniment polis & que les frottemens n'empêchent en aucune façon le mouvement, ce que j'explique fort au long dans un traité que j'ay composé sur cette matiere.

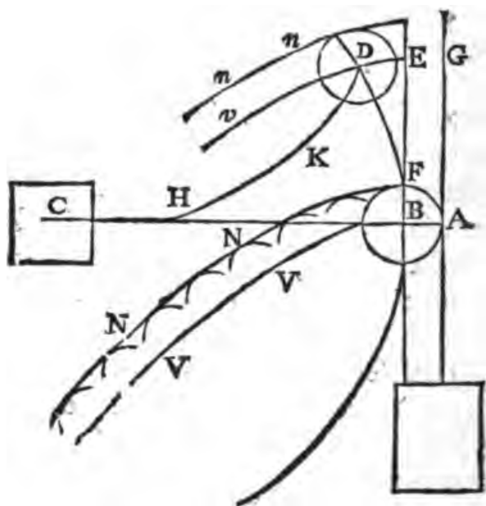
Deuxiéme maniere.

Dans la seconde maniere il faut que le bras du piston soit de figure courbe, & que la roulette soit appliqué à l'extrémité du bras de l'arbre de la rouë.

Soit donc comme cy-devant le manche du piston AG & le centre de l'arbre C, aïant mené la perpendiculaire CA sur AG, on marquera sur AC le raïon AB de la roulette, & par le point B on tirera la ligne BE parallele à AG qui sera la base de la Cycloïde BVV dont le cercle générateur aura la grandeur CB pour raïon. Si de tous les points V de cette Cycloïde on décrit des cercles N égaux à celui de la roulette, la ligne courbe NN qui touche tous ces cercles sera la figure du bras courbe qu'on doit appliquer au manche du piston.

Il est évident par la génération de la Cycloïde que si l'on fait mouvoir la Cycloïde BV sur sa base BE, en quelqu'endroit qu'elle soit placée comme en ED*v*, l'extrémité

B du raïon CB étant transporté par la Cycloïde en D, l'arc BD sera égal en longueur à la ligne droite BE de la base, mais si au lieu de la Cycloïde on emploïe la courbe NN, on voit clairement comme dans les propositions précédentes que cette courbe fera faire le même chemin au point B de l'extrémité du raïon CB, en rencontrant la roulette AF qui a son centre en B ; car la courbe *n n* qui rencontre la roulette ne peut faire avancer son centre que de la distance de ce centre à la Cycloïde, qui est celle du raïon de la roulette. Mais comme ces mouvemens sont par tout égaux, il y aura équilibre entre les deux puissances égales appliquées comme dans l'exemple précédent, ce qui ne demande pas une plus longue explication, après ce que j'ay dit des autres machines.



Il y a seulement dans ce cas une difficulté pour la construction de cette machine : car comme il faut que la roulette prenne le bras du piston par dessous, si le bras de l'arbre qui porte la roulette étoit droit, il rencontreroit

la courbe avant que la roulette la touchât ; il faudra donc courber ce bras à peu près comme la ligne HKD le montre, afin que la roulette commence a rencontrer la courbe FNN, quand son centre B sera dans la ligne CA. Mais comme il est difficile de faire ces sortes de courbes HKD si ce n'est avec du fer, on pourroit aussi se servir d'un bras tout droit qui porteroit le centre D de la roulette, mais alors il faudroit que ce bras fût double & que la roulette fût appliquée entre deux à l'extrémité; car le bras courbe du piston FNN passeroit entre ces deux pieces droites qui porteroient la roulette.

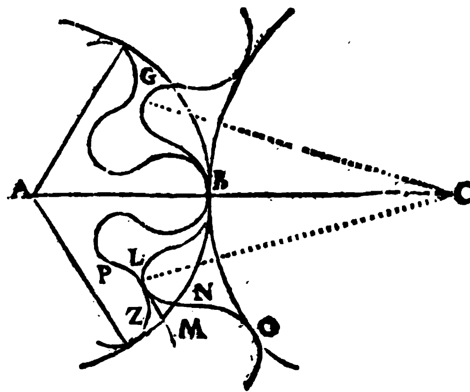
Il faut observer icy comme dans toutes les autres machines que la roulette soit petite; car lorsque le bras courbe qui la rencontre cesse de travailler par une ligne perpendiculaire menée du centre de la roulette à cette courbe, il devroit cesser de la rencontrer, ce qui n'est pas possible, à cause qu'on ne se sert que d'une partie de la courbe. Il arrive donc que l'extrémité de ce bras travaille encore par sa pointe sur la roulette en la faisant tourner sur son centre jusqu'à ce qu'elle soit entierement échapée, & dans ce mouvement l'équilibre entre les puissances ne se trouve plus, ce qui est un défaut de la machine qu'on ne peut éviter & qu'on ne peut diminuer qu'en faisant la roulette d'un petit diametre.

PROPOSITION XI.

De *la longueur & de la disposition des dents des roües.*

J'ay déja démontré qu'il n'étoit pas nécessaire que les dents fussent également distribuées sur la roüe, lorsqu'elles ont la figure réguliere qui leur convient pour agir toûjours également l'une sur l'autre; car soit qu'il n'y en ait qu'une, soit qu'il n'y en ait plusieurs qui travaillent, les puissances appliquées à ces roües agiront toûjours dans la

même raison l'une à l'égard de l'autre. Mais il faut prendre garde que lorsqu'une dent comme ONL, laquelle est coupée en L, cesse de travailler sur l'autre dent PZ, c'est-à-dire lorsque la touchante en L de la courbe ONL est aussi touchante au même point L de la courbe PZ de l'autre dent, il faut qu'il y en ait déja deux autres des deux roues qui travaillent ensemble; car autrement l'extrémité L de la dent NL rencontrant encore par son seul point L, la courbe PZ, ne la feroit pas mouvoir comme auparavant, & les mouvemens des deux rouës ne seroient plus égaux entr'eux. Il n'est pas possible dans ce cas de rectifier ce mouvement en cherchant la figure qui conviendroit aux dents de la rouë A, pour faire que le point L travaillât également sur la dent PZ; car ce point L rencontreroit la dent PZ dans les mêmes points où elle a déja été rencontrée par la courbe NL. Mais lorsqu'une autre dent commence à travailler ou qu'elle travaille déja quand le point L cesse de travailler regulierement sur la dent PZ, ce point L cesse aussi de rencontrer la dent PZ; parce que la rouë à laquelle elle est attachée est meüe toûjours d'un mouvement égal par la rencontre des autres dents de la rouë C, qui lui font faire plus de chemin que ne feroit le point L tout seul; car cette rouë A fera toûjours le même chemin que si la dent PZ étoit rencontrée par la courbe ONL prolongée. Le point L s'écartera donc alors de la dent PZ, & ils ne travailleront ensemble



qu'autant qu'ils pourront y travailler regulierement, ce qui eſt un des plus grands avantages d'une machine.

On doit auſſi bien prendre garde que les dents d'une roüe ne rencontrent pas celles de l'autre roüe au deſſus des points où ils doivent commencer à travailler, c'eſt-à-dire vers G au deſſus de la ligne AC qui joint les centres des roües pour les raiſons des frottemens, comme je l'ay déja remarqué cy-devant, car les frottemens qui ſe font des corps qui rentrent l'un ſur l'autre ſont toûjours très-grands, & ceux au contraire qui ſe font en s'échappant ſont très-peu conſiderables. C'eſt pourquoi on doit diſpoſer les dents de telle maniere qu'elles ne s'embarraſſent pas avant que de commencer à travailler, & ne leur donner qu'une longueur & une profondeur convenable pour pouvoir ſe dégager facilement l'une de l'autre.

On remarquera encore comme j'ay fait, que la partie de la dent qui ne travaille pas peut avoir telle figure qu'on voudra, & qu'on doit ſeulement chercher celle qui lui donne plus de fermeté, & qui peut ſervir au dégagement. Cependant il eſt aſſez à propos comme font les ouvriers dans les montres ordinaires de donner aux dents une même figure des deux côtés, tant pour les accoûtumer à faire ces dents toutes égales, que pour ſervir auſſi au mouvement des roües, quand on les fait tourner d'un ſens contraire à celui qui leur eſt néceſſaire pour l'uſage de la machine, ce qu'on eſt obligé de faire aſſez ſouvent en les conſtruiſant & en les démontrant.



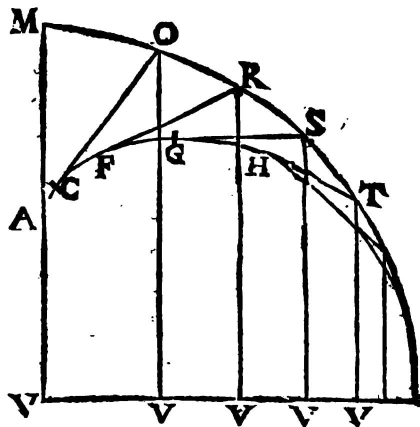
EXAMEN DE LA COURBE FORMÉE PAR LES RAYONS REFLECHIS DANS UN QUART DE CERCLE.

IL y a déja plusieurs années que Monsieur de Tchirnhaus aïant eu l'agrément du Roy pour assister aux Conferences de l'Academie des Sciences, il y fit voir quelques nouvelles découvertes qu'il avoit faites dans la Geometrie: mais comme la chose dont il s'agissoit regardoit les quadratures de quelques lignes courbes & leurs touchantes, ce que l'on ne pouvoit pas facilement expliquer dans les Assemblées, la Compagnie commit Monsieur Cassini, Monsieur Mariotte & moy pour examiner en particulier les propositions de Monsieur de Tchirn. Nous nous assemblâmes pour ce sujet à l'Observatoire, & Monsieur de Tchirn. nous montra d'abord ce qu'il avoit trouvé touchant la ligne courbe qui est formée par les raïons reflechis qui tombent dans un quart de Cercle parallelement à l'un de ses demi-diametres : il nous proposa une génération particuliere de cette ligne par une autre voie que par la reflection des raïons, & ensuite il nous voulut démontrer qu'elle étoit la grandeur de cette ligne courbe par rapport au diametre du quart de Cercle dans lequel elle est décrite; mais comme la méthode dont il se servoit pour sa démonstration étoit une espece d'évolution fort differente de celle dont Monsieur Hugens s'est servi dans son Traité des Pendules, & qui ne nous sembloit point Geometrique, n'aïant pas démontré quelques Lemmes qui devoient précéder cette évolution, on termina ces Conferences particulieres, sans qu'aucun de nous-autres demeurât

d'accord de la vérité de la propofition de Monfieur de Tchirn. Pour mon particulier j'infiftai fort fur ce qu'il pouvoit trouver une autre voie de démonftration que celle de l'évolution dont il fe fervoit, fi fa propofition étoit véritable, & je l'affeuray qu'il auroit pû même la démontrer à la la maniere des anciens; mais il foûtint toûjours que s'il avoit pû trouver cette démonftration par la méthode des anciens, il auroit eû à même-tems la quadrature du Cercle.

Depuis ce tems-là il a fait imprimer dans les Journaux de Lipfic de l'année 1682. page 364. la propofition qu'il nous avoit faite fur la ligne courbe qui eft formée par les raïons reflechis dans un quart de Cercle, y aïant donné ce titre, *Inventa nova, exhibita Parifiis focietatis Regiæ Scientiarum à D.T.* Ce quil explique enfuite en ces propres termes avec les figures fuivantes.

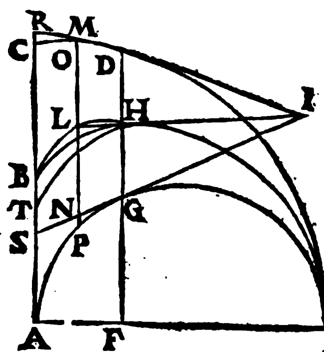
Ut conceptus ejus magis exprimatur, per radios MV, OV, RV &c, repræfentat radios folis incidentes in corpus aliquod concavum. (Vide fig. 1.) *OC, RF, SG exhibent radios reflexos; qui efficiunt infinitas interfectiones in punctis ACFGH &c. adeo formetur hinc Polygonum conftans ex lineolis AC, CF, FG, GH &c.*



Verum fi diftantiæ illæ MO, OR, RS &c. concipiantur infinitè exiguæ, Polygonum ACFGH &c. exhibebit lineam curvam cujus tangentes erunt radii reflexi; & punctum A erit focus in quo radii reflexi in corpore concavo comburuntur. (lege *comburunt.*)

Interim quia non sufficit, si quis observaverit saltem hinc lineas curvas sic formari, nisi & scientificè determinetur, cujus sint naturæ: methodum exhibet generalem, ope cujus curvæ tales formatæ ex interſectionibus radiorum reflexorum Geometricè possint determinari, & ut exemplum exhibeat methodi hujus generalis, in speciè ostendit descriptionem curvæ illius quæ formatur à radiis solaribus in speculo ordinario sphærico, hac ratione.

Sit data quarta pars quadrantis CDE (fig. 2.) describatur semicirculus AGE; hoc facto ducatur linea quæcunque, veluti FD, parallela ad AC: tunc pars DG, intercepta intra quadrantem CDE & semicirculum AGE, secetur bifariam in puncto H; & sic prætendit autor quod punctum hoc H sit aliquod ex infinitis quæ constituunt curvam BHE à radiis reflexis formatam; ex quo sequitur quod focus B debeat esse in loco medio radii AC.



Monsieur de Tchirnhaus nous auroit obligé de nous donner la démonstration de ce qu'il avance; car la génération de cette ligne est très-simple, & elle mérite bien d'être autorisée d'une démonstration. Mais comme il témoigne qu'il n'a pas le loisir de s'appliquer à ces sortes d'ouvrages, j'ay crû que je lui ferois plaisir d'en donner une au public telle que je la pourrois trouver à la maniere des anciens; car j'étois persuadé qu'il en avoit une par le calcul qui exprimoit le lieu de cette courbe. Pour y pouvoir parvenir j'ay jugé qu'il falloit d'abord connoître les tangentes de la ligne courbe décrite, comme il dit, par une maniere scientifique, afin d'en pouvoir trouver ensuite plus facilement la longueur.

PROPOSITION I.

Soit donc la ligne courbe BHE décrite par une infinité de points comme H qui ont été trouvés par la méthode précédente, & soit donné le point H sur cette courbe par lequel il faut tirer la ligne HI qui touche la courbe au point donné H.

Par ce point H soit mené la ligne DHGF parallele au demi-diametre AC du quart de cercle, laquelle ligne rencontre le quart de cercle & le demi-cercle aux points D & G. Par ces points D & G soit mené les touchantes DI, GI, tant au quart de cercle, qu'au demi-cercle lesquelles se rencontrent en I : je dis que la ligne IH menée de ce point de rencontre I par le point H de la courbe qui divise en deux également la ligne DG, par la génération, touchera la ligne courbe BHE dans ce même point H.

Si la ligne HI ne touche pas la courbe BHE au point H, elle la coupera & elle la rencontrera en quelqu'autre point comme L, ou bien l'aïant rencontrée au point H elle passera entierement au dedans sans la rencontrer. Mais supposons d'abord qu'elle la rencontre en quelque-autre point comme L.

Par ce point L aïant mené la ligne droite MLN parallele à AC, qui rencontre aux points O & P le quart de cercle & le demi-cercle, par la génération le point L divisera en deux également la partie PO de cette ligne comprise entre le quart de cercle & le demi-cercle. Mais à cause que la ligne IG touche le demi-cercle au point G, elle rencontrera la ligne OP hors le demi-cercle au point N, & par consequent la partie LN sera plus petite que LP ; LN sera donc aussi plus petite que LO ; cependant à cause que la ligne ID touche le quart de cercle au point D elle rencontrera la ligne OP hors le quart de cercle au point M, & par consequent LM sera plus grande que LO

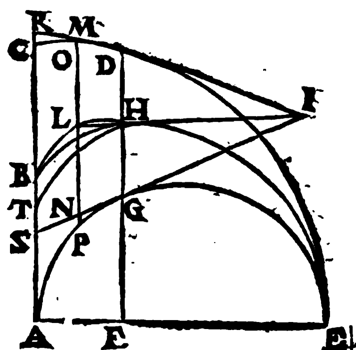
qui est égale à LP, elle sera donc aussi beaucoup plus grande que LN, qui est plus petite que LP.

Dans le triangle IDG la ligne MN, qui est parallele à DG rencontrant les côtés ID, IG prolongés en M & en N, sera coupée au point L par la ligne IH prolongée en même raison que la ligne DG : mais cette ligne DG est coupée en H en deux parties égales ; MN sera donc aussi coupée en L en deux parties égales, & par consequent LN sera égale à LM, quoique nous aïons démontré cy-devant que LN étoit beaucoup plus petite que LM ce qui est une absurdité ; c'est pourquoi il n'est pas vray que la ligne IH puisse rencontrer en quelqu'autre point la courbe BHE.

Si l'on disoit que la ligne IH rencontre la courbe en un autre point vers I ; on feroit la même démonstration que nous venons de faire, d'où l'on concluroit une semblable absurdité.

Mais si l'on dit que cette ligne droite IH après avoir rencontré la courbe au point H passe vers les parties intérieures de la courbe, & qu'elle ne la rencontre point que dans le seul point H auquel elle la coupe, on tombera toûjours dans une absurdité semblable à la précédente : car si l'on suppose que la ligne IH ne rencontre pas la courbe BHE ; il faudra nécessairement qu'elle rencontre le demi-diametre AC entre le point B de la courbe qui divise en deux également AC & entre le point S où la touchante IG prolongée rencontre AC. Soit donc T le point de rencontre de la ligne IH prolongée & du demi-diametre AC ; il est évident que les touchantes ID, IG rencontreront le demi-diametre AC, l'une au point R, & l'autre au point S, & que BS sera beaucoup plus petite que BR ; car le point B coupe en deux également la ligne AC ; mais la ligne IH coupe aussi en deux également la ligne SR au point T qui est au dessous B, c'est pourquoi

TS sera beaucoup plus petite que BS, que nous venons de démontrer plus petite que BC; TS sera donc de beaucoup plus petite que BR qui est plus grande que BC, & encore beaucoup plus petite que TR plus grande que BR: TS sera donc tout ensemble plus petite que TR & égale à la même TR; ce qui est absurde. Il n'est donc pas possible que la ligne IH entre au dedans de la courbe sans la ren-



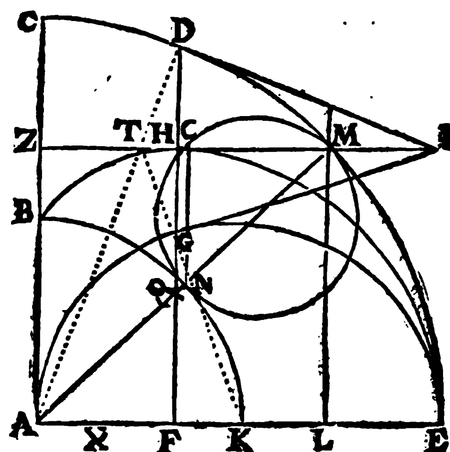
contrer. Il s'ensuit des deux démonstrations précédentes que la ligne IH touche la courbe au point H, ce qu'il falloit démontrer.

Il faut voir maintenant si cette touchante IH est le raïon reflechi d'un raïon parallele au demi-diametre AC, lequel touche la courbe des raïons reflechis au point H.

PROPOSITION II.

Je divise le raïon AE en trois parties égales dont AF en est une; & par le point F je mene la ligne FD parallele à AC, qui coupe le demi-cercle AGE au point G; je divise ensuite GD en deux parties égales au point H, lequel point sera sur la courbe de M. de Tchirn. Maintenant par

les points G & D je mene les tangentes GI & DI tant au demi-cercle AGE, qu'au quart de cercle CDE; par le point de rencontre I de ces deux tangentes & par le point H je tire la ligne HI, qui doit toucher la courbe au point H par la premiere Propoſition. Si la ligne courbe décrite par la méthode de M. de Tchirn. eſt celle des raïons reflechis, la ligne IMH ſera un raïon reflechi qui la touchera au point H, que cela ſoit s'il eſt poſſible.



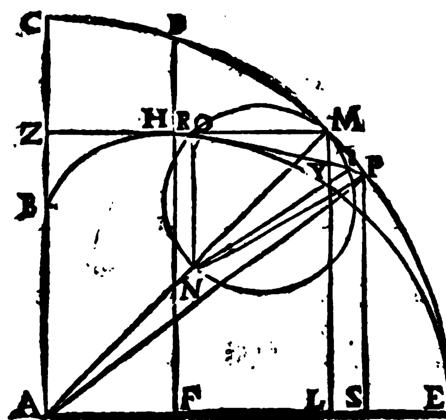
Par le point M où la touchante IH rencontre le quart de cercle CE, j'abbaiſſe la perpendiculaire ML ſur AE, & je mene le demi-diametre AM. Maintenant dans le quart de cercle aïant mené du centre A le demi-diametre AD, & dans le demi-cercle AGE de ſon centre K le demi-diametre KG: je dis que les angles ADF, KGF ou ſon oppoſé au ſommet DGT ſont égaux. Par la conſtruction AF eſt double de FK, & le quart de cercle CME aïant ſon raïon double de celui du demi-cercle AGE, l'angle ADF ou CAD ſon égal, qui a pour ſon ſinus la ligne AF, ſera égal à l'angle KGF qui a pour ſon ſinus la ligne FK;

car ces ſinus ſeront entr'eux en même raiſon que les diametres des cercles où ſont les angles : c'eſt pourquoi à cauſe de ces angles égaux ADF, & KGF ou ſon oppoſé au ſommet DGT, & à cauſe des angles droits ADI, KGI ou ſon oppoſé TGI, leſquels ſont compris par les demi-diametres & par les tangentes, on aura les angles DGI & GDI égaux entr'eux, & le triangle IDG ſera iſoſcelle. C'eſt pourquoi la ligne IH qui coupe en deux également la baſe du triangle iſoſcelle IDG ſera perpendiculaire à cette baſe DGF & ſera auſſi perpendiculaire à LM.

Puiſque par l'hypothéſe le point H eſt ſur la courbe, & que par la premiere Propoſition la ligne HM touche cette courbe au point H, la touchante MH étant le raïon reflechi dont ML eſt le raïon direct, le demi-diametre AM coupera néceſſairement l'angle LMH compris par ces deux raïons en deux également; c'eſt pourquoi chacun des angles AML, AMH ſera la moitié d'un droit, & le triangle rectangle AML ſera iſoſcelle, & l'arc ME ſera égal à l'arc MC.

Aïant diviſé la ligne AM en deux également en N ſur MN pour diametre je décris le cercle NOM, qui coupera MH au point O; & je dis que ce point O ſera entre les points M & H. Car premierement NO, qui fait l'angle NOM droit au demi-cercle, ſera perpendiculaire à MH; NO ſera donc parallele à FD. Secondement, puiſque AF eſt le tiers de AE & que le triangle AFQ eſt rectangle & iſoſcelle, ſi l'on diviſe AE ou AM en 6. parties, la ligne AF en ſera deux auſſi-bien que FQ; c'eſt pourquoi AQ ſera la racine de 8. égal aux deux quarrés de AF & FQ; mais la ligne AN qui eſt la moitié de AM vaut 3. dont le quarré eſt 9, c'eſt pourquoi la racine de 9 étant plus grande que la racine de 8, AN ſera auſſi plus grande que AQ; & NO étant parallele à QH le point O tombera entre M & H.

A cause que la ligne IH touche la courbe au point H, toute cette courbe doit passer au dessous de la ligne IH, & il est évident que si l'on prend quelque point comme R entre H & O, on pourra mener une touchante RP à la courbe, laquelle touchante passera toute au dessous de la ligne MR depuis son point R. Cette touchante RP rencontrera le quart de cercle au point P, & le petit cercle MON au point T. Des points P & T je mene des lignes au point N, dont l'une formera le triangle ANP, qui aura son côté NP plus grand que le côté NA; à cause que NP est plus grande que NM perpendiculaire au cercle, & par conséquent la plus petite de toutes celles qu'on peut mener du point N; c'est pourquoi l'angle PAN sera plus grand que l'angle APN: mais l'angle PNM extérieur au triangle APN est égal aux deux intérieurs opposée PAN, APN; c'est pourquoi l'angle PNM sera plus petit



que le double de PAN, & à plus forte raison l'angle TNM, qui n'est que partie de l'angle PNM, sera plus petit que le double de l'angle PAN. Aïant mené la ligne TO, l'angle TOM étant égal à l'angle TNM à cause qu'ils sont tous deux à la même portion de cercle; il s'ensuivra que l'angle TOM sera plus petit que le double de l'angle PAM.

Suivant l'hypothése de M. Tchirn. la ligne RP étant une touchante en quelque point que ce soit, cette touchante rencontrant le quart de cercle au point P sera le raïon

raïon reflechi du raïon SP parallele à AC; & aïant mené le demi-diametre AP, l'angle d'incidence APS sera égal à l'angle de reflection APR : mais l'angle APS étant plus grand que l'angle AML de la quantité de l'angle PAM; aussi l'angle SPR double de l'angle APS sera plus grand que l'angle LMR qui est aussi double de l'angle AML, du double de l'angle PAM. A cause des paralleles ML, PS, l'angle RYL est égal à l'angle RPS; & au triangle RMY, l'angle RYL extérieur est égal aux deux intérieurs RMY ou RML, & MRY ou MRP; c'est pourquoi l'angle RPS est plus grand que l'angle RML de la quantité de l'angle MRP; l'angle MRP sera donc double de l'angle PAM: mais l'angle TOM est plus grand que l'angle TRM ou PRM; l'angle TOM sera donc plus grand que le double de l'angle PAM.

Il s'ensuivroit donc que l'angle TOM seroit plus grand que le double de l'angle PAM, & tout ensemble plus petit que le double du même angle PAM comme nous l'avons démontré cy-devant, ce qui est une absurdité manifeste; c'est pourquoi le point H ne sçauroit être sur la ligne MH le point touchant de cette ligne avec la courbe qui est formée par les raïons reflechis, quand même cette ligne MH en seroit une touchante; & par conséquent la courbe décrite par la méthode de M. de Tchirn. n'est pas celle qui est formée par les raïons reflechis dans un quart de cercle comme il le pretend.

Je ne sçay pas par quelle voie il avoit trouvé que la ligne courbe décrite par sa méthode qu'il appelle Scientifique, étoit celle qui est formée par les raïons reflechis dans le quart de cercle; mais il faut bien que cette méthode soit fausse, ou qu'il se fût glissé quelque erreur dans son calcul. Nous démontrerons dans la suite que cette ligne MH est véritablement une touchante de la courbe des raïons reflechis, & que le point O en est le point touchant,

& par conséquent que cette courbe rencontre la ligne DF au dessous du point H.

Il a fait imprimer depuis un Traité qui a pour titre, *Medicina mentis & corporis*, où après avoir proposé plusieurs générations de lignes courbes qui sont fort ingénieuses, il promet de donner dans son lieu les démonstrations de leurs proprietés, & sur-tout de leurs tangentes, qu'il enseigne à trouver d'une maniere fort simple : mais quoiqu'il dise, page 74. *dabiturne per totam Mathesin universalius, aliudve utilius Theorema, aut præstantior tangentes determinandis methodus?* ce qu'il faut seulement entendre dans l'espece de courbes qu'il propose : je crois qu'on doit voir auparavant si ce qu'il avance est aussi certain que la proposition que je viens d'examiner.

Il dit ensuite en parlant de cette méthode, *Quis crederet eam hactenus alios latuisse, post tot diversos hâc in re conatus postquam primum mathematicis, quantæ hæc sint utilitatis rectè innotuit? sed facilia multa ingeniosissimos etiamnum fugiunt, quæ tamen permagni sunt momenti. Oportet autem, ut Theorematis adeò generalis demonstratio sit perquam facilis. Eam quibusdam ex parte explicui, & suò loco tradam.* Il ajoûte qu'il démontrera sur les courbes quelques proprietés particulieres qu'il énonce par ordre vers la fin de la page 75. Il parle en ces termes : *Hinc infinitis novis inventis omnes matheseos particulares scientiæ locupletantur. Sic innumeras novas Geometria superficies, solida, ac his similia poterit formare : Arithmetica infinitas novas progressiones : Astronomia, novas hinc perspiciet curvas, quæ repræsentabunt planetarum suorum vias, sive concipiant eos in Epicyclis, sive aliâ quavis ratione moveri. Dioptricam quod attinet, ut & Catoptricam, inumera quoque in iis nova oriuntur. Unum horum in Actis Eruditorum, quæ Lipsiæ eduntur, publicè exhibui specimen, cujus etiam demonstrationem viris ingeniosis privatim communicavi.*

Horum ego jam fontes genuinos aperio, ex quibus hæc infinitis poterunt locupletari modis.

Novi equidem quendam de veritate primarii Theorematis, nempe in quo ostendo, solis radios incidentes in curvam & inde reflexos suis intersectionibus curvas formare, rectis semper æquales, dubitasse, &, ut mihi relatum est, etiamnum dubitare; quia verò demonstrationes hæ jamdudum fuère probatæ à D. Hugenio & D. Leibnitio, qui absque dubio inter primos nostri ævi Mathematicos numerantur, parum his moveor: præstat pergere.

Il n'y a personne qui puisse douter que les courbes formées par les intersections des raïons du Soleil reflechis lorsqu'ils tombent au dedans d'une courbe, ne soient égales à des lignes droites, non plus que toute autre sorte de courbe & le cercle même; mais la difficulté est de démontrer quelle est la grandeur de cette ligne droite égale à la courbe par rapport à quelque ligne droite connuë & donnée, comme de connoître la circonference du cercle par rapport à son diametre.

Dans l'exemple que j'ay rapporté cy-devant M. de Tchirn. voulant nous faire voir un échantillon de sa méthode pour trouver des lignes droites égales à des courbes, nous proposa celle qui est formée par les raïons du Soleil reflechis dans le quart de cercle, sans nous parler alors de la maniere de la décrire, & il nous dit qu'elle étoit égale aux trois quarts du diametre du cercle. Car, disoit-il, si l'on couche un fil au long de cette courbe BHE, & qu'ensuite aïant plié ce fil avec une pointe vers quelqu'un des points du quart de cercle comme en M, ce fil étant tendu depuis M jusqu'à la courbe en H, & le reste de ce fil comme ML étant mis parallele à AC, son extrémité L se rencontre sur la ligne AE; & cela étant de même par tout, il arrivera que lorsque le fil sera entierement développé dedessus la courbe, le point M sera en C, & le point L

au point A ; mais le fil étant plié depuis B jusqu'en C, il s'ensuivra que toute la courbe BHE sera égale à la ligne AC plus CB.

Quoi qu'il soit vrai que si l'on commence par le point E à développer le fil qui est couché sur la courbe en le tenant toûjours tendu par son extrémité E, ce fil touchera toûjours la courbe, ou ce qui est la même chose representera une touchante, & alors l'extrémité de ce fil par l'évolution ou le développement de la courbe BHE décrira une autre ligne courbe ; mais il ne s'ensuit pas pour cela que ce fil étant replié au point comme M où il rencontre le quart de cercle, & étant étendu parallelement à AC, décrive par son extrémité comme L la ligne droite AE ; & quand même la courbe BHE seroit égale à AC plus BC, il ne s'ensuivroit pas non-plus que ce point L parcourût la ligne droite AE. Enfin quoique M. de Tchirn. puisse dire, je connois trop bien quelle est l'exactitude de Messieurs Hugens & Leibnits pour pouvoir me persuader qu'ils se soient contentés de sa parole au lieu de démonstration ; car il falloit démontrer comme j'ay fait à la fin de ce Traité, que le point L doit toûjours se rencontrer sur AE, d'où il suit aussi que la portion HE de la courbe BHE est égale aux deux lignes droites HM & ML jointes ensemble. Mais il semble que M. de Tchirn. n'en avoit point d'autre démonstration que l'expérience qu'il en avoit faite, comme il disoit.

J'aurois fait peu de chose d'avoir seulement montré que la méthode de M. de Tchirn. pour décrire la courbe des raïons reflechis, est fausse ; si je n'en donnois icy une véritable aussi simple que celle qu'il propose, & plus élegante,

puisqu'elle détermine à même tems la tangente de la courbe & le point touchant ; & j'en fais la démonstration geometrique à la maniere des Anciens. De plus je démontre quelle est cette courbe, & j'en donne toutes les dimensions tant de son espace que de sa ligne avec quelques autres proprietés singulieres qui ne sont que des conséquences tirées d'une proposition universelle pour toutes les courbes de cette nature.

Pour avoir d'abord une idée distincte de la ligne courbe qui est formée par les raïons du Soleil reflechis au dedans d'un quart de cercle, lorsque ces raïons sont paralleles à l'un de ses diametres, il la faut considerer comme celle qui termine l'espace dans lequel il ne tombe aucun raïon reflechi, comme nous avons dans les sections coniques des espaces terminés par les lignes perpendiculaires aux sections, dans lesquels il ne tombe aucune des perpendiculaires.

PROPOSITION III.

GENERATION *de la courbe formée par les raïons du Soleil reflechis dans le quart de cercle.*

Soit un quart de cercle ACME & un raïon direct LM parallele au demi-diametre AC, & qui rencontre le quart de cercle au point M. Soit achevé tout le cercle CMED & aïant prolongé le demi-diametre CA jusqu'en D, par le point M soit mené le diametre MAG. Si l'on fait l'arc GF double de l'arc GD, la ligne FM sera le raïon reflechi du raïon direct LM : mais aïant partagé LM en deux parties au point I, & aïant pris sur MF la grandeur MH égale à MI ; je dis que le point I est un des points de la courbe requise où le raïon reflechi MH touche cette courbe.

Demonstration.

Premierement il est évident que l'angle AMF est égal à l'angle AML, & par conséquent que le raïon MF est le raïon reflechi du raïon ML; car à cause des paralleles AC, ML, l'angle MAC, ou son opposé DAG sera égal à l'angle AML. Mais l'angle DAG est au centre du cercle, & l'angle GMF étant à la circonference & l'arc GF étant double de l'arc GD, l'angle GMF sera égal à l'angle GAD.

Secondement, aïant partagé AM en deux parties égales en N, soit décrit sur NM, comme diametre, le cercle NHMI: Je dis que les points H & I que nous avons marqués cy-devant sont aussi sur ce même cercle. Au triangle rectangle MAL les côtés MA, ML sont coupés en deux également en N & en I par la construction : c'est pourquoi la ligne NI sera perpendiculaire à ML, & cet angle droit NIM sera necessairement au demi-cercle NIM ; donc le point I sera sur la circonference du cercle NHMI. On

démontrera de même que le point H est aussi sur ce même cercle à cause des deux triangles NMI, NMH qui sont égaux & semblables par la construction. Il faut maintenant démontrer que le point H est le point touchant de la courbe sur la tangente MH.

Si sur la tangente MH le point H n'est pas sur la courbe, ce sera quelqu'autre point plus éloigné ou plus près du point M. Soit premierement, s'il est possible quelque point plus éloigné comme le point K; on pourra donc par le point H mener à cette courbe une touchante comme HP au-dessous de la touchante KM, car toute la ligne courbe est au-dessous de la ligne KM: cette touchante HP doit donc rencontrer le quart de cercle au point P. Par le point P aïant mené la ligne PS parallele à AC, laquelle sera le raïon direct du raïon reflechi HP; les angles APH, APS doivent être égaux entre-eux. Les lignes ML, PS étant paralleles entr'elles, l'angle ARL ou son opposé QRP sera égal à l'angle APS qui est égal à l'angle APQ comme nous le venons de démontrer: c'est pourquoi le triangle QRP sera isoscelle, & l'angle HQR exterieur étant égal aux deux interieurs QPR, QRP, le sera aussi à tout l'angle HPS.

Semblablement l'angle HQR qui est exterieur au triangle HMQ sera égal aux deux interieurs opposés QMH ou LMK & QHM, d'où il est évident que l'angle HPS surpasse l'angle LMH de la quantité de l'angle MHQ ou MHP.

L'angle APS est égal à l'angle PAC, & l'angle AML

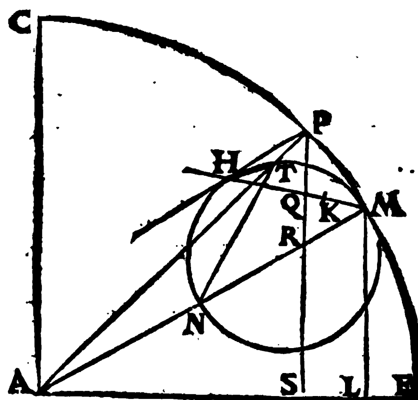
eſt égal à l'angle MAC ; c'eſt pourquoi l'angle APS ſurpaſſe l'angle AML de la quantité de l'angle MAP ; & l'angle HPS double de l'angle APS ſurpaſſe l'angle KML double de l'angle AML, du double de l'angle MAP : d'où il s'enſuit que l'angle MHP eſt égal au double de l'angle MAP.

Aïant mené la ligne PN on formera le triangle ANP, dont le côté NP ſera plus grand que le côté NA, qui eſt égal à NM par la conſtruction ; car NM étant perpendiculaire à la touchante du cercle par le point M, elle ſera la plus petite de toutes les lignes qui ſeront menées du point N juſqu'au cercle : c'eſt pourquoi l'angle PAN étant oppoſé à un plus grand côté que le côté NA, il ſera auſſi plus grand que l'angle NPA ; & partant l'angle PNM exterieur du triangle APN, qui eſt égal aux deux interieurs oppoſés NPA, NAP ſera plus petit que le double de l'angle PAM ; il ſera donc auſſi plus petit que l'angle PHM que nous venons de démontrer égal au double de l'angle MAP.

Mais la ligne HP étant au dedans du quart de cercle coupera neceſſairement le cercle NHIM qui eſt auſſi au dedans du quart de cercle en quelque point T, duquel aïant mené la ligne TN on aura l'angle TNM plus petit que l'angle PNM ; & par conſéquent cet angle TNM ſera de beaucoup plus petit que le double de l'angle MAP : mais l'angle TNM eſt égal à l'angle THM étant tous deux à la même circonference de cercle ; c'eſt pourquoi l'angle THM, ou MHP ſera beaucoup plus petit que le double de l'angle MAP, ce qui eſt une abſurdité, puiſque ce même angle a été démontré cy-devant égal au double de ce même angle MAP. Il n'eſt donc pas vrai que le point touchant de la courbe ſur la touchante MH ſoit au point comme K plus éloigné du point M que n'eſt le point H.

Soit maintenant, s'il eſt poſſible ce point touchant K plus

plus proche du point M que n'eſt le point H. Puiſque la ligne MH touche la courbe au point K, cette courbe paſſera toute au deſſous de la ligne MH; c'eſt pourquoi on pourra mener du point H une touchante HP à cette courbe laquelle touchante la rencontrera au deſſous de la ligne MH, & elle rencontrera auſſi le quart de cercle au point P au deſſus du point M. Du point P aïant abaiſſé la ligne PS perpendiculaire à AE ou parallele à AC, cette ligne PS ſera le raïon direct du raïon reflechi PH comme la ligne LM eſt le raïon direct du raïon reflechi MH. Nous démontrerons donc comme cy-devant que l'angle RQH eſt égal tant aux deux angles QPH, QHP, qu'aux deux QMR, QRM qui ſont enſemble égaux à l'angle HML ou QML; c'eſt pourquoi l'angle HML ſera plus grand que l'angle HPS de la quantité de l'angle PHM.



Mais comme nous avons déja dit cy-devant l'angle AML étant égal à l'angle MAC, & l'angle APS égal à l'angle PAC; l'angle AML ſera plus grand que l'angle APS de la quantité de l'angle PAM; & par conſéquent l'angle HML double de l'angle AML ſera plus grand que l'angle HPS double auſſi de l'angle APS, du double de l'angle PAM; d'où il s'enſuit que l'angle PHM ſera égal au double de l'angle PAM.

Par le point T où le demi-diametre AP coupe le cercle NHM aïant mené la ligne TN, l'angle TNM ſera égal aux deux angles NAT, NTA du triangle NAT, car ils ſont interieurs oppoſés à l'exterieur TNM. Mais le côté

NA ou son égal NM étant plus grand que NT, car NM étant diametre au cercle NHM est la plus grande qu'on puisse mener du point N, l'angle NTA sera plus grand que l'angle NAT, & par conséquent l'angle TNM sera plus grand que le double de l'angle TAN ou PAM.

Du même point T qui sera toûjours dans l'angle HPS aïant mené TH, les angles TNM THM, qui sont à la même portion de cercle, sont égaux entr'eux; c'est pourquoi l'angle THM sera aussi plus grand que le double de l'angle PAM: mais l'angle PHM étant encore plus grand que l'angle THM, cet angle PHM sera de beaucoup plus grand que le double de l'angle PAM, quoique nous venions de démontrer qu'il lui est égal, ce qui est une contrarieté d'où l'on conclud que le point touchant sur la tangente HM ne peut pas être entre M & H. Enfin il est donc vray que le point H est le point touchant de la tangente HM, ce qu'il falloit démontrer.

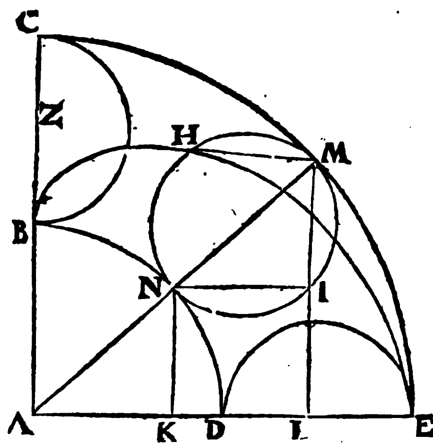
PROPOSITION IV.

Je dis que la ligne courbe BHE que nous avons cy-devant décrite est une Epicycloïde exterieure dont le cercle qui lui sert de base a son diametre double du diametre du cercle générateur de l'Epicycloïde.

Demonstration.

Supposant les choses qui ont été démontrées cy-devant; si du point A pour centre & pour demi-diametre AN qui est la moitié de AM on décrit le cercle BND; Je dis que ce quart de cercle BND est la base de l'Epicycloïde BHE, qui est la ligne formée par les raïons reflechis dans le quart de cercle, de la maniere que nous avons expliquée cy-devant, & que cette Epicycloïde, a pour cercle générateur le cercle HNMI dont le diametre NM est égal au demi-diametre AN du cercle de sa base.

Que le cercle générateur de l'Epicycloïde ait son diametre sur la ligne AE lorsqu'il commence à se mouvoir, & que le point E soit celui qui décrit l'Epicycloïde. Lorsque ce cercle en roulant sera parvenu en quelque point comme N sur sa base DNB; Il est évident si l'on tire la ligne ANM dont la partie NM sera le diametre du cercle générateur, que le point E qui décrit l'Epicycloïde sera parvenu en H, l'arc MH étant égal à l'arc DN en longueur; mais à cause que le cercle BND est double du cercle NHM, l'arc HM sera double de l'arc DN; & par consequent le sinus NK de l'arc DN, qui est la moitié de la corde d'un arc double DN, qui est égal à l'arc MH, sera égal à la corde MH, car ces cordes seroient doubles l'une de l'autre, les diametres des cercles étant aussi doubles l'un de l'autre. Du point M aïant abaissé ML perpendiculaire à AE, & du point N aïant mené NI parallele à la même



AE, on voit manifestement que ML sera coupée en deux également en I, puisque AM l'est au point N; & de plus cette ligne NI est perpendiculaire à ML; c'est pourquoi à cause de l'angle droit NIM, le cercle NHMI, qui a pour diametre NM passera par le point I.

Je dis de plus que la corde MI est égale à la corde MH, ou ce qui est la même chose, l'arc MI est égal à l'arc MH. Dans le triangle AML à cause que NK est parallele à ML, & que AM est coupée en deux également en N, ML sera double de NK. Mais ML est coupée en deux

également en I, c'est pourquoi MI est égale à NK, & NK a été démontré cy-devant égale à MH; MI sera donc égale à MH. Ainsi l'on peut dire que le point H est un des points de la ligne courbe formée par la reflexion des raïons qui tombent dans le quart de cercle, puisque par la troisiéme proposition ce point H est le même qui auroit été trouvé sur cette courbe; la courbe & l'Epicycloïde ne sont donc qu'une même ligne, ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit de cette démonstration & de la précédente que la ligne MH touchera l'Epicycloïde au point H comme il a été démontré dans la proposition des touchantes des Epicycloïdes.

PROPOSITION V.

Puisque j'ay démontré dans la proposition précédente que la ligne courbe formée par les raïons du soleil supposés paralleles entr'eux & reflechis dans un quart de cercle, est la même qu'une Epicycloïde, je pourrai lui attribuer les mêmes choses qu'aux Epicycloïdes.

Figure de la precedente proposition.

Premierement, je dis suivant ce que j'ai démontré des espaces des Epicycloïdes, que l'espace BHEDNB compris par la courbe BHE, par la moitié du demi-diametre DE, & par le quart de cercle BND, est égal à la moitié de l'espace CEDB joint avec le demi-cercle MIN; ou ce qui est la même chose que cet espace est égal aux trois huitiémes du quart de cercle ACME joints au demi-cercle MIN: mais aussi à cause que le diametre MN du demi-cercle MIN est égal à la moitié du demi-diametre du quart de cercle, le demi-cercle MIN sera au quart de cercle ACE comme 1 à 8. c'est-à-dire que le demi-cercle MIN est seulement la huitiéme partie du quart de cercle ACE, & partant tout l'espace BHEDNB sera égal à quatre hui-

tiémes ou à la moitié du quart de cercle ACE, & l'espace BHEA en sera les trois quarts.

Il est aussi évident par la construction de la courbe de M. de Tchirn. qu'elle comprend avec les raïons du quart de cercle un espace égal aux trois quarts du quart de cercle; car le demi-cercle AGE comprend la moitié du quart de cercle & la ligne courbe BHE de la seconde proposition coupe en deux également l'espace AGEDC.

Il s'ensuit encore par ce que j'ay démontré de la quadrature ou de la grandeur des lignes des Epicycloïdes, que la ligne courbe BHE est égale à trois demi AC demi-diametre du quart de cercle CME. Car si l'on fait comme la moitié de AC qui est AB, à ses trois quarts qui est AZ, ainsi deux fois BC sera à la courbe EHB qui est la demi-Epicycloïde : mais BC étant égale à AB, la courbe EHB sera double de AZ qui sera trois demi AC, comme l'avoit avancé de M. de Tchirn.

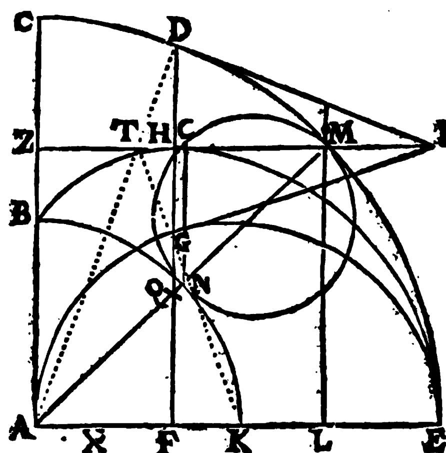
De plus puisque nous connoissons que la ligne formée par les raïons reflechis est une Epicycloïde, & que MH la touche au point H en quelqu'endroit qu'on prenne ce point H, il s'ensuit que ML étant double de MI ou de MH ; on aura la somme de MH, ML triple de HM. Mais MH touche l'Epicycloïde HE au point H, & par les propositions précédentes des grandeurs des portions des Epicycloïdes, on aura comme AN est à AZ c'est-à-dire 2 à 3 ainsi deux MH à la courbe HE ; donc la courbe HE est

Figure de la precedente proposition.

égale à trois MH, c'est-à-dire à MH plus ML, & par conséquent l'extrémité du fil dans la maniere d'évolution de M. de Tch. touchera toûjours le diametre AE comme il l'avoit avancé sans démonstration.

PROPOSITION VI.

J'ay dit cy-devant que la courbe décrite par la méthode de M. de Tch. n'étoit pas celle qui étoit formée par les raïons reflechis, & j'ay démontré dans la seconde proposition que la courbe des raïons reflechis ne pouvoit pas être touchée par la ligne MH au point H, quand même elle seroit une touchante de cette courbe.



Les mêmes choses étant posées comme dans la 2. proposition. Je dis que la ligne droite MH telle qu'elle a été trouvée touchante de la courbe de M. Tch. au point H, touche aussi la courbe des raïons reflechis dans le quart de cercle, & que le point touchant est le point O, d'où il suit necessairement que la courbe décrite par les raïons reflechis rencontrera la ligne FH au dessous du point H, comme la courbe de M. Tch. rencontre la ligne NO au dessous du point O, & que ces deux courbes qui enferment avec les deux raïons au quart de cercle un même espace s'entrecoupent entre les lignes FH, NO.

Soit le raïon du quart de cercle divisé en 6 parties égales entr'elles & à AX dont AF en sera 2 par la construction de la proposition II. A cause du triangle rectangle

ADF le quarré du raïon AD contient 36 quarrés de AX, desquels si l'on ôte le quarré de AF qui contient 4 quarrés de AX, il restera pour le quarré de FD 32 quarrés de AX. Mais aussi les arcs AG & ED étant semblables les sinus de ces arcs GF & DF seront entr'eux en même raison que les diametres des cercles AGE, EDC, dont celui du premier est la moitié de l'autre; il est donc évident que FG est la moitié de FD. Mais aussi GH a été posée la moitié de GD; donc FH sera les trois quarts de FD, & son quarré contiendra les neuf seiziémes du quarré de FD, c'est-à-dire qu'il contiendra 18 quarrés de AX.

Par la construction le triangle AZM est rectangle en Z; le quarré de son hypotenuse AM contient 36 quarrés de AX; & le quarré du côté AZ, qui est égal à FH en contient 18, le quarré de l'autre côté ZM en contiendra donc aussi 18, c'est pourquoi ces deux côtés AZ & ZM seront égaux, & le triangle sera isoscelle, & enfin l'angle ZMA sera égal à l'angle ZAM qui est égal à l'angle AML à cause des paralleles CA, ML, les deux angles AMZ, AML étant égaux, le raïon IMHZ sera le raïon reflechi du raïon direct LM.

Dans le cercle NOM le triangle rectangle NOM étant semblable au triangle rectangle AZM, il sera isoscelle, & chacun de ses côtés comme MO sera la moitié de MZ ou de ML, & par la troisiéme proposition, le point O sera un de ceux de la courbe, & par le Corollaire de la quatriéme, ce même point O est le point touchant de la courbe des raïons reflechis & de la ligne MH, d'où il suit ce que l'on avoit entrepris de démontrer.



AVERTISSEMENT.

COMME *je m'étois proposé dans le traité des Epicycloïdes de rectifier le mouvement des roues dentées qui servent dans les machines, pour les faire mouvoir également & agir d'une égale force; il semble qu'après avoir expliqué quelle étoit la forme des dents des roues qui sont posées dans un même plan, ou qui ont leurs arbres ou axes paralleles entr'eux, j'aurois dû donner la construction des dents des autres roues qui ne sont pas paralleles, ou dont les axes sont inclinés l'un à l'autre pour changer la direction des mouvemens. On fait ordinairement ces changemens par le moïen d'une roue dentée & d'une lanterne dont les axes sont inclinés à angles droits, comme on le peut voir dans la machine que j'ay proposée cy-devant pour élever de l'eau. Mais j'ay seulement consideré dans l'exécution que j'ay faite de cette machine, que la face des dents qui agit sur la roulette, étoit formée par des lignes qui tendent au centre de la roue & qui passent par les points de la courbe qui forme la dent, aïant négligé dans cette construction la figure irreguliere de la face de la dent ou onde qui agit contre la roulette, à cause du peu d'utilité qu'on en pouvoit retirer, & de la difficulté de l'exécuter. Outre que les axes des roues & roulettes ayant toûjours un peu de jeu, les petits défauts qu'on ne sçauroit éviter, se rectifient dans le mouvement par le frottement des parties l'une contre l'autre quand la machine a servi quelque tems, bien mieux qu'on ne pourroit faire avec toutes sortes de précautions. Il auroit fallu aussi expliquer la construction de la Vis pour la faire agir par tout également sur une roue dont les dents seroient d'une figure donnée; & de même pour toutes les autres machines*

ou

où il y a des rouës & des dents qui agissent l'une sur l'autre par des mouvemens obliques. Mais je n'aurois pû examiner tous ces cas en particulier sans passer les bornes qui m'étoient icy prescrites, & sans faire de frequentes repetitions qui auroient ennuyé ceux qui ont bien entendu ce que j'ay donné cy-devant: car je ne crois pas qu'il se puisse faire aucune proposition dans la construction des machines, dont on ne puisse donner facilement la solution, si l'on y applique la méthode que j'ay donnée pour les dents des rouës qui sont dans un même plan. Cependant je crois que je dois avertir icy que lorsque les dents agissent obliquement, ou bien ce qui est la même chose lorsque les axes des rouës ne sont pas paralleles, on peut toûjours reduire leur mouvement à deux autres qui le composent, & par consequent on peut aussi composer la figure des dents, de deux autres figures; c'est-à-dire que la face de la dent qui agit sur une autre qui est donnée ne doit pas être formée dans ce cas par des lignes toutes paralleles entr'elles ou qui tendent en un point, comme je les ay considerées dans les exemples que j'ay donnés, mais par des lignes courbes, qui soient chacunes des especes d'Epicycloïdes ou des lignes formées sur ces Epicycloïdes. Par exemple les dents d'une rouë qui rencontrent les fuseaux d'une lanterne pour changer un mouvement horizontal en vertical ou au contraire, peuvent être formées par des Epicycloïdes toutes semblables & posées sur le plan de la rouë, & qui auront pour cercle générateur celui dont le centre est à l'infiny qui est l'évolution du cercle, & pour base le cercle de la rouë, & par des cycloïdes semblables appliquées sur des surfaces cylindriques qui aïent pour axe celui de la rouë, & qui passent par les points de l'Epicycloïde; ces cycloïdes ayant pour cercle générateur celui dont le rayon est la distance de l'axe de la lanterne jusqu'au point qui agit sur les dents de la rouë; car ces lignes qui forment la dent ne seront des cycloïdes que lorsqu'elles agiront contre un seul point des fuseaux

de la lanterne; autrement ce seroit des lignes formées sur ces cycloïdes. La figure de la dent de la même rouë peut être encore formée d'une autre maniere, comme par une cycloïde appliquée sur une surface cylindrique qui a pour rayon celui de la rouë & par des Epicycloïdes toutes semblables appliquées contre celle-cy & qui seront décrites sur des plans paralleles à celui de la rouë; & au lieu de cycloïdes & d'épicycloïdes on se servira de lignes formées sur celle-cy, si l'on a une figure donnée pour les fuseaux au lieu d'un seul point. Si la figure de la dent de la rouë étoit donnée on trouveroit par la même méthode celle des fuseaux de la lanterne.



EXPLICATION
DES PRINCIPAUX EFFETS
DE LA GLACE, ET DU FROID.

JE ſuppoſe que le ſentiment de froid que nous avons, vient de ce que les particules de l'eau qui nous environnent, ſoit qu'elles ſoient ſéparées, comme elles ſont dans l'air, ou qu'elles ſoient réunies toutes enſemble, ont moins de mouvement que celles de l'eau qui eſt au dedans des parties de notre corps qu'elles touchent. Ainſi lorſqu'on met la main dans l'eau, & que ſes particules ont moins de mouvement que celles qui ſont dans la peau de la main, on dit que cette eau eſt froide; & ce froid paroît plus grand à proportion que les particules de l'eau exterieure ont moins de mouvement, enſorte que ſi elles en étoient entierement privées, le froid paroîtroit extrême. I. Suppoſition du ſentiment du froid.

Je pourrois ſuppoſer que tout le mouvement des particules de l'eau ne leur vient que de celui de l'air ſubtil, qui y eſt toujours mêlé en grande quantité : mais il me ſuffit d'expliquer icy comment l'eau peut perdre ſon mouvement; pour rendre raiſon des principaux effets du froid & de la glace.

Je dis qu'il n'y a que de certains ſels qui ſoient capables d'arrêter le mouvement des particules de l'eau, qu'il n'y a que peu de ces ſels mêlés & engagés dans le ſel commun, qu'il y en a beaucoup plus dans le ſalpêtre, & qu'il y en a une grande quantité dans le ſel armoniac; que les particules de ces ſels ſont deliées, longues, roides & aiguës, & par conſéquent qu'elles peuvent penetrer tous les II. Hypothêſe de la privation du mouvement des particules de l'eau.

métaux, & le verre même; qu'elles sont emportées facilement dans l'air par son mouvement; & qu'enfin les particules de l'eau s'arrêtent plus facilement à ces sels qu'à tout autre corps, sans en excepter les autres sels, & reciproquement que ces sels se joignent plus aisement aux particules de l'eau, qu'à celles des autres corps.

Si l'on suppose, comme M. Descartes, que les particules de l'eau soient longues & flexibles, il ne sera pas difficile de juger qu'elles pourront s'arrêter facilement à ces sels en s'entortillant autour de leurs parties, & qu'elles perdront leur mouvement, n'en aïant plus d'autre que celui des particules des sels ausquelles elles seront jointes, & qu'en perdant leur mouvement elles cessent de composer un corps fluide.

III. Cause de la sécheresse pendant la gelée.

Lorsqu'il se rencontre une trop grande quantité de ces sels qui voltigent dans l'air, & qui n'y trouvent pas assez de particules d'eau pour pouvoir y être entierement retenus une partie penetre dans tous les autres corps, & y arrête les particules d'eau qui y sont, ensorte que ces particules d'eau étant jointes aux particules des sels, elles perdent tout-à-fait leur mouvement, les sels n'en aïant point, ou très-peu, dans ces corps; c'est pourquoi ces corps & l'air même paroissent n'avoir plus d'humidité.

IV. Formation de la glace.

Ces sels commençant à penetrer une masse d'eau en arrêtent d'abord quelques particules, & plusieurs de ces particules de sel & d'eau jointes ensemble venant à s'assembler les unes avec les autres, forment des filets glacés par où l'eau commence à se geler. Ces premieres parties de glace doivent retenir la figure des parties du sel qui leur sert de principe, comme il arrive dans la formation de la plûpart des mixtes.

V. Pourquoi l'eau glacée augmente de volume ce qui la rend plus legere.

Si ces sels sont en très-grande quantité, ils fixent & gelent toute la masse de l'eau; mais il faut examiner ce qui doit arriver à une masse d'eau dont les particules se gelent successivement.

Chaque particule de glace qui s'est formée dans l'eau, tient plus de place que l'eau dont elle est formée, non seulement par l'addition des sels, ce qui n'est pas considerable, mais par les differens assemblages de ses particules gelées, qui étant devenuës roides & ne pouvant plus s'accommoder les unes aux autres, forment des vuides par l'effort qu'elles font en se liant ensemble, & en dilatant considerablement les espaces d'air qui sont mêlés parmi les particules de l'eau. Il est facile de comprendre comment ces dilatations se peuvent faire méchaniquement; car on voit clairement qu'une certaine quantité de petites aiguilles couchées suivant leur longueur les unes sur les autres, occuperont bien moins de place, que si une partie de ces aiguilles étoit entortillée autour des autres. Chacune de ces petites parties de glace formées en filets devenant donc plus legere que le volume d'eau dont elle occupe la place, il faut necessairement qu'elle s'éleve vers la superficie; & lorsque le dessus de l'eau en est tout couvert, les particules des sels survenant toûjours lient & attachent tous ces filets ensemble, dont il se forme une croûte de glace qui renferme toute l'eau, avec les bords du vaisseau qui la contient. Mais les sels passant au travers de la glace & rencontrant l'eau qui est au dessous, ils continuent d'y former de nouveaux filets de glace, qui tenant aussi plus de volume que l'eau dont ils sont formés, font un effort contre l'eau dans laquelle ils nagent & contre ce qui la contient; mais l'eau ne pouvant se comprimer, elle rompt la croûte de la glace par l'endroit le plus foible, & s'élance au dessus avec violence. Si le vase qui contient l'eau étoit plus foible que la glace qui est au dessus, il n'y a pas de doute que l'effort de l'eau le romproit.

VI. Comment se forment les bulles d'air

La glace est toujours blanchâtre & bien moins transparente que l'eau, à cause de tous les petits vuides qui s'y rencontrent, & qui détournent les raïons de la lumiere.

dans le milieu de la glace.

Quand la glace qui s'eſt formée a fait une croûte aſſez épaiſſe pour ne pouvoir plus être rompuë par l'effort de l'eau comprimée, & que d'ailleurs le vaiſſeau qui la contient peut reſiſter à cet effort, toutes ces particules de glace qui ſont autant de petites bouteilles, ſont contre elles-mêmes ce qu'elles ne peuvent faire contre les corps qui les renferme, & ainſi elles ſe briſent les unes les autres par les endroits les plus foibles, & les fragmens avec le peu d'eau qui reſte s'attachant enſemble, & à toute la glace qui s'eſt formée, tant autour du vaiſſeau, qu'au deſſus, laiſſent dans le milieu un eſpace vuide aſſez grand, qui eſt la bulle d'air qu'on y voit ordinairement. Mais par cette explication cette bulle d'air n'eſt pas formée par un air comprimé, au contraire ce doit être un air très-ſubtil & très-dilaté.

Il ſe forme quelquefois pluſieurs bulles par les differentes ſéparations qui ſe ſont rencontrées dans l'eau avant qu'elle fût tout-à-fait glacée, & qui l'ont diviſée comme en pluſieurs vaſes qui contenoient de l'eau prête à ſe geler entierement. Quoique les bulles ſoient toutes formées dans la glace, il reſte encore quelquefois un peu d'humidité qui venant à ſe geler entierement, fait un dernier effort contre la glace qui l'environne, & la rompt avec le vaſe qui la contient. Ces effets ſe trouvent confirmés par l'experience.

VII. Digreſſion ſur l'augmentation de volume de l'eau chaude.

C'eſt par un contraire effet que l'eau chaude augmente de volume, quoiqu'elle ſe purge des parties d'air qu'elle contient. Ces parties d'air étant extrémement dilatées par la chaleur, ſoulevent l'eau, & étant devenuës fort groſſes par une grande dilatation, elles s'élevent vers ſa ſuperficie, & enfin elles ſe diſſipent : & ſans avoir recours à une matiere fulminante, on peut dire que les petites particules d'air qui ſont engagées entre les parties de l'eau, venant à ſe dilater extraordinairement les unes après les

autres à mesure qu'elles approchent de la surface de l'eau, forment ces gros boüillons qui s'élevent au dessus de l'eau. Cette seule dilation des particules de l'air renfermées dans les liquides, fait les boüillonnemens que nous voïons dans ces mêmes liquides lorsqu'ils sont dans le vuide; car l'air exterieur ne les comprimant plus, elles se dilatent à peu près autant que par l'effort du feu.

Les particules de l'eau étant longues & flexibles, écartent les parties grossieres de l'air en se mouvant avec vitesse, ensorte qu'elles composent une petite sphére d'un air très-subtil, dans laquelle se meut la particule d'eau: ainsi ces particules d'eau étant en très-grand mouvement occupent un très-grand espace; & si chacune des petites sphéres avec la particule d'eau qu'elle contient pese moins qu'un égal volume d'air grossier, il n'y a pas de doute que cette particule d'eau avec sa sphére s'élevera au dessus de l'air dans lequel elle nage. On explique par ce moïen de quelle maniere les particules de l'eau s'élevent dans l'air, quoiqu'elles soient plus pesantes que des particules d'air de même volume. VIII. Comment les particules d'eau s'élevent dans l'air quoiqu'elles soient plus pesantes.

Mais si ces particules d'eau qui sont en mouvement & qui font comme un axe dans chaque sphére qu'elles composent, viennent à être rencontrées par les sels qui leur ôtent le mouvement, l'air grossier pourra s'en rapprocher, & par conséquent cet air qui occupoit auparavant un très-grand volume se resserrera, comme on le peut voir dans une phiole vuide dont l'ouverture trempe dans l'eau, car le chaud & le froid font successivement descendre & monter l'eau dans le col de la phiole, en dilatant & comprimant l'air qui y est renfermé. C'étoit sur ce principe que Sanctorius avoit construit le Thermometre qu'on appelle de Florence; mais on l'a entierement négligé, depuis qu'on a reconnu qu'il n'avoit pas la justesse de ceux qu'on fait avec l'esprit de vin qui agit dans le vuide, à cause que IX. Condensation de l'air grossier par le froid.

les differentes pesanteurs de l'air lui causoient une alteration très-sensible.

X. L'état naturel de l'eau est d'être liquide, sans mouvement, & très-froide.

Puisque l'eau augmente de volume à mesure qu'elle s'échaufe, & qu'elle en augmente aussi quand elle se glace, il s'ensuit qu'il y a un état moïen dans lequel elle sera renfermée sous le moindre volume qu'elle puisse être, & cet état est celui où l'eau est prête à se geler : mais on ne peut pas dire que ce soit celui qui lui est naturel, puisqu'elle est toujours mêlée de quantité de particules d'air qui la mettent en mouvement, & qui en rendent le volume plus grand que si ces particules d'air n'y étoient pas, ou si elles n'avoient aucun mouvement. Il faut donc considerer l'eau dans son naturel sans aucun mouvement & liquide tout ensemble, c'est-à-dire que toutes les parties en puissent être dérangées par une force aussi petite qu'on la voudra supposer ; ce qui est possible si ces parties sont infiniment polies. Il s'ensuivroit aussi que cet état de l'eau causeroit une sensation de froid aussi grand que celui de la plus forte glace, suivant la définition que j'en ay donnée d'abord, si elle étoit capable d'arrêter le mouvement des particules d'eau qui sont dans la peau qu'elle touche : mais à cause qu'elle seroit disposée à se mouvoir très-facilement, elle ne pourroit faire qu'une très-foible impression sur les sens. Il n'en est pas de même des particules d'eau glacée ; car elles ne sçauroient être mises en mouvement sans un effort assez grand pour en détacher les sels qui les ont arrêtées. Il faut donc faire une très-grande difference entre le froid de l'eau dans son état naturel, & celui de la glace ; ce que l'on ne doit entendre que du repos des particules de l'eau dans ces deux états.

XI. Cause d'un grand froid sans glace.

Lorsqu'il se rencontre trop d'eau à proportion de la quantité des sels qui pourroient la fixer, il ne se forme point de glace, les particules de l'eau qui sont arrêtées autour des sels ne se pouvant pas joindre ensemble, à cause

cause qu'il se rencontre entre deux trop de particules d'eau qui détachent celles qui sont déja jointes aux particules des sels, en les choquant continuellement ; & la froideur de l'eau augmente seulement par la privation du mouvement de quelques-unes de ses parties.

Lorsqu'au contraire il y a dans l'air une très-grande quantité de ces sels, une seule goute d'eau en retient trois & quatre fois plus qu'il n'en faudroit pour la priver de mouvement ; mais ces particules de sel qui ne sont arrêtées à l'eau que par quelques endroits, s'en détachent facilement pour se joindre à de nouvelle eau qui survient, & qui les touche en plus de parties.

XII. Raison de ce qui arrive aux fruits gelés lorsqu'on les trempe dans l'eau.

De-là il s'ensuit que les corps gras & huileux, & qui n'ont que très-peu de parties d'eau, ne sont pas propres à retenir ces sels, & par conséquent ils ne se gelent pas facilement. Par cette raison, les fruits, le vin, l'huile, & plusieurs autres liquides de cette nature, ne se gelent pas aisement, quoiqu'ils renferment beaucoup de ces sels qui y sont arrêtés à quelques particules d'eau. Lorsqu'un fruit est gelé par la grande quantité des sels qui s'y sont introduits, si on le met dans de l'eau qui ne soit pas chaude, toutes les particules de sel qui n'étoient arrêtées qu'en partie à l'eau qui est dans le fruit, s'en détachent facilement pour s'insinuer dans l'eau qui environne le fruit, parce qu'elles trouvent plus de facilité à se joindre à ces parties d'eau, qu'à celles qui sont dans le fruit entremêlées de parties huileuses ; ainsi il arrive que le fruit se dégele presque tout d'un coup, & qu'il se fait tout autour une croûte de glace fort dure & fort claire. Si l'eau étoit chaude, le trop grand mouvement de ses parties empêcheroit que la glace ne se formât autour du fruit, à cause que les petites parties glacées de l'eau & de ses sels ne pourroient pas se joindre ensemble ; & ce mouvement des particules de l'eau se communicant à celles qui sont dans

le fruit, en romproit le tissu & le reduiroit en une espece de boüillie, ensorte qu'il perdroit entierement son goût.

XIII. Raison de la formation du verglas.

C'est aussi de la même maniere que se forme le verglas. Car après une forte gelée, lorsque suivant cette hypothése tous les corps sont extrémement remplis de ces sels qui forment la glace, s'il tombe un peu d'eau sur des pierres, sur du bois, & sur d'autres corps, aussi-tôt cette eau se glace, & fait ce que nous appellons le verglas, à cause que les sels qui sont dans ces corps, & qui y sont attachés au peu d'humide qu'il y a, le quittent facilement pour s'attacher à l'eau qui survient, dont ils forment une croûte de glace; & ces corps se dégelent presqu'aussi-tôt, ensorte que la croûte de glace qui les environne peut en être séparée facilement. Si l'eau survient en trop grande abondance, ces sels ne peuvent plus la fixer, & se mêlant indifferemment dans toute cette eau, la glace se liquefie entierement.

XIV. Ce qui arrive aux murs pendant le dégel.

On voit sur les murs qui sont faits en partie de pierres dures, & de tendres & spongieuses, que pendant le dégel, il se forme une espece de nége sur celles qui sont dures. Ce qui vient de ce que les particules de l'eau répanduës dans l'air, qui y forment ordinairement des broüillards assés épais, rencontrant ces corps durs qui sont remplis des sels qui les peuvent fixer, se gelent tout aussi-tôt, parce que ces sels s'y attachent, & les particules d'eau venant successivement se joindre aux premieres, elles s'y gelent aussi presqu'en même-tems, en s'attachant les unes aux autres, & forment toutes ensemble cette espece de nege que nous voïons sur ces pierres. Les autres pierres qui sont molles & spongieuses conservent une plus grande quantité d'eau, & les particules d'eau qui sont répanduës dans l'air, s'insinuent plûtôt dans les pores de ces pierres, qu'elles ne sont arrêtées par les sels qui y sont, & qui d'ailleurs ont une assés grande quantité d'humidité

pour les retenir. On peut aussi rendre raison de la même maniere de la formation de cette espece de nege qui s'attache aux petites branches des arbres, & aux cheveux.

XV. Pourquoi les corps glacés paroissent plus froids que l'air.

L'air ne paroît jamais si froid que les corps glacés, car il ne sçauroit retenir autant d'eau que les autres corps, & par conséquent il y aura moins de ces sels qui fixent l'eau, que dans les autres corps. Il arrivera donc, que si l'on applique la main contre un corps glacé, on sentira un très-grand froid; car les sels qui y sont en très-grande abondance, & qui n'y sont pas fortement retenus, le quittent en partie pour se joindre à l'humidité qu'il y a dans la chair de la main.

On trouvera aussi que l'eau qui est très-froide & prête à se glacer, paroîtra beaucoup plus froide que l'air par la même raison: mais il arrivera le contraire en Eté; car l'eau des rivieres & des étangs paroît beaucoup plus chaude que l'air, comme on s'en apperçoit en se baignant, ce qui ne vient que de ce que l'eau qui est un corps plus grossier que l'air reçoit plus fortement la chaleur du Soleil, & la conserve plus long-tems; outre que dans cette saison il y a très-peu de sels propres à arrêter le mouvement des particules de l'eau.

XVI. Experience du Thermometre couvert de nege, qui remonte dans une forte gelée.

On peut encore rendre raison par cette même hypothése, de ce qui arrive au Thermometre pendant une forte gelée, supposant, comme il est assez vrai-semblable, que le vent poussant les sels dont nous parlons, les fait entrer avec plus de force dans les corps.

Lorsqu'il gele très-fort, si l'on expose au vent un Thermometre qui étoit à l'air, il descend considerablement; mais si-tôt que l'on couvre la boule du Thermometre avec de la nege, l'esprit de vin qui s'étoit reserré dans la boule, remonte aussi-tôt dans le tuïau.

Voici comme je rends raison de ce phenomene. Le vent fait passer au travers du verre plus de sels qu'il n'en

passeroit sans son effort, & les particules d'eau qui sont dans l'esprit de vin s'en chargeant autant qu'elles peuvent, elles perdent presque entierement leur mouvement; & par conséquent elles occupent moins de volume qu'auparavant, & l'esprit de vin se condense ; mais ensuite si l'on couvre le Thermometre avec de la nege, l'esprit de vin remonte dans le tuïau, car les particules des sels qui s'étoient joint à l'humidité mêlée parmi l'esprit de vin, s'en détachent facilement pour se joindre à celle de la nege, qui est plus propre à les retenir, en aïant une plus grande quantité.

XVII. Application de cette experience à l'usage que l'on fait de la nege pour dégeler les parties du corps.

C'est par cette même raison, que lorsque quelque partie du corps s'est gelée par un très-grand froid, on y applique aussi-tôt de la nege, qui retire à soi les particules des sels qui s'étoient insinuées dans les chairs, ce qui rétablit la partie dans son premier état qui se corromproit sans ce prompt secours.

XVIII. Explication des congelations pendant l'Eté.

Il ne sera pas difficile dans cette hypothése d'expliquer comment se font les congelations des liqueurs pendant l'Eté. On prend de la glace pilée, ou de la nege, parmi laquelle on mêle beaucoup de sel, & en aïant enveloppé un vase plein d'eau, on trouve qu'elle se gele en très-peu de tems. Si l'on ne met point de sel parmi la nege l'eau ne se gelera pas, à moins qu'elle ne soit déja très-froide. Le salpétre au lieu de sel fait plus d'effet, & le sel armoniac beaucoup plus.

Le sel commun, le salpétre, & le sel armoniac contenant une grande quantité des sels qui servent à la congelation, augmentent la force de la nege en se mêlant parmi ceux qui y sont retenus ; & pénétrant ensemble le vase qui contient l'eau, ils la font prendre facilement. Si l'on n'ajoûtoit point de sel avec la nege, les particules des sels qu'elle contient auroient de la peine à s'en détacher, n'y en aïant pas une trop grande quantité, le superflus qui

n'étoit pas fortement arrêté dans l'eau de la nege, s'étant dissipé depuis le tems qu'elle a été renfermée, & de plus, le peu qui s'en détacheroit ne pourroit pas faire prendre les parties de l'eau du vase, qui sont en très-grand mouvement.

Il n'en arriveroit pas de même si l'eau étoit très-froide comme dans l'hyver, car dans ce tems-là la seule nege sans sel peut faire geler l'eau.

Car aussi par cette même raison que l'on fait geler de l'eau qui est très-froide, en enveloppant la phiole avec du sel armoniac tout seul sans le secours de la nege; car ce sel contenant une grande quantité des sels qui servent à la congelation, il en passe beaucoup au travers du verre, lesquels se joignant à l'eau, qui n'a pas presque de mouvement, ils la glacent fort aisement. XIX. Congelation avec le sel armoniac tout seul.

On dit que sous la Zone Torride on fait rafraîchir l'eau & le vin, en exposant à l'air pendant la nuit le vase ou la bouteille qu'on a couverte & enveloppée auparavant avec du sel ou du salpétre. L'air de la nuit dans ce païs-là est très-froid; c'est-à-dire dans notre hypothése qu'il y a beaucoup de sels propres à fixer l'eau, lesquels étant joints à ceux du salpétre, augmentent considerablement leur force pour ôter le mouvement à une grande partie des particules de l'eau. XX. Pour rafraîchir l'eau dans la Zone Torride.

Lorsque l'on fait geler quelque liqueur pendant l'Eté, si l'on jette de l'esprit de vin pardessus la glace ou la nege qui est mêlée avec le sel ou le salpétre, la liqueur se gele plus fortement & plus vîte. XXI. L'esprit de vin sert beaucoup à la congelation des liqueurs.

Cet effet est causé par les sels propres à la congelation des liquides dont l'esprit de vin est rempli; quoiqu'il ne puisse pas se congeler lui-même à cause des parties huileuses qu'il contient, lesquelles empêchent la coagulation,

On ne peut pas douter que l'esprit de vin ne soit

rempli de ces sels ; car si l'on en fait l'analyse en le faisant brûler, on en tire une très-grande quantité d'eau fort claire & très-âcre au goût, laquelle n'a plus rien d'inflammable.

XXII. Pour empêcher le fruit de geler. On empêche les fruits de geler quand on les couvre d'un peu de paille, & qu'on étend par dessus un drap moüillé. Il est facile de voir, que suivant cette hypothése, ce drap moüillé empêche que la gelée ne penetre jusqu'au fruit; car les particules des sels rencontrant l'eau de ce drap, elles s'y arrêtent, & ne doivent pas passer outre s'il n'en survient une trop grande quantité pour être retenuë par l'eau du drap. Mais si au lieu d'un drap on le couvroit avec une natte de paille fort épaisse, & qui fut bien moüillée, il n'y a pas de doute que le fruit ne se conservât encore mieux sans se geler ; car il y auroit une plus grande partie de sels qui pourroient s'arrêter dans l'eau de la natte.

Les paillassons dont on couvre quelques plantes dans les jardins pour les conserver contre la rigueur du froid, font à peu près le même effet, lorsqu'il tombe dessus de la pluie ou de la nege : outre qu'il s'éleve continuellement de la terre une vapeur temperée qui entretient la plante, & qui s'attachant aux paillassons par le dedans, s'y gele & empêche les sels de passer plus avant.

XXIII. Gelée sans un grand froid, & même pendant l'Eté, sans artifice. On peut encore expliquer par cette hypothése un phenomene assés extraordinaire, qui est la formation de la glace dans un tems où il ne fait pas froid, & même pendant l'Eté. Il se peut faire qu'il y a dans la terre en quelques endroits une très-grande quantité de sels qui servent à la congelation, comme nous voïons qu'il y a des carrieres de sel commun & de salpetre. La partie la plus volatile de ces sels ne pouvant se détacher de la masse où elle est enveloppée, & ne pouvant s'élever que dans une certaine disposition de l'air exterieur, on ne doit pas s'éton-

ner si l'on voit des ruisseaux & mêmes des rivieres se glacer dans un tems où il ne fait que mediocrement froid; car si ce tems est propre pour l'évaporation de ces sels, il n'y a pas de doute qu'en s'insinuant dans l'eau ils la glaceront fort promptement. On doit remarquer qu'il ne se formera pas toûjours de la glace, quoiqu'il s'éleve de la terre une grande quantité de ces sels, car le grand mouvement des particules de l'eau pourra empêcher l'effet que les sels devroient produire.

Si dans la glaciere de Besançon en Franche-Comté nous supposons qu'il s'éleve plus de sels propres à la congelation dans l'Eté que dans l'Hyver, l'eau demeurant dans ces lieux souterrains à peu près dans le même état de chaleur ou de froid pendant toute l'année, & la quantité des sels étant assez grande pour fixer l'eau dans l'état où elle est, il faudra necessairement qu'il s'y forme de la glace dans cette saison, & qu'au contraire en Hyver l'eau soit coulante & qu'elle paroisse chaude, comme on le juge de toutes les eaux qui sortent de terre pendant le froid.

XXIV. L'eau gele plûtôt en touchant un corps froid, que lorsqu'elle est exposée à l'air.

Les particules de l'eau répanduës dans l'air & qui sont fixées par les sels, ne pouvant plus se soutenir à cause qu'elles sont plus pesantes que l'air par leur nature, & qu'elles ne composent plus ces petites sphéres d'air subtil dont nous avons parlé, s'attachent à tous les corps qu'elles rencontrent, & forment en partie cette nege ou gisvre qui tient aux corps les plus déliés, & même aux filets des toiles d'araignée. Ainsi dans la forte gelée l'air se doit purger de toute son humidité, & c'est aussi dans ce tems-là qu'il paroît le plus pur lorsqu'on observe les planetes ou les étoiles avec les grandes lunettes d'approche. Alors l'air n'aïant plus ou très-peu d'humidité pour retenir les sels qui surviennent continuellement, ils s'insinuent autant qu'ils peuvent dans tous les corps, & s'attachent aux petites particules d'eau qu'ils y rencontrent. C'est pourquoi

si les sels discontinuent de s'élever en aussi grande quantité qu'ils faisoient auparavant, l'air ne paroîtra pas bien froid, pourveu qu'il ne soit pas humide, & l'eau que l'on exposera à cet air ne pourra pas se geler, sur tout s'il y en a une épaisseur considerable; mais si l'on étend cette eau sur quelque corps qui se soit rempli des sels propres à la fixer, ils la toucheront en beaucoup de parties, & s'y joindront aussi-tôt en se débarassant de celle qui est dans ce corps, & à laquelle ils ne sont attachés qu'en partie, & la geleront presqu'en un moment, comme j'ay déja dit en expliquant la cause du verglas.

Je dis que l'air ne paroîtra pas bien froid, s'il contient peu de sels, pourveu qu'il ne soit pas humide; car s'il étoit humide, les particules d'eau qu'il contiendroit se chargeroient promptement des sels qui sont répandus dans tous les corps ausquels ils ne sont pas fortement attachés, & par conséquent cet air humide & presque gelé, nous feroit sentir un grand froid en nous communiquant une partie de ses sels, comme je l'ay déja expliqué.

XXV. Objection sur ce que les métaux paroissent très-froids, quoiqu'ils ne puissent pas retenir beaucoup de sels.

On pourroit m'objecter que le fer & les autres métaux paroissent très-froids au toucher, quoiqu'il ne paroisse pas qu'ils puissent retenir une grande quantité des sels qui servent à la fixation de l'eau.

Il est vrai qu'il ne semble pas que dans ces corps il puisse y avoir beaucoup d'humidité à laquelle les sels puissent s'arrêter: mais il est certain qu'il y en a beaucoup qui s'attachent sur leur superficie & dans les petites inégalités qui s'y rencontrent, & ces particules d'eau étant arrêtées par les sels, se communiquent presque toutes à la fois à la chair de la main qui les touche, & c'est ce qui fait sentir d'abord un grand froid, comme j'ay dit cy-dessus dans l'article 15e.

XXVI. Il y a des vents très-

Entre toutes les observations que l'on fait sur le froid, il y en a une qui me paroît très-considerable, & qui favorise

favorise beaucoup cette hypothése. Dans une même saison de l'année on sent quelquefois des vents chauds, & quelquefois des vents froids; & quoique le jugement que l'on fait du chaud & du froid dépende en partie de la disposition des organes du corps, on ne sçauroit pourtant nier qu'entre des vents d'une égale force, il n'y en ait qui ne soient plus chauds ou plus froids les uns que les autres.

froids, quel- qu'ils ne soient pas violens.

Il faut donc qu'il y ait dans les vents que nous appellons froids, quelque chose qui fasse sur notre corps une impression differente de celle que font les autres vents qui ne nous paroissent pas si froids, quoi qu'aussi violents; mais puisque les vents ne sont qu'une agitation de l'air, il doit donc y avoir dans cet air quelques parties que le vent agite de telle sorte qu'elles fassent sur notre corps une impression differente de celle qu'elles y faisoient auparavant; & je dis que ces parties ne sont autre chose que les sels qui servent à fixer l'eau, qui penetrent la peau quand ils sont agités, avec plus de violence que lorsqu'ils flottoient librement dans l'air; c'est ce qui se trouve confirmé par l'experience du Thermometre que j'ai rapportée dans l'article 16[e].

XXVII.
La glace fond plus vîte dans l'eau tiede, qu'auprès du feu.

Enfin il est facile de rendre raison pourquoi la glace se fond plus vîte & plus facilement dans l'eau tiede, qu'auprès du feu; car suivant cette hypothése les particules des sels qui ont fixé l'eau s'en détachent facilement pour se joindre à d'autres particules d'eau qui les environnent, au lieu qu'il faut que le feu fasse un grand effort pour les mettre en mouvement, & pour les arracher de l'eau, de laquelle ils entraînent toujours une grande partie quand la glace commence à se fondre. L'experience nous montre aussi qu'on peut se rechauffer les mains bien plus promptement & plus facilement dans l'eau chaude, qu'auprès d'un grand feu.

XXVIII. Remarques sur la gelée des pierres dont on se sert dans les bâtimens.

On voit assés communement des pierres qui étant exposées à la gelée, se séparent par feüillets, & sur tout si elles ont été moüillées un peu avant la gelée. Il n'est pas difficile de reconnoître que cette séparation se fait selon les differens lits de la pierre, qui ne sont joints ensemble que par une matiere mole & spongieuse, qui peut retenir beaucoup plus d'eau que le reste de la pierre. Cette eau venant à se geler, doit occuper plus d'espace qu'elle ne faisoit auparavant, comme j'ay expliqué cy-devant, & faisant le même effet qu'une infinité de petits coins qu'on y auroit introduits, elle la casse & la sépare dans les endroits où il y a une plus grande quantité d'eau.

On voit des pierres qui gelent, & d'autres qui ne gelent pas, quoiqu'elles soient tirées des mêmes carrieres, & qu'elles soient posées dans les mêmes endroits d'un bâtiment; & c'est ce qui pourroit faire croire que la gelée des pierres ne viendroit pas toûjours des séparations qu'il y a entre les lits, outre que l'on voit quelques pierres dont la gelée enleve des éclats semblables à peu près à ceux que les ouvriers abattent de leurs pierres à grands coups de marteau; & l'on remarque aussi que la plûpart des fentes qui se font aux pierres gelées ne suivent pas la direction de leurs lits.

Cette observation m'a donné lieu de croire, que la maniere dont on taille les pierres peut contribuer beaucoup à les faire geler, c'est-à-dire à les faire éclater & rompre pendant la gelée.

Voici de quelle façon les ouvriers taillent ordinairement les pierres. Après avoir dressé quelques-uns des paremens & des lits d'une pierre, ils sont obligez pour lui donner la forme qui lui convient, d'en abattre un morceau considerable par quelqu'une des extrémitez, & pour aller plus vîte, ils frappent dessus à grands coups des plus gros marteaux dont ils se servent. Or il est impossible que

par ces coups violents ils n'étonnent toute la masse de la pierre, & que dans quelques endroits il ne s'y fasse de petites fentes imperceptibles à la vûë qui pénetrent quelquefois très-profondement dans le corps de la pierre. On ne peut pas appercevoir ces fentes à cause de l'opacité de la pierre; mais aux corps transparens, comme au verre, on les reconnoît fort facilement. L'eau s'étant ensuite insinuée dans ces petites fentes, si la gelée survient elle la gele, & lui faisant occuper plus de place qu'elle n'en tenoit auparavant, par les raisons que j'en ay données cy-devant, la pierre se casse dans les endroits où il y avoit des fentes.

Les pierres qui sont fort engagées dans un bâtiment, & chargées d'un grand poids, ne se peuvent fendre par leurs lits, ce que les ouvriers appellent se déliter, à cause que la grande pesanteur résiste à l'effort que font les particules de la glace pour casser les pierres en ces sens.

J'ay fait souvent une expérience, qui me persuade que les coups qu'on donne sur une pierre, quand même ils ne seroient pas violens, sont capables d'en desunir les parties par les endroits où elles ne sont pas fortement liées les unes avec les autres.

J'ay pris un grais fort gros, & qui me paroissoit d'une consistance très-ferme & très-solide, & en le tenant dans la main j'ay frappé dessus à petits coups de marteau, & j'ay apperçû qu'en très-peu de tems il se fendoit en plusieurs endroits dont il tomboit quelques grains; & enfin j'ay trouvé que ces coups en avoient tellement ébranlé toutes les parties, que l'on pouvoit le réduire en poudre en le froissant entre les doits. Il n'arrivera pas la même chose aux pierres molles & spongieuses comme la pierre de Saint Leu, car les coups de marteau qu'on donne sur ces pierres s'amortissent & font seulement rentrer quelques parties les unes dans les autres en les écrasant, & ne peuvent pas facilement y faire des fentes.

On a fait encore sur la gelée des pierres, d'autres experiences qui confirment le systême de la glace que je propose icy. Vers la fin de l'Automne on a emploïé dans un bâtiment considerable des pierres de Saint-Leu en trois manieres differentes. Dans la premiere, les pierres avoient été exposées au Soleil pendant tout l'Eté & s'étoient ressuïées entierement. Dans la seconde, les pierres avoient aussi passé tout l'Eté sur le port; mais un peu avant que d'être emploïées, la riviere étant cruë elles étoient demeurées assez long-tems dans l'eau, & lorsqu'on les emploïa elles étoient toutes mouillées. Dans la troisiéme, les pierres étoient nouvellement tirées de la carriere & n'avoient pas encore eu le tems de se ressuïer.

Il est arrivé que les premieres se sont fort bien conservées pendant l'Hyver, comme il arrive ordinairement à cette sorte de pierre; que les secondes, quoiqu'elles fussent toutes mouillées, n'ont pas laissé que de résister à l'effort de la gelée; mais que les troisiémes se sont presque toutes cassées en se gelant.

Pour les premieres, on ne voit rien qui les auroit pu faire geler: mais il semble que les secondes étant toutes remplies d'eau auroient dû se rompre toutes par la gelée; car on ne peut pas douter que l'eau dont elles étoient remplies ne se soit gelée, cependant la glace n'a fait aucun effort contre cette pierre. On pourroit croire que cette pierre mouillée s'est conservée à peu près de la même maniere que j'ay expliqué cy-devant, que l'on conserve les fruits pendant la gelée : c'est-à-dire qu'il s'est fait sur la superficie de cette pierre une croûte de glace qui a empêché que le froid n'ait penetré fort avant au dedans, les particules de sels s'étant arrêtées dans l'eau de la superficie. Mais pour les troisiémes, elles se sont gelées jusque dans le cœur, quoi qu'elles ne fussent pas si mouillées que les secondes, à cause qu'étant encore nouvellement sorties

de là carriere, elles conservoient quantité de sels qui étoient propres à la congelation de l'eau, & qui n'avoient pas eu le tems de s'en dégager. Les secondes au contraire s'en étoient entierement purgées, car quand même il en seroit un peu resté au dedans, après avoir demeuré fort long-tems exposées à l'air, il est très-vrai semblable que l'eau dans laquelle elles avoient trempé, les auroit dissous, & les auroit entraînés à peu près comme il arrive au bois flotté; outre que suivant cette hypothése ces sortes de sels se joignent plus facilement à l'eau qu'à toute sorte d'autres corps.

Il reste seulement icy une difficulté, qui est de sçavoir comment cette pierre qui est homogéne, s'est rompuë en se gelant jusque dans le cœur, puisqu'elle n'a point de lits ou de fils dans lesquels l'eau se puisse conserver en plus grande quantité que dans le reste de la pierre. Ce que j'explique en cette maniere.

Il arrive à ces pierres la même chose à peu près qu'à des vases remplis d'eau, ou à quelque gros morceau de glace dont le milieu ne se prend tout-à-fait qu'un peu de tems après que les bords se sont gelées. Ces vases ou ces morceaux de glace se cassent en plusieurs pieces lorsque l'eau se prend entierement & fortement, par les raisons que j'en ay données cy-dessus dans l'article 6[e].

On peut encore donner une raison pourquoi des pierres qui sont gelées jusque dans le cœur, se rompent plus facilement étant emploïées & mises en œuvre, que lorsqu'elles sont exposées à l'air dans un chantier; & c'est ce que l'on voit arriver assez souvent à des pierres, qui aïant été nouvellement tirées de la carriere, ont résisté à de fortes gelées, & quand elles sont emploïées elles se cassent au premier effort du froid.

Cet accident peut arriver, comme j'ay déja remarqué, par le travail qui peut avoir fait quelques fentes impercep-

tibles jusque dans le cœur de la pierre : mais quand on supposeroit qu'il n'y auroit aucune félure ou fente, il se peut faire qu'une pierre en se gelant tout-à-fait ou en partie, se cassera étant emploïée dans une masse de bâtiment, laquelle résisteroit à un semblable effort de la gelée si elle étoit exposée à l'air. Voicy la raison que j'en donne.

Il n'y a point de corps qui ne soit capable de ressort, les uns plus, les autres moins; l'expérience nous fait voir que les pierres en ont beaucoup, & qu'elles en ont plus à proportion qu'elles sont plus dures; nous sçavons aussi que la glace a un grand ressort, c'est pourquoi les pierres glacées doivent avoir beaucoup de ressort. Mais nous connoissons par la Geométrie, que de tous les solides enfermés par des superficies égales, il n'y en a point de plus grand que la sphére: c'est pourquoi une bouteille qui est sphérique lorsqu'elle est remplie d'eau qui vient à se geler, elle se casse tout aussi-tôt; car l'eau occupant plus d'espace qu'elle ne faisoit auparavant, force la bouteille de s'étendre: mais comme elle ne peut pas prendre une figure qui ait une plus grande capacité avec la même superficie, elle ne sçauroit resister que très-peu à cet effort sans se rompre, c'est-à-dire autant que la tissure des parties peut se relâcher sans se séparer entierement.

Il n'en sera pas de même, si la figure de la bouteille ou de la glace est un parallelepipede; car comme elle pourra prendre une figure qui contiendra plus d'espace, elle résistera beaucoup plus à l'effort de la dilatation, comme on voit par l'expérience d'une bouteille applatie qui s'enfle un peu lorsqu'on soufle dedans, & qui par conséquent peut résister beaucoup plus à l'effort de la glace, que si elle étoit sphérique.

Par cette raison il est aisé de voir, qu'une pierre qui est pour l'ordinaire un parallelépipede, étant gelée jusque dans le cœur, & étant exposée à l'air, peut prendre une

figure qui contiendra un peu plus que celle qu'elle avoit auparavant, ses superficies & sur tout ses lits venant à s'élever un peu vers le milieu. Mais si cette pierre est engagée dans un corps de bâtiment, il ne reste à l'air, pour l'ordinaire, qu'une seule des moindres superficies qui la renferment, & qui même ne doit pas être un des lits; c'est pourquoi cette superficie de la pierre ne pouvant pas souffrir toute seule autant d'extension que toutes les autres ensemble, se doit rompre par un bien moindre effort, que lorsqu'elle étoit toute exposée à l'air. On ne doit pourtant pas comparer l'effort de la glace à la partie de la superficie de la pierre qui est exposée à l'air; car il faut considérer que le froid a bien moins de prise sur une pierre qui est engagée dans un bâtiment, que sur celle qui est exposée à l'air.

Ce que j'ay dit des félures des pierres est si véritable, que dans les ouvrages d'architecture & de sculpture, on doit éviter avec grand soin de se servir des marbres qui ont été petardés, c'est-à-dire dont les bloqs ont été détachés de leur masse dans la carriere par l'effort d'un petard de poudre à canon. Car l'effort du petard ne sépare pas seulement le bloq de toute la masse de la pierre, mais il étonne toute la pierre des environs & le bloq qu'il détache. Ces étonnemens ou ébranlemens causent dans la pierre des cassûres ou félures qui sont d'abord imperceptibles; mais peu à peu l'eau s'insinuant dans ces petites fentes, corromp le marbre, & les fentes commencent à se faire voir; & enfin l'eau pouvant s'insinuer en assez grande quantité dans ces ouvertures; la gelée peut être assez forte pour rompre de très-gros bloqs de marbre, comme je l'ay expliqué cy-devant. XXIX. Observation sur le marbre.

Mais on auroit peut-être de la peine à croire, que de très-petites particules d'eau venant à s'enfler un peu, pussent faire un effort si violent, si l'on n'en avoit une preuve XXX. Experience sur les pierres meulieres.

dans une expérience très-familiere. Lorſqu'on veut fendre de très-groſſes pierres qui tiennent de la nature du caillou, & qu'on appelle meulieres à cauſe qu'on s'en ſert à faire des meules de moulin ; on fait tout autour à l'endroit où l'on veut la fendre, de petits trous de la profondeur de deux pouces environ, & de la groſſeur d'un quart de pouce. Enſuite on prend des chevilles de bois de ſaule bien ſéché au four, leſquelles étant enfoncées avec force dans les trous, on jette de l'eau également ſur toutes ces chevilles, qui ſe renflant peu à peu font enfin un ſi grand effort toutes enſemble, qu'elles fendent la pierre à l'endroit où elles ſont placées.

XXXI. Pourquoi on ſent de la chaleur en touchant certains corps, comme la laine, la plume, &c.

L'air qui eſt toûjours en mouvement, & qui contient quelques parties des ſels qui ſont propres à fixer les particules de l'eau, rapporte contre la peau de nouveaux ſels à meſure que ceux qui la touchent ont penetré au-dedans & ſe ſont joints à l'humidité de la chair ; c'eſt pourquoi la peau qui eſt expoſée à l'air doit ſentir du froid, qui s'augmente & qui penetre au-dedans, juſqu'à ce que le mouvement du ſang qui vient continuellement du cœur, ſoit aſſez fort pour réſiſter à la violence que font les ſels pour ſe joindre aux parties de l'eau qui ſont dans la peau & dans la chair. Mais quand on touche des corps qui ſont ſecs & gras de leur nature, & qui ne peuvent retenir qu'une très-petite quantité des ſels qui ſervent à la congelation, comme la laine, le coton, la plume & d'autres, on ſent une eſpece de chaleur : car ces corps empêchant que l'air qui environne la peau ne ſoit en grand mouvement, il ne ſurvient que fort peu de nouveaux ſels qui puiſſent la penetrer, & le mouvement du ſang s'étendant plus qu'il ne faiſoit auparavant : on commence à ſentir de la chaleur dans les parties où l'on ſentoit du froid.

Quelques-uns de ces corps, comme la laine, peuvent encore faire ſentir de la chaleur par une raiſon differente

de

de celle que je viens de rapporter. Car comme ses poils sont courts & frisés, elle est comme herissée d'une infinité de petites pointes, qui piquottent & frottent la peau quand on la touche, ce qui y cause de la chaleur. C'est aussi ce que l'on remarque quand on n'a pas accoûtumé de sentir des étoffes de laine posées immediatement sur la peau; comme des gands qui y excitent une chaleur formée par un piquottement & une démangeaison presqu'insupportable. Les gands de chévreau dont le poil est tourné en dedans font aussi à peu près le même effet. Le linge de coton cause aussi de la démangeaison à la peau, à cause que ses petits poils sont courts & frisés: mais comme ils sont beaucoup plus déliés que les autres, & qu'ils ne sont pas de la nature du poil des animaux, ils ne font pas un effet aussi sensible.

On explique aussi de la même maniere, pourquoi le linge fait de chanvre & de lin paroît froid quand on le touche; car étant composé de fibres longues & déliées comme de petits filets de verre; elles s'appliquent exactement contre la peau sans la piquotter; & de plus comme elles sont fort seches de leur nature & qu'elles n'ont rien de gras, elles retiennent facilement & en assez grande quantité les particules de l'eau qui sont répanduës dans l'air, ce qui est facile à éprouver, lesquelles se chargent ensuite des sels propres à geler l'eau. XXXII. Que le linge paroît ordinairement froid quand on le touche.

Pour ce qui regarde la réfraction de la glace, j'ay fait imprimer dans les memoires de l'Academie du mois de Février de l'année 1693. qu'elle étoit un peu moindre que celle de l'eau dont elle est formée, ce qui est conforme à ce que l'on observe ordinairement de la nature des corps transparens; car on sçait que la réfraction du diamant est plus grande que celle du cristal de roche; que celle du cristal de roche est plus grande que celle du verre; que celle du verre est plus grande que celle de l'eau; mais on XXXIII. De la réfraction de la glace.

ſçait auſſi que le diamânt eſt plus dur que le criſtal de roche, c'eſt-à-dire que la tiſſure de ſes parties eſt plus ſerrée ; le criſtal de roche eſt plus dur que le verre, & le verre plus que l'eau : & comme on ſçait que le composé des particules de l'eau eſt plus ſerré que celui de la glace ; quoi qu'il ne ſoit pas ſi dur, ce qui vient ſeulement de ce que ſes parties ſont en mouvement, & que celles de la glace n'y ſont pas, ce que je ne crois pas qu'on puiſſe mettre en doute, puiſque la glace occupe toûjours un plus grand volume que l'eau dont elle eſt formée ; il s'enſuit donc que la réfraction de l'eau doit être plus grande que celle de la glace. Il ne faut pas toûjours avoir égard à la dureté des corps pour en conclure la quantité de leur réfraction, puiſque nous ſçavons par expérience que la réfraction de l'eſprit de vinaigre eſt à très-peu-près ſemblable à celle du verre, & qu'elle eſt beaucoup plus grande que celle de l'eau ; c'eſt pourquoi il faut attribuer cette grande réfraction dans l'eſprit de vinaigre aux parties qui le compoſent, quoi qu'elles puiſſent être en auſſi grand mouvement que celles de l'eau, ce qui rendroit ces deux composés également liquides.

La nature du liquide peut apporter de grandes varietés à la glace qui s'en forme : car comme on voit que par ce ſyſtéme il ne doit y avoir que les parties aqueuſes, qui ſont mêlées dans le liquide qui puiſſent ſe fixer, il eſt certain que les autres parties peuvent apporter de grandes diverſités ſoit dans le dureté de la glace, ſoit dans la figure des petits filets par leſquels elle commence à ſe former, ſoit dans le poli de ſa ſuperficie, ſoit enfin dans la figure des bulles d'air qui ſe forment au dedans. Monſieur Hombert nous a fait voir que de l'eau commune qui s'étoit gelée dans une phiole de verre où il avoit mis des morceaux d'antimoine ſans aucune préparation, étoit remplie de bulles d'air d'une figure fort differente de celle qu'on

remarque ordinairement aux bulles de l'eau commune. On pourra voir toutes les circonstances de cette observation dans les memoires de l'Academie.

Il semble que l'eau salée devroit se geler plus facilement que l'autre, à cause qu'il y a toûjours parmi le sel commun beaucoup de sels propres à fixer l'eau, cependant on éprouve le contraire. Il ne sera pas difficile d'en rendre raison dans ce systéme; car quoi qu'il y ait dans l'eau salée beaucoup de sels propres à fixer l'eau, les autres sels qui y sont en grande quantité, empêchent les petites parties qui sont gelées de se joindre les unes aux autres en se mettant entre deux, ce qui n'arriveroit pas de même s'il y avoit de l'eau, dont les particules se peuvent joindre à celles qui sont déja gelées en s'y arrêtant par differens endroits, & former toutes ensemble un massif de glace. XXXIV. Pourquoi l'eau salée se gele plus difficilement que l'eau douce.

La même raison peut servir pour expliquer pourquoi entre quelques liquides comme les huiles, il y en a qui se gelent & d'autres qui ne se gelent pas ou très difficilement, comme l'huile de noix qui ne se gele pas ordinairement, & qui perd seulement un peu de sa liquidité dans de très-grands froids, au contraire l'huile d'olive se gele au moindre froid. Car cet effet est causé par les parties grasses qui sont mêlées entre les aqueuses, & qui les empêchent de se joindre si elles sont en grande quantité, comme à l'huile de noix: au contraire s'il y en a peu comme dans l'huile d'olive elles se joindront facilement. Il faut pourtant avoüer que s'il n'y avoit que de l'eau simple mêlée dans l'huile d'olive, elle ne pourroit pas se geler aussi facilement qu'elle fait; mais on doit attribuer cet effet aux sels qui y sont mêlés; & dont la plus grande partie peuvent être de la nature de ceux qui fixent l'eau. Ce sont de ces sels dont on purge l'huile d'olive, pour la rendre plus coulante & moins sujette à roüiller le fer, comme les XXXV. Pourquoi il y a des huiles qui se gelent, & d'autres qui ne se gelent pas.

Horlogers s'en servent ordinairement, en y mêlant de la limaille de plomb qui y devient blanche, & qui s'y change en ceruse.

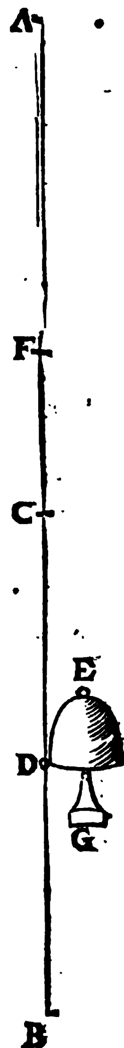


EXPLICATION
DES DIFFERENCES DES SONS
de la Corde tenduë sur la Trompette Marine.

IL y a plusieurs années qu'aïant eû occasion d'examiner pourquoi la corde de la Trompette Marine ne pouvoit donner que de certains sons, comme la plûpart des instrumens à vent; je crûs qu'en suivant les simples loix des mouvemens des corps ébranlés qui sont capables de ressort, je pouvois rendre raison de ces effets. Je commençay alors à en mettre par ordre quelque chose, mais aïant été détourné par d'autres occupations, je n'y avois plus pensé jusqu'au commencement de cette année 1692. que j'examinai la chose à fonds, dont voici un extrait.

Les experiences que le Pere Mersennes fit autrefois pour démontrer que les differens tons des cordes étoient formés par leurs differentes vibrations, & celles que plusieurs Mathematiciens ont encore faites depuis sont si convaincantes que c'est un systême qui ne reçoit aucune contestation. Les differentes vibrations font les differens tons, & les vibrations sont entre-elles selon la longueur des cordes. Ainsi la corde qui a 10 pieds de longueur & qui est tenduë d'une certaine façon, si elle fait 100. vibrations en une seconde, la moitié de cette corde qui demeurera toûjours tenduë de la même maniere fera 200. vibrations dans le même-tems d'une seconde. On sçait aussi par experience que les tons differens de ces deux cordes

font la consonance que l'on appelle octave, qui est la plus parfaite de toutes; c'est pourquoi l'on dit que lorsque les vibrations des cordes se rapportent de deux en deux on entent l'octave : ou bien, ce qui est la même chose, ces deux cordes sont à l'octave l'une de l'autre, & c'est le plus grand rapport qui puisse se trouver dans les nombres entiers en posant l'unité pour le premier terme.



Si les vibrations ne se rencontrent que de trois en trois, c'est-à-dire si elles sont comme 1 à 3; ou si l'on ne prend que le tiers de la corde, lequel fera trois vibrations contre une de la corde entiere, la consonance sera celle qu'on appelle la quinte qui est la plus parfaite après l'octave, mais cette quinte est celle du second ordre.

Si l'on passe ensuite à d'autres divisions, comme de 2 à 3, de 3 à 4, de 1 à 4, &c. on aura les autres consonances de suite, qui seront d'autant moins parfaites que les vibrations se rencontreront plus rarement; & enfin lorsque l'oreille ne peut plus y appercevoir de rapport sensible, on est parvenu aux dissonances.

Il s'ensuit donc que si une corde tenduë est divisée en deux également, & qu'on touche ses deux parties tout ensembble on entendra l'unison; si elle est divisée dans la raison de 1 à 2 on entendra l'octave; si elle est divisée dans celle de 2 à 3 on entendra la quinte; si elle est divisée dans la raison de 3 à 4 on entendra la quarte & ainsi des autres.

Cecy étant posé, il faut examiner premierement ce qui forme le son de la Trompette Marine; ensuite pour-

quoi elle donne toûjours le même ton, quoi qu'on touche la corde un peu au-dessus ou au-dessous de la juste division qui convient à ce ton; & enfin pourquoi elle fait les sauts en passant seulement de l'octave à la quinte & ensuite à la quarte, & ainsi de suite par les autres consonances jusqu'aux tons.

Si une corde AB est bien tenduë, & qu'elle soit divisée en deux également au point C, aïant posé le doigt contre la corde au point C, ensorte qu'on ne fasse que la toucher legerement, il arrivera qu'en faisant sonner l'une des parties comme AC en la touchant de quelque maniere que ce soit, l'ébranlement ou les vibrations de cette partie se communiqueront à l'autre partie CB; car la corde étant en mouvement s'écartera tout-à-fait du doigt, & le rencontrant ensuite dans chaque vibration elle se separera comme en deux cordes égales qui feront chacune leurs vibrations séparées & égales entre-elles, à cause des longueurs égales des cordes. Chaque partie de la corde fera donc un son separé; mais à cause des vibrations égales ces sons seront semblables, & ils se confondront l'un avec l'autre.

Il est facile à connoître que le son que rend la partie AC de la corde lorsqu'on la touche est très-fort en comparaison de celui qu'elle rend ensuite, & de celui de la partie CB, quoi que ce ne soit qu'un même ton. Mais si vers le milieu de la partie CB on y arrête une petite patenôtre D de verre ou d'acier, & que l'on applique tout proche de la corde un petit timbre E soutenu sur l'appui G, lorsque la partie CB de la corde sera ébranlée par la communication de la partie AC que l'on touchera, la patenôtre D venant à frapper contre le petit timbre lui fera rendre un son qui pourra être plus fort que celui de la partie AC de la corde qui est touchée, ce qui dépendra de la nature du timbre, & si le timbre est à l'unison avec la moitié de toute la corde AB, & que le son qu'il rend n'étoufe pas entierement celui

de la partie de la corde qui est touchée, leur mélange sera agréable à l'oreille, quoi que celui du timbre soit beaucoup plus éclatant que celui de la corde. Enfin si l'on touche la partie AC de la corde avec un archet, ce qui fait le même effet que si on la touchoit avec un corps sec & dur, & par reprises très-frequentes, le son que le coup d'archet tirera de la corde étant égal dans sa durée, fera aussi durer de même celui du timbre qui sera touché par la patenôtre. Mais s'il devient plus fort ou plus foible, celui du timbre recevra aussi un peu d'augmentation ou de diminution, mais non pas à proportion de la corde, car le son que rend un timbre en le frapant n'est pas augmenté ou affoibli à proportion du coup.

Maintenant si la corde est divisée au point F par le doigt qui la touche ensorte que sa partie FB soit double de AF, lorsqu'on touchera la partie AF elle fera des vibrations qui seront une fois plus promptes que celles de la partie FB; c'est pourquoi ces deux parties de la corde auront des tons qui seront à l'octave l'un de l'autre; mais le son de la grande partie sera fort foible, à cause que ses vibrations ne sont causées que par l'ébranlement de celles de l'autre partie AF, & de plus les vibrations de la partie FB dureront bien moins que n'ont duré celles de la parties CB, quoi qu'on ait touché la partie AF avec autant de force qu'on avoit fait auparavant la partie AC; ce qui vient de ce que les vibrations de la partie AF ne se rencontrant avec celles de la partie FB que de deux en deux, elles se détruisent promptement l'une l'autre, à moins qu'elles ne soient entretenuës par l'archet.

Si les parties de la corde sont en d'autres raisons, leurs vibrations qui seront aussi dans les mêmes raisons dureront plus ou moins de tems si elles se rencontrent plus ou moins frequemment. Mais si les divisions de la corde n'ont que des rapports éloignés, comme si elles étoient

dans la raiſon de 23 à 37 qui ſont des nombres premiers entre-eux, leurs vibrations qui ſont en raiſon reciproque de leurs longueurs ne ſe rencontrant que toutes les fois que la plus courte partie en auroit fait 37 & la plus longue 23, ſe détruiroient en fort peu de tems; car chacune s'efforceroit de communiquer à l'autre un mouvement different de celui qu'elle auroit. C'eſt auſſi ce que l'on pourroit remarquer facilement par le moïen du petit timbre, car on verroit qu'il ceſſeroit de ſonner preſque tout d'un coup, quoi que la partie ſuperieure de la corde eût été touchée fortement d'un ſeul coup & non pas avec l'archet.

On ne doit pas juger du rapport des vibrations par celui des nombres qui expriment les parties de la corde, à moins que ce ne ſoit les plus petits qui expriment ce rapport ou cette raiſon; car quoi que l'une des parties de la corde eût 27 parties & l'autre 36, il ne s'enſuivroit pas que leurs vibrations ne ſe rencontraſſent que toutes les fois que l'une en auroit fait 36 & l'autre 27, puiſque cette raiſon étant la même que celle de 3 à 4, il s'enſuivroit que les vibrations ſe rencontreroient toutes les fois que la plus courte en auroit fait quatre & l'autre trois.

J'ay poſé le timbre à l'uniſon de la moitié de la corde, afin que dans les grands rapports des vibrations des parties de la corde, celles du timbre s'y trouvaſſent auſſi, & qu'il fit une conſonance avec elles. Par exemple ſi la corde eſt diviſée en F, enſorte que la partie AF ſoit 1, & la partie FB ſoit 2, les vibrations des deux parties de la corde étant entre-elles en même raiſon de 2 à 1, & celles du timbre qui ſont comme celles de la partie AC de la corde, à cauſe qu'il eſt à l'uniſon avec elle; ces trois differentes vibrations ſeront entre-elles dans leurs moindres termes comme les nombres 2, 4 & 3; car ſi toute la corde eſt diviſée en ſix parties, AF en ſera 2, FB en ſera 4 & AC en ſera 3,

d'où

d'où il ſuit que les vibrations des deux parties de la corde & celles du timbre ſe rencontreront enſemble toutes les fois que la partie AF en aura fait ſix, la partie FB trois, & le timbre quatre, car le nombre ſix eſt le moindre où il ſe peut trouver les raiſons des trois nombres 2, 4, 3 & la partie AF avec FB fera une octave, la partie AF avec le timbre fera une quinte, & la partie FB avec le timbre fera une quarte, qui ſont toutes trois conſonances du premier ordre.

Mais ſi la partie AF eſt 1 & la partie FB 3 avec le timbre dont les vibrations ſont meſurées par AC qui ſera 2, les trois vibrations ſe rencontreront encore toutes les fois que AF en aura fait ſix, FB deux & le timbre trois, & l'accord de la partie AF avec FB ſera une quinte du ſecond ordre, celui de AF avec le timbre ſera un octave, & celui de FB avec le timbre ſera une autre quinte du premier ordre, qui ſont auſſi des conſonances. On en trouvera pluſieurs autres qui ſeront d'autant plus parfaites, que les nombres qui expriment les rapports de leurs vibrations ſont plus petits.

Il ne ſera pas difficile maintenant de connoître comment ſe fait le ſon de la Trompette Marine. On doit premierement remarquer que toutes les cordes à boïau qui ſont tenduës ſur la table des inſtrumens dont on jouë avec l'archet, ſont agitées par ſecouſſes très-promptes & qui s'accordent avec les vibrations dont elles ſont capables ſuivant leur longueur & leur tenſion, l'archet ne faiſant qu'entretenir ou augmenter ou diminuer la force de la vibration en pouſſant la corde également ou plus ou moins loin dans chaque vibration : car la colophone dont le crin de l'archet eſt frotté, fait qu'il s'attache à la corde & qu'il la pouſſe plus ou moins loin ſuivant qu'il lui eſt plus ou moins attaché, mais il ne ſçauroit faire que les vibrations ſoient plus ou moins frequentes, ou il ne peut y

apporter qu'un très-petit changement, ce qui ne laisse pas d'être apperçû par ceux qui ont l'oreille bien fine en touchant la corde avec le doigt & ensuite avec l'archet. L'impression que fait l'archet sur la corde qu'il touche est à peu près le même que celui qu'y feroit une scie dont les dents la rencontreroient les unes après les autres.

La corde de la Trompette Marine est bandée fortement sur sa table, & elle y est soûtenuë vers le bas sur un chevalet à deux pieds dont il n'y en a qu'un qui soit appuïé sur la table, l'autre ne faisant que l'affleurer sans y porter: mais aussi-tôt que la corde a reçû du mouvement elle le communique au chevalet dont le pied qui ne pose pas sur la table, la frappe avec des vibrations égales en vitesse à celles de la corde.

Si l'on vient donc à toucher la corde avec l'archet, elle fera un son résonant, lequel sera accompagné d'un autre son formé par les coups du pied du chevalet contre la table, & ces coups étant isochrones ou d'égale durée aux vibrations de la corde, ils formeront ensemble le son éclatant de la Trompette. La table qui fait aussi un peu de ressort entretient le mouvement de la corde & du chevalet.

Ce que j'ay dit d'abord du timbre appliqué contre la corde n'a été que pour faire entendre comment elle pouvoit causer un son beaucoup plus fort que celui qu'elle avoit par ses propres vibrations; mais il y a une difference très-grande entre le son du timbre & celui qui est formé par les battemens du pied du chevalet contre la table; car celuy du timbre sera toûjours le même à très-peu près, puisqu'il dépend entierement de ses vibrations qui sont déterminées par sa figure, & celui que fait le pied du chevalet dépend entierement des vibrations de la corde qui seront differentes suivant ses differentes longueurs, depuis le chevalet où elle pose jusquà l'endroit où elle est touchée ou divisée avec le doigt.

Il y a encore une difference très-considerable entre le son du timbre & celui du epied du chevalet, car celui-cy ne fait qu'un retentissement fort aigre, qui est pourtant à l'unison de la corde, à peu près, & l'autre sera presque toûjours un accord avec les tons des deux parties de la corde.

Je passe maintenant à expliquer pourquoi la corde de la Trompette Marine ne fait pas des tons differens, quoi qu'on la touche un peu au-dessus ou au-dessous de la division qui convient au ton.

Aïant d'abord touché avec l'archet la corde à vuide, si l'on pose ensuite le doigt au milieu, & qu'on la touche vers le haut du manche, l'ébranlement de cette partie de la corde se communiquant à celle d'embas, il la mettra en mouvement, comme je l'ay expliqué cy-dessus, & ce mouvement étant suivi des coups du pied du chevalet contre la table, ils feront ensemble des vibrations qui seront chacune double de celles que la corde faisoit étant touchée à vuide; c'est pourquoi la corde rendra un son d'un octave plus haut qu'elle ne faisoit auparavant.

Mais si l'on pose le doigt contre la corde un peu plus haut ou un peu plus bas que le milieu, on entendra toûjours le même ton, quoi que les vibrations de la partie d'enhaut de la corde ne conviennent plus exactement avec celles de la partie d'embas. Car la partie d'enhaut qui est agitée fortement par l'archet, en donnant le mouvement à la partie d'embas, elle en est aussi elle-même agitée, à cause de la grosseur de la corde qui est fortement ébranlée; c'est pourquoi ces deux mouvemens differens se rectifiant l'un l'autre, il s'en formera necessairement un moïen entre les deux, qui fera que les vibrations conviendront le plûtôt qu'il sera possible. Ainsi dans ce cas si l'endroit où la corde est touchée est plus proche de la division d'égalité que de celle de 1 à 2, elle donnera toûjours

le même ton qu'elle donnoit quand elle étoit divisée également, & sur-tout si elle est fortement touchée avec l'archet; car autrement elle rendroit un son très-desagréable, à cause que ses vibrations ne s'accorderoient pas toûjours de même ni dans des intervalles qui fussent proches entr'eux ou avec les précédens, l'ébranlement n'étant pas assés fort pour la déterminer.

De même si l'endroit où la corde est touchée est plus proche de la division de 1 à 2, que de celle de l'égalité, les sons des deux parties de la corde s'accorderont entr'eux à l'octave, & par consequent le son qu'elle rendra sera agréable à l'oreille. Il en sera de même des autres divisions.

On doit pourtant remarquer qu'entre les points qui divisent la corde dans la raison d'égalité & dans celle de 1 à 2, il y en a un qui la divise dans la raison de 2 à 3, où l'on peut trouver un ton qui s'accorde avec celui de dessous à la tierce majeure, & avec celui de dessus à la tierce mineure; mais il est difficile de toucher la corde de maniere qu'elle puisse donner ce ton.

On peut comparer ces sortes de vibrations qui se communiquent en se contraignant l'une l'autre, à celles d'un pendule dont le fil qui le soutient rencontreroit toûjours d'un côté un arrest immobile qui renvoieroit le pendule avant qu'il eût achevé sa vibration toute entiere. Ainsi un pendule qui feroit ses vibrations un peu plus longues que d'une seconde pourroit être retardé par ce moïen & réduit à une seconde, car l'arrest pourroit être placé de telle maniere que le pendule en étant suspendu, & son fil étant plus court de la distance qu'il y auroit entre la premiere suspension & celle de l'arrest, ces deux vibrations mêlées en composeroient une d'une seconde exactement. Je suppose que le mouvement du pendule fut toûjours entretenu par quelque puissance.

La raison que je viens d'apporter de ces vibrations composées, peut être confirmée par ce qui arriva à M. Hugens de Zulichem dans les premieres années qu'il appliqua le pendule aux horloges. Il attacha contre la poutre d'une chambre deux horloges à pendule qui étoient à peu près également réglées, mais on sçait que quelque précaution qu'on y puisse apporter elles ne peuvent s'accorder à faire leurs vibrations ensemble pendant plusieurs jours. Cependant M. Hugens remarqua que ces deux horloges, qui d'abord n'étoient point d'accord, le devinrent si bien que les vibrations de leurs pendules n'avoient aucune difference. Il me semble aussi qu'il m'a dit qu'il s'asseura de cette experience, car aïant desaccordé le mouvement des pendules, peu de tems après ils se remirent ensemble. Il reconnut d'abord la cause de cet effet, & il ne douta point que cette égalité ne vint de l'ébranlement que chaque pendule donnoit à la poutre qui s'accordoit enfin dans un mouvement moïen entre les deux, lequel elle communiquoit aux pendules, & ainsi les trois mouvemens des deux pendules & de la poutre n'en faisoient qu'un, qui étoit moïen entre tous.

J'ay fait une semblable experience, mais qui est bien plus sensible, pour m'asseurer de la verité de ce fait. J'ay pris un pendule simple de la longueur qu'il faut, pour faire des vibrations égales aux secondes de tems, comme je l'ay verifié par les horloges. Ce pendule étoit fait d'un plomb de cinq ou six onces suspendu à un fil, qui nétoit point tortillé. Je l'ay ensuite attaché à l'extremité d'une régle de bois fort mince, laquelle faisoit un grand ressort, & aïant attaché la régle bien ferme par l'extrémité d'où le pendule n'étoit pas suspendu, je l'ay arrêtée de telle maniere que le fil du pendule qui étoit en repos faisoit un angle droit avec la courbe de la régle ploïante dans l'endroit où le fil

étoit attaché. Le pendule aïant été mis en mouvement & ses vibrations se faisant suivant la longueur de la régle, je n'ay pû remarquer pendant plusieurs minutes aucune difference sensible entre les vibrations de ce pendule composé & celui de l'horloge qui battoit les secondes, auquel je le comparois. Mais la régle aïant été beaucoup inclinée, ensorte que le fil faisoit un angle obtus avec la courbe de la régle à l'endroit où il étoit attaché, je me suis aussi-tôt apperçû que les vibrations de ce pendule composé étoient beaucoup plus lentes que celles du pendule de l'horloge. Enfin la régle étant dans une position contraire à celle-cy, & son extrémité faisant un angle aigu avec le fil du pendule à l'endroit où il étoit attaché, j'ay encore remarqué que dans cette situation, les vibrations du pendule duroient beaucoup plus d'une seconde.

Il sembleroit d'abord qu'il devroit arriver le contraire dans cette experience; car les vibrations de la régle, qui n'étoient que d'un quart de seconde devoient plûtôt accelerer celles du pendule que de le retarder, ce qui doit aussi arriver comme à tous les pendules composés: mais aussi on doit prendre garde que ce pendule ne devoit plus être consideré de 36 pouces 8 lignes seulement comme sont les pendules simples, qui battent les secondes de tems, puisque la régle qui lui étoit jointe en augmentoit la longueur en quelque façon. Les vibrations de ce pendule composé auroient donc été plus grandes que d'une seconde, & plus grandes aussi que je ne les observois, si les vibrations de la régle ne les eussent retardées.

J'ay fait encore plusieurs remarques sur le mouvement de ces pendules, composés, par exemple pourquoi la régle qui par la vertu de son ressort battoit seule un peu moins que des quarts de secondes, faisoit ses vibrations d'une demi seconde très-juste, lorsque la partie de la régle où étoit attaché le fil du pendule lui étoit perpendiculaire;

& pourquoi hors de cette situation ses vibrations étoient plus longues, & devenoient moins sensibles à proportion que l'angle de la régle & du fil devenoient plus obtus. Il ne seroit pas difficile de donner de véritables raisons de ces effets; mais j'ay crû qu'elles s'écartoient trop du sujet que je traite icy pour les y inserer.

Les vibrations qui se font dans chaque partie de la corde de la Trompette Marine, lorsqu'elle n'est pas divisée exactement dans des parties qui soient entr'elles dans des raisons simples; comme de 1 à 2, de 2 à 3 &c. étant donc composées de deux vibrations, dont l'une est un peu plus longue & l'autre plus courte que celles qui se feroient dans la juste division, s'y réduisent enfin, & l'on ne peut remarquer de difference sensible dans le ton de la corde, quoi qu'elle soit touchée un peu plus haut ou un peu plus bas. Il n'arrive pas la même chose au violon dont il n'y a que la partie qu'on touche avec l'archet, & qui est comprise entre le doigt & le chevalet, qui fasse des vibrations sensibles; car sa corde est arrêtée fortement sur le manche par le doigt qui la presse, ce qui est très-different de la maniere dont on touche celle de la Trompette Marine. Mais quoique la corde de la Trompette Marine rende un son net, & qui n'a rien de desagréable à l'oreille, lorsqu'elle est touchée dans des points qui la divisent en des raisons simples; ce n'est pas à dire que les sons composés de ses deux parties puissent faire des passages tels qu'on voudra de l'un à l'autre, comme on le peut faire sur la corde du violon; & c'est ce qui me reste encore à examiner.

Puisque j'ay démontré cy-devant qu'il n'y a que de certaines divisions de la corde qui puissent en tirer un son net & agréable à l'oreille, & que ces divisions sont celles qui forment les consonnances entre les deux parties de la corde qui sonnent ensemble; il s'ensuit necessairement

qu'on ne pourra faire d'autres passages sur la corde de la Trompette Marine que ceux qui sont déterminés par les consonnances de suite de la premiere, seconde & troisiéme octave, & ces passages déterminés sont appelés *sauts*.

Si la corde AB de la Trompette Marine est divisée en deux également en C, ses parties étant entr'elles comme 1 à 1 elles sonneront l'unison. Ainsi lorsque la corde AB sera touchée à vuide avec l'archet, & qu'ensuite on pose le doigt en C, le passage qui se fera d'un ton à l'autre sera d'une octave, car les vibrations qui formeront les sons de la corde seront entr'eux dans la raison reciproque de la ligne AB à la ligne AC qui est 2 à 1.

Mais si la corde AB est divisée en 11 parties, & que AD en soit 5 & BD 6, le doigt étant posé en D, lorsqu'on touchera avec l'archet la partie AD de la corde, le son de l'autre partie BD s'accordera avec celui de AD à la tierce mineure qui est la premiere consonance qu'on peut trouver dans les divisions de la corde en montant de C vers A. Mais le passage du ton de la corde touchée en C & ensuite touchée en D, sera exprimé par les nombres 11 à 10 qui donnent le rapport des vibrations des deux parties de la corde AC, AD.

La consonance qui suit est la tierce majeure qui divise la corde en E ensorte que AE est 4 & BE 5 : mais AC sera à AE comme 9 à 8 qui est le rapport des longueurs d'une même corde pour faire un ton majeur. Ainsi lorsqu'on touchera la corde en C & qu'ensuite on la touchera en E le passage des deux tons qu'elle donnera sera d'un ton majeur.

La

La quatriéme division de la corde est celle de la quarte en F; car AF sera à FB comme 3 à 4, & la corde touchée en C & ensuite en F fera un passage exprimé par les nombres 7 à 6, & le passage du ton de la corde touchée en E & ensuite en F sera exprimé par les nombres 28 & 27.

Mais si la division de la corde est de 5 parties & que AG en soit 2 & BG 3 qui feront ensemble une quinte, on aura le rapport de la partie AC à AG comme 5 à 4, qui est le rapport de la tierce majeure; & AE sera à AG comme 10 à 9 ce qui est le rapport d'un ton mineur.

La sixiéme division est au point H ensorte que AH est 5 parties des 13 de toute la corde AB; les deux parties de la corde seront donc entr'elles comme 8 à 5, ce qui donne la sixiéme mineure & la partie AC sera à AH comme 13 à 10, & AG à AH comme 25 à 26.

La septiéme division est au point I ensorte que AI est 3 parties des 8 de toute la corde AB; le rapport des deux parties de la corde sera donc comme 3 à 5 qui est celui de la sixiéme majeure, & AC sera à AI comme 8 à 6 ou 4 à 3, ce qui est une quarte. Ainsi le passage de la corde touchée avec le doigt en C & ensuite en I sera d'une quarte qui est composée d'un ton majeur, d'un ton mineur & d'un semi-ton majeur par le rapport de AG à AI qui est comme 16 à 15. pour le passage de la corde touchée en G & ensuite en I.

La huitiéme division est celle qui divise toute la corde dans la raison de 1 à 2 au point K toute la corde étant de 3 parties & AK de 1; c'est pourquoi les deux parties de la corde seront à l'octave, & le passage de AC à AK sera exprimé par les rapports de 3 à 2 qui est une quinte & celui de AI à AK comme 9 à 8 qui est un ton majeur.

Voilà tous les passages qu'on peut trouver sur la corde

de la Trompette Marine depuis l'unisson ou bien l'égalité de ses parties jusqu'à la premiere octave.

Si l'on passe maintenant aux divisions de la corde qui donnent les consonances du second ordre ou de la seconde octave, la premiere qu'on trouvera sera la tierce mineure du second ordre, qui divise la corde AB dans la raison de 5 a 12, au point L, toute la corde étant de 17 parties & AL de 5; & par conséquent AC sera à AL comme 17 à 10, & AK à AL comme 17 à 15.

La division qui suit, qui est la dixiéme depuis l'égalité, est au point M ensorte que AM est 2 parties des 7. de toute la corde; & par consequent AM est à MB comme 2 à 5 qui est le rapport de la tierce majeure du second ordre: mais AC est à AM comme 7 à 4, & AK à AM comme 7 à 6.

On trouve ensuite la division N ensorte que AN est à NB comme 3 à 8 qui est la quarte du second ordre, & par consequent AC est à AN comme 11 à 6 & AK à AN comme 11 à 9.

Enfin la division O qui est la douziéme & qui donne le rapport des parties AO, DB de la corde AB dans la raison de 1 à 3, qui est la quinte du second ordre ou de la seconde octave, donnera aussi celle de AC à AO comme 2 à 1 qui est l'octave; ensorte que le doigt touchant la corde en C & ensuite en O, le passage sera d'un octave: mais s'il la touche en K & ensuite en O, le passage sera d'une quarte qui est exprimée par le rapport de AK à AO comme 4 à 3, qui est aussi composée d'un ton majeur, d'un ton mineur & d'un semi-ton majeur: mais il n'y a aucun de ces tons qui convienne aux trois divisions L,M,N qu'on a trouvées entre K & O.

Si l'on examine les deux autres divisions qui restent jusqu'à la double octave dont la premiere est P qui divise toute la corde dans la raison de 5 à 16 qui est la sixiéme

mineure du ſecond ordre, on aura le paſſage de AC à AP meſuré par les vibrations qui ſeront entr'elles comme les lignes AC & AP, c'eſt-à-dire comme 21 à 10; mais celui de AO à AP ſera comme 21 à 20.

La diviſion ſuivante en Q eſt celle qui diviſe toute la corde comme 3 à 10 qui eſt la ſixiéme majeure du ſecond ordre, & le rapport de AC à AQ eſt comme 13 à 6, & celui de AO à AQ comme 13 à 12.

Mais ſi la diviſion eſt au point R enſorte que la raiſon de AR à BR ſoit comme 1 à 4 qui eſt la double octave, le paſſage de AC à AR ſera comme 5 à 2 qui eſt la tierce majeure du ſecond ordre, & celui de AO à AR ſera comme 5 à 4 qui eſt la tierce majeure du premier ordre.

Enfin ſi l'on paſſe plus loin & qu'on diviſe la corde en S dans la raiſon de 24. à 5, qui eſt la tierce mineure du troiſiéme ordre, on trouvera que le paſſage de AC à AS qui eſt comme les grandeurs de ces lignes, ſera exprimé par le rapport de 29 à 10, & celui de AO à AS par le rapport de 29 à 20.

La diviſion qui ſuit en T fait les parties de la corde dans la raiſon de 5 à 1 qui eſt la tierce majeure du troiſiéme ordre, & elle donnera le paſſage de AC à AT comme 3 à 1 qui eſt la quinte du ſecond ordre, & celui de AO à AT comme 3 à 2 qui eſt la quinte du premier odre.

On remarquera donc qu'on ne peut faire de paſſage agréable depuis la corde touchée en O juſqu'en T, que celui qui eſt en R, mais il ſera difficile de diviſer en R la quinte entre O & T, à cauſe des rapports éloignés des parties de la corde dans cette diviſion.

On pourſuivra le reſte des diviſions de la même maniere, & l'on trouvera tous les paſſages ou ſauts qu'on peut faire ſur la corde de la Trompette Marine.

Mais quoique tous ces passages se puissent faire sur cette corde, comme je le viens de faire voir, ce n'est pas à dire qu'ils s'y fassent effectivement, & c'est ce qui est de plus difficile à expliquer. Pour en pouvoir découvrir la véritable cause, il faut bien examiner tout ce qui doit arriver aux ébranlemens des parties de la corde, qui font les differens accidens de ces sons. J'ay déja dit qu'il se doit faire un ébranlement moïen entre celui de la partie d'enhaut de la corde qui est touchée avec l'archet, & celui de la partie d'embas, lorsque celui d'embas est assés fort pour faire une impression considerable sur celui d'enhaut: mais si la corde n'est touchée que foiblement avec l'archet, la partie d'embas fera ses vibrations si foibles qu'elles ne pourront rien communiquer à celles d'enhaut, qui l'emportera toûjours quoi qu'elle soit touchée foiblement. C'est pourquoi si l'on veut faire sonner fortement la corde en la touchant par exemple en E entre les divisions C & K qui font l'unisson & l'octave des parties de la corde, la partie d'enhaut AE fera 5 vibrations contre 4 de celle d'embas BE, & les vibrations de ces deux parties ne se rencontreront qu'après ces intervalles: mais ces rapports étant trop éloignés pour les parties de la corde, qui sont presque également ébranlées, celles d'enhaut étant retardées par celles d'embas, & celles d'embas étant accelerées par celles d'enhaut, il s'en doit faire un composé moïen qui sera celui de l'égalité qui en est le plus proche. C'est pourquoi le ton de la corde sera toûjours à peu près le même qu'il étoit lorsque le doigt la touchoit en C. Je ne dis qu'à peu près à cause que ces vibrations composées des deux veritables de 5 & de 4 qui font la tierce majeure dépendent entierement de la maniere avec laquelle la corde est touchée; car il se pourroit faire que l'unisson & la tierce majeure sonneroient l'un après l'autre & par reprises fréquentes, ce qui ne donnant qu'un passage d'un ton feroit

un composé desagréable à l'oreille. Ce ne sera pas la même chose pour les passages des autres octaves, où les parties d'enhaut de la corde sont petites à l'égard de celles d'embas; car les fréquentes vibrations de la petite partie ne pouvant imprimer que peu de mouvement à celle d'embas, & celle d'embas ne faisant plus alors qu'un foible bourdonnement soûtenu par les battemens du pied du chevalet contre la table, les passages s'y feront presque de la même maniere que sur le violon.

Quoique je n'aye parlé jusqu'ici que des sons des deux parties de la corde qui est divisée par le doigt qui la touche; on ne doit pas pourtant négliger tout-à-fait celui qu'elle rend en s'élevant au-dessus du doigt, bien qu'il soit presque entierement détruit par les deux autres qui sont très-forts. Car le mouvement de la partie d'enhaut de la corde ne pouvant se communiquer à celle d'embas, que par celui de toute la corde quand elle retombe contre le doigt comme j'ay dit d'abord, la vibration de la corde entiere doit faire un son particulier. Il faudroit donc que la corde entiere & ses deux parties fissent un accord pour faire que le son qu'elle rend fût agréable, & c'est ce qu'on pourroit observer par le timbre dont j'ay parlé s'il étoit à l'unisson de toute la corde.

Il s'ensuit donc de là que lorsque la corde sera divisée dans la raison de 1 à 2 ou de 2 à 3, toute la corde fera des consonances avec chacune de ses parties, & alors elle doit rendre un son qui est agréable; mais ce ne sera pas la même chose si elle est divisée dans la raison de 3 à 4, car la corde entiere ne peut faire aucune consonance avec ses parties. Mais aussi comme cette division ne differe de celle de la quinte qui est de 2 à 3, que d'une trente-cinquiéme partie de toute la corde, il arrive comme je l'ay déja remarqué, que les trois longueurs de la corde qui font leurs vibrations particulieres, s'efforçant de convenir le plus prom-

ptement qui leur est possible, se mettent à l'accord de la quinte au lieu de la quarte, & c'est pourquoi la corde ne donnera que le même son, quoiqu'elle soit divisée dans la raison de 2 à 3 ou de 3 à 4, mais ce son doit être plus agréable dans la juste division de 2 à 3 que dans celle de 3 à 4 ou de quelqu'autre, qui en sera proche, pour les raisons que j'en ay déja données. Ce sera la même chose pour les autres divisions.

J'ay toûjours comparé cy-devant le passage du ton de la moitié AC de la corde avec celui de chaque division, & c'est ce qui peut servir à faire connoître le rapport des vibrations de la corde entiere avec celles de ses parties. Car si la moitié de la corde AC n'a pas un rapport de consonance avec une des parties de la corde, toute la corde entiere n'en aura pas non plus, puisque celui de la moitié avec cette partie sera seulement dans l'octave au-dessus, ou d'un ordre plus élevé que celui de la corde entiere avec la même partie.

Voilà ce que je m'étois proposé d'expliquer sur les sons de la corde de la Trompette Marine en suivant le système des vibrations, ce qui peut aussi convenir aux autres corps résonans & aux instrumens à vent. Mais aïant eû occasion de faire quelques nouvelles observations sur les sons, j'ay trouvé à propos de les joindre à celles-cy avec les remarques que j'y ay faites, qui pourront servir à ce qu'il me semble à donner quelques connoissances que l'on n'a pas encore sur le son que rendent les corps à ressort.

Dans quelques conferences particulieres que j'ay euës avec M. l'Abbé Galloys, au sujet des differences des sons de la corde de la Trompette Marine, il m'a communiqué une observation qu'il avoit faite sur le son, laquelle m'a semblé fort curieuse, ce qui m'a donné lieu d'en faire plusieurs autres de la même nature, & de rechercher la cause des particularités, que j'y ay remarquées.

Il m'a dit qu'aïant pris des pincettes à ressort, comme sont celles dont on se sert ordinairement pour le feu, & que les aïant soûtenuës en l'air en mettant le doigt sous la courbure d'enhaut que j'appelle l'anneau, il avoit trouvé qu'elles rendoient un son fort clair & fort net, quand on frappoit sur l'une des branches avec quelque corps dur comme un morceau de fer. Mais qu'aïant mis la branche ou tige d'une clef dans l'anneau à la place du doigt pour les soûtenir, elles ne rendoient plus qu'un son sourd quand on les frappoit comme auparavant.

Cette observation m'a paru fort considerable, car on est persuadé que les corps mous doivent bien plus diminuer le son d'un corps résonant quand il le touche, qu'un corps sec & dur comme le fer.

J'ay donc fait les expériences suivantes pour tâcher de découvrir la cause de cet effet.

J'ay d'abord suspendu les pincettes en passant dans l'anneau une petite corde à boïau, & j'ay remarqué qu'en frappant ensuite contre les branches avec un petit morceau de fer, elles rendoient un son fort clair & fort résonant.

Je les ay suspenduës ensuite avec une ficelle ordinaire, & le son m'a paru à peu près le même : mais au lieu d'une corde y aïant mis une grosse lisiere de drap pliée en deux & un peu étenduë, ensorte qu'elle ne se joignoit pas au dessus de l'anneau, je n'ay trouvé le son que fort peu diminué, & seulement autant que lorsque je les soûtenois avec le doigt, ou à très-peu près.

Lorsque je les ay soûtenuës avec un petit bâton qui étoit passé dans l'anneau, le son étoit fort clair ; mais il n'étoit pas si résonnant que quand elles étoient suspenduës avec la corde à boïau. Quand au lieu d'un petit bâton j'y ay mis un morceau de bois quarré d'un pouce de largeur environ qui touchoit l'anneau en deux endroits, le son est devenu beaucoup plus sourd qu'auparavant.

Je les ay ensuite soûtenuës sur un fil d'acier fort delié; mais qui étoit assés fort pour les porter étant appuïé d'un côté & d'autre à un doigt près de l'anneau, & j'ay trouvé que le son étoit le même que lorsqu'elles étoient soûtenuës avec la corde à boïau. J'ay remarqué aussi la même chose quand j'y mettois un fil de leton. Mais aïant fait la même expérience avec des fils de fer plus gros, j'ay trouvé qu'elles perdoient de leur son, & enfin qu'elles ne sonnoient presque plus quand le fer étoit de 3 lignes de diametre & qu'il n'étoit pas poli, mais quand il étoit bien rond & bien poli, le son étoit un peu plus clair.

Les tuïaux de verre font aussi le même effet que les verges de fer, il me semble pourtant qu'ils ôtent moins du son que le fer, & je crois que c'est à cause qu'ils sont plus polis.

Je les ay encore soûtenuës sur la pointe d'une aiguille qui étoit bien arrêtée dans un corps solide, & j'ay remarqué que le son n'étoit pas si clair ni si net, que lorsqu'elles étoient soûtenuës par la corde à boïau. Elles en perdent beaucoup sur la pointe d'un coûteau qui est roide, mais elles n'en perdent pas tant sur celle d'un coûteau qui est fort mince, & qui fait un grand ressort, c'est à peu près la même chose sur le tranchant de ces coûteaux, mais elles y perdent plus de leur son que lorsqu'elles sont soûtenuës sur la pointe. Quand on les soûtient sur le plat d'un coûteau mince qui touche l'anneau des deux côtés, elles perdent presque tout leur son avec un frémissement fort sensible.

Lorsque j'ay attaché un morceau de plomb à l'extrémité de l'une des branches, elles ont rendu un son fort sourd & frémissant, mais il a été encore plus sourd quand j'en ay attaché aux deux extrémités.

Le son est encore fort sourd quand on serre l'une des extrémités des branches entre les doigts, ou quand elle

est

est appuïée en partie sur quelque corps mou comme une étoffe de laine; mais il l'est beaucoup plus si on l'appuïe par les deux bouts. Mais si au lieu d'une étoffe de laine on les pose sur un morceau de fer, elles n'ont presque aucun son. Ensorte que généralement les corps durs comme le fer ou la pierre leur ôtent beaucoup plus de son que les corps mous.

La même chose arrive à une longue verge de fer qui est soûtenuë en équilibre dans son milieu, ou par un crochet ou coude qui sera à l'une de ses extrémités, ou par un fil d'où elle sera penduë. Mais si on la tient ferme entre les doigts par le bout d'enhaut, elle perd beaucoup de son son.

Il faut aussi remarquer qu'en quelqu'endroit qu'on frappe contre les pincettes, soit contre les branches ou contre l'anneau, elles donnent toûjours le même ton & à très-peu près le même son.

J'ay fait encore plusieurs autres expériences dont je ne parle pas icy, parce qu'elles peuvent se rapporter aux précédentes. J'ajoûteray seulement que lorsqu'on suspend les pincettes de quelque maniere que ce soit par le dedans de l'anneau. Si l'on pose au dessus un corps mol comme un petit morceau d'étoffe de laine, elles rendront un son bien plus clair que lorsqu'on y met un morceau de métal. C'est donc par cette raison qu'on devroit toûjours mettre un petit morceau d'étoffe de laine au dessus & au dessous du milieu du timbre d'une horloge entre son pied ou son pivot, & le collet de la vis qui la tient arrêté par dessus.

Pour rendre raison de ces expériences, j'examine d'abord comment se fait le son des corps résonans, & je trouve que les vibrations n'en sont point la cause, puisque ces corps peuvent faire des vibrations fort considerables sans rendre aucun son. Comme lorsqu'aïant serré avec les

doigts les deux branches des pincetttes qu'on soûtient par l'anneau on les laisse aller tout d'un coup, car elles font de très-grandes vibrations sans aucun son. J'ay aussi remarqué que dans les expériences que j'ay rapportées cy-devant, les vibrations étoient presque toûjours les mêmes quoique le son fût fort different. On peut aussi remarquer la même chose à un timbre fort mince & à un verre à boire fait en cone ou en cloche.

Toutes ces expériences m'ont donné lieu de conjecturer que dans les corps à ressort la véritable cause du son est un mouvement que j'appelle d'*ondulation* de leurs parties, & que les vibrations du corps ne peuvent former que par accident un son très-foible, & enfin qu'on peut arrêter les ondulations sans arrêter sensiblement les vibrations.

J'entens par le mot d'*ondulation*, le mouvement qui se fait dans un corps à ressort & qui est semblable à celui de l'eau quand elle est agitée de quelque maniere que ce soit, comme quand on y jette une pierre; car ses parties s'élevent & s'abbaissent successivement, & ce mouvement se continuë dans toute l'étenduë de l'eau.

Je dis donc que si l'on frappe un corps qui soit capable de ressort avec un autre corps dur, celui qui est frappé s'enfonce un peu à l'endroit où il est touché, mais que par la vertu de son ressort les parties qui se sont enfoncées se relevent aussi-tôt, & vont au de-là de leur état naturel, & voulant ensuite se rétablir dans leur premier état, elles passent encore au de-là & font ainsi plusieurs mouvemens qu'on peut considerer comme de petites vibrations très-frequentes, qui se font dans la partie qui est frappée, & qui sont fort differentes des grandes vibrations qu'on remarque facilement dans tout le corps. Mais chaque élevation & abbaissement de la partie frappée se communique en s'étendant dans tout le corps comme on le remarque dans l'eau, & c'est ce que j'appelle les ondulations des corps à ressort.

Monsieur Perrault dans son traité du bruit considere quatre mouvemens differens que font les corps résonans comme les timbres ou cloches quand ils sont frappés.

Le premier est le froissement des particules frappées par le marteau.

Le second, l'ébranlement que ce coup donne à tout le timbre, & d'où s'ensuit l'ébranlement de ses petites portions ou parties, ce qui lui arrive à cause de sa forme, & il donne le nom de mouvement ovalaire à cet ébranlement de tout le corps: car le timbre étant frappé de rond devient ovale dans un sens, & ensuite ovale dans un autre tout opposé, ce qui se continuë comme les pendules par plusieurs vibrations reciproques.

Le troisiéme est celui d'ondoyement des parties à cause du mouvement ovalaire, & qui forment des ondes qui le font fremir: mais quelques petites que soient ces ondes, elles sont trop lentes pour faire du bruit.

Le quatriéme est celui du froissement des particules par la flexion des parties ondoïantes; ce qui fait le bruit.

Monsieur Perrault distingue les ondes d'avec le froissement qui fait le bruit, cependant dans son systême le bruit ou le son n'est qu'une suite des ondes, & il doit toûjours les accompagner, & ces ondes sont formées par le mouvement ovalaire, qui est le même que celui des vibrations du corps. Pour moy je crois que les ondes comme je les prens icy, peuvent n'avoir pas de rapport avec les vibrations ou avec le mouvement ovalaire, comme on peut le connoître par ce que je viens d'expliquer.

Si l'on suppose donc que le son des corps resonans n'est formé que par les ondulations des parties du corps comme je le prens icy, il ne sera pas difficile de rendre raison de toutes les expériences précédentes. Car il faut que les ondulations de l'air soient formées par celles des parties du corps qui est frappé pour ébranler de la même maniere

la peau du tambour de l'oreille. Sur cette ſuppoſition il eſt évident que les corps mous comme le drap de laine qui ſoûtiennent l'anneau des pincettes, ne ſçauroit apporter que très-peu d'empêchement à leurs ondulations, à cauſe qu'elles poſent ſeulement ſur des poils qui ſont ſi déliés qu'ils peuvent eux-mêmes recevoir un mouvement ſemblable à celui des parties du corps qu'ils ſoutiennent. Ce ſera à peu près la même choſe ſi le corps qui ſoûtient eſt dur, mais qu'il puiſſe recevoir aiſement un mouvement comme ſi c'eſt une corde à boyau ou le tranchant d'un coûteau fort mince; car ils cedent au mouvement d'ondulation du corps frappé ſans l'arrêter; & on apperçoit très-diſtinctement ce mouvement ou à la vuë ou au toucher par un fremiſſement qui ſe fait dans la corde ou dans le coûteau; & dans quelques poſitions du coûteau on entend les battemens du mouvement d'ondulation dans le corps réſonant contre le coûteau, leſquels ſont très-differens des vibrations de tout le corps: mais alors les ondulations ceſſent preſque tout d'un coup, & le corps ne ſonne point ou très-peu.

Au contraire les corps roides & durs, & ſur tout ceux qui touchent en beaucoup de parties, arrêtent les ondulations du corps reſonant à l'endroit où ils le touchent, car ce mouvement ne peut pas ſe communiquer aux corps qui ſoûtiennent, & ils n'ont pas aſſés de force pour élever à chaque ondulation, tout le corps réſonant au-deſſus de celui qui le ſoûtient.

Les ondulations du corps réſonant ne ſe terminent pas à l'extrémité du corps quand elles y ſont arrivées, car ſi cela étoit le ſon ceſſeroit preſque tout d'un coup; quoiqu'elles fuſſent entretenuës & comme renouvellées, mais foiblement comme je l'ay dit cy-devant, par celles qui ſe forment à l'endroit du corps qui a été frappé: mais elles reviennent comme en ſe reflêchiſſant, & retournent plu-

sieurs fois au long du corps, sans se détruire, à peu près comme il arrive à l'eau. C'est pour cette raison que le corps résonant donne toûjours le même ton en quelqu'endroit qu'on le touche; car ses ondulations seront toûjours les mêmes dans le même corps si ses parties sont homogénes; & il n'y aura que la force du son qui sera augmentée ou diminuée à proportion que l'endroit qu'on touche pourra recevoir plus ou moins d'impression. C'est aussi pour cette raison que les morceaux de plomb que j'avois attaché aux extrémités des branches des pincettes amortissoient entierement le son; car les ondulations ne pouvant pas se communiquer à ce corps, elles s'y perdoient & ne faisoient point de réflexion. Mais si les corps mous comme le plomb ou les doigts qui serroient les bouts des pincettes en amortissoient le son, il semble que lorsqu'elles étoient posées sur quelque corps dur, comme sur un morceau de fer, elles ne devoient rien perdre de leur son; cependant on remarquoit le contraire dans l'expérience. C'est aussi ce qui doit arriver; car le mouvement d'ondulation qui se fait à l'extrémité de la branche est contraint & retenu par le corps dur, contre lequel elle pose en lui faisant faire quelques frottemens sur ce corps qui lui resiste par ses inégalités, & ces frottemens arrêtant les retours des ondulations, le corps ne peut rendre que fort peu de son.

Il n'est pas possible de frapper un corps dur & capable de ressort avec un autre corps dur, sans lui imprimer deux mouvemens qui sont fort differens. L'un est celui qui fait changer de place à l'endroit du corps qu'on touche en le poussant, & qui est fort sensible quand ce corps est suspendu par un fil, & c'est celui qui lui fait faire des vibrations: l'autre est celui qui s'imprime dans la substance du corps même par le ressort des parties qui sont touchées, & que j'appelle mouvement d'ondulation. Mais il y en a encore un autre qui n'est qu'une espece du premier, &

qui lui fait faire des vibrations par le moïen de son ressort. Comme lorsqu'on frappe l'une des branches des pincettes, on la pousse vers le côté opposé, & l'on bande nécessairement le ressort de l'anneau, qui venant aussi-tôt à se débander, écarte les deux branches d'un côté & d'autre; mais comme il passe au de-là de son état naturel, il fait plusieurs vibrations & en fait faire aussi aux branches des pincettes. Ces vibrations ne peuvent former aucun son dans ce systéme, comme je l'ay remarqué cy-devant si on les considere toutes seules, néanmoins il y en a toûjours un qu'on peut remarquer fort facilement, si en soûtenant les pincettes par l'anneau avec le petit doigt on appuïe le pouce contre le trou de l'oreille; car quoi qu'on ne fasse que serrer les branches des pincettes entre les deux doigts de l'autre main & les lâcher ensuite, on ne laissera pas d'entendre un son assés fort, & qui durera long-tems.

Voici de quelle maniere se fait ce son dans le systéme de l'ondulation des parties du corps. Lorsque le ressort de l'anneau se bande en se pliant, les parties de dessus s'étendent & celles de dedans rentrent en dedans à peu près de même que si on les frappoit en cet endroit là, ensorte qu'il se doit former une ondulation dans toute l'étenduë du corps, sans empêcher la vibration qui se fait par la force du ressort. Mais à cause que les vibrations durent fort long-tems, les ondulations doivent aussi continuer de même étant fortifiées & comme renouvellées à chaque vibration quand le ressort se plie & s'étend, & c'est ce qui fait que le son qu'on entend par ce moïen dure autant de tems que les vibrations. Il me semble aussi que dans cette expérience on peut en quelque façon distinguer les ondulations, qui forment le son d'avec les vibrations du corps qui se font sentir.

Il n'est pas difficile de concevoir comment ces ondulations peuvent se faire dans les corps durs comme le fer,

l'argent, le leton, le verre, &c. Mais il semble que ce ne doit pas être la même chose dans les cordes à boyau tenduës sur la table des instrumens. Cependant si l'on considere ce qui arrive à ces cordes en les pinçant comme on dit avec le doigt, on trouvera qu'il s'y peut faire des ondulations comme dans les autres corps dont j'ay parlé cy-devant. Premierement, il n'y a pas de doute que les cordes d'acier, de leton & d'autres métaux ne doivent faire des ondulations quand on les pince; car en les tirant avec le bout du doigt ou avec une plume on leur fait un pli à l'endroit où on les touche, de même qu'à l'anneau des pincettes en serrant les deux branches l'une contre l'autre, & ce son sera d'autant plus net & plus fort que ce pli sera plus sensible, comme quand il sera fait par le bec d'une plume qui touche la corde. Il se formera donc une ondulation dans tout le corps de la corde outre sa vibration, comme je l'ay expliqué cy-devant. Pour ce qui est des cordes à boyau, les ondulations qui s'y font sont bien moindres que celles des cordes de métal, à cause que leurs parties n'ont que peu de ressort, & qui vient presque tout de leur forte tension, aussi leur son n'a pas l'éclat de celui des cordes de métal.

J'ay dit cy-devant que les timbres pourroient être plus résonans, si ils étoient soûtenus sous un corps mou: mais comme il se peut faire des ondulations circulaires dans le corps du timbre, sans qu'elles soient interrompuës par la suspension, ils ne laisseront pas d'être fort résonans quoiqu'ils soient soûtenus sur un corps dur & roide.

En examinant les sons de la corde de la Trompette Marine, j'avois remarqué qu'on ne devoit considerer sa longueur que depuis le chevalet jusqu'au haut du manche pour faire les divisions qui donnent les differens tons, quoique toute la corde entiere fit ses vibrations à cause du chevalet qui n'est pas arrêté ferme sur la table, & c'est

ce qui m'a donné lieu de faire l'expérience suivante, pour m'asseurer plus certainement de ce qui arrivoit à cette corde dans ses vibrations.

J'ay donc pour cet effet tendu une corde à boyau de mediocre grosseur sur une régle de bois de sapin d'environ deux pieds de longueur & fort épaisse, afin qu'elle ne pût rien communiquer de ses vibrations à celles de la corde. La corde étant mediocrement tenduë rendroit un son fort sensible quand on la pinçoit; mais il n'étoit pas possible de distinguer ses vibrations qui étoient trop fréquentes. J'ay ensuite un peu élevé cette corde en mettant dessous à la distance de 3 pouces de son extrémité un espece de chevalet taillé en pointe par l'endroit où il touchoit à la régle, ensorte qu'il pouvoit se mouvoir facilement sur cette pointe; & aïant fait sonner la corde en la tirant de côté, les vibrations que faisoit le chevalet, & qui étoient semblables à celles de la corde, m'ont paru fort distinctes quoique je n'eusse pas pû les conter, & le son de la corde étoit plus aigu qu'auparavant, ce qui ne pouvoit pas seulement venir de la plus grande tension, car la corde n'étoit que fort peu élevee à l'endroit du chevalet, & elle faisoit dans toute son étenduë ses vibrations avec le chevalet à peu près, comme quand il n'y étoit pas. Mais pour en être plus asseuré, j'ay encore éloigné le chevalet de 3 pouces plus qu'il n'étoit auparavant de l'extrémité de la corde, & alors quoique la corde fût moins tenduë à cause que c'étoit le même chevalet, & qu'il n'étoit pas si proche du bout de la corde, & que ses vibrations avec le chevalet me parussent un peu plus lentes ou tout au moins égales aux précédentes, le son ne laissoit pas d'être beaucoup plus aigu que dans la premiere position du chevalet. Cette expérience que j'ay repetée plusieurs fois m'a confirmé dans l'opinion que j'ay, que les sons ne sont pas formés par les vibrations de la corde ou des corps résonans; mais par

leurs ondulations comme je l'ay expliqué cy-devant. J'ay fait aussi la même expérience sur une corde à boyau de 6 pieds de longueur, & j'ay trouvé la même chose à ce qu'il m'a semblé. Mais je me suis assuré que la corde donnoit toûjours le même son, soit que le chevalet fût mobile & qu'elle fit des vibrations dans toute sa longueur avec le chevalet, ou qu'il fût arrêté ferme & qu'elle ne fit de vibrations que dans la partie où elle étoit touchée, & c'est ce qui m'a paru de plus considerable dans cette expérience pour confirmer le systême que je propose icy.

Ce que je viens d'expliquer sur le son ne détruit pas ce que j'ay démontré des differences des sons de la corde de la Trompette Marine, puisque l'on est asseuré par l'expérience, que de certaines parties d'une même corde donnent de certains sons, de quelque maniere que le son se forme dans la corde.



DISSERTATION
SUR LES DIFFERENS ACCIDENS DE LA VUË.

PREMIERE PARTIE.

I. Des trois sortes de vuë.

ON distingue ordinairement toutes sortes de vuë par ces trois noms de vuë courte ou forte, vuë longue ou foible, & bonne vuë ou vuë parfaite. Ceux qui ont la vuë courte que l'on appelle *Myopes* peuvent voir distinctement les objets qui sont fort proches, & ne font qu'entrevoir ceux qui sont éloignés; au contraire ceux qui ont la vuë longue que l'on appelle *Presbytes*, voïent mieux les objets éloignés que ceux qui sont proches qu'ils ne sçauroient distinguer. Enfin ceux qui ont la vuë bonne & qui tient le milieu entre les Myopes & les Presbytes, voïent fort bien les objets qui sont dans une mediocre distance comme d'un pied, & semblablement ceux qui sont fort éloignés; c'est cette sorte de vuë que l'on peut considerer comme la plus parfaite.

Il me semble qu'il y a encore trois principaux accidens qui peuvent arriver à chacune de ces trois sortes de vuës, qui leurs causent de grands changemens que l'on considere comme des maladies de la vuë, ou comme des effets surprenans de la nature.

Le premier est l'imperfection de l'organe, qui peut être dans les humeurs, ou bien dans la retine que je suppose le principal organe de la vuë, quoique je sois très-convaincu de l'expérience de M. Mariotte.

Le second est une dilatation extraordinaire de l'ouver-

ture de la prunelle, qui ne laisse pas de pouvoir se retressir un peu dans la grande lumiere.

Le troisiéme au contraire est un grand resserrement de cette même ouverture, qui peut pourtant s'entr'ouvrir un peu dans une grande obscurité.

Quoique la prunelle se dilate toûjours dans l'obscurité, & qu'elle se referme à la lumiere ; cette dilatation & ce resserrement ne sont pas pourtant égaux à toute sorte de vuës. Les enfans, à cause que leurs muscles & leurs tendons sont encore fort mous, peuvent avec facilité dilater beaucoup l'ouverture de la prunelle dans l'obscurité, & au contraire la resserrer extremement dans la grande lumiere. Le muscle de la prunelle peut faire ces grands mouvemens, & il y est forcé par la delicatesse de l'organe, j'entens de la retine qui seroit touchée trop fortement par une grande lumiere. Les adultes n'ont pas cette facilité à cause du muscle de la prunelle qui a pris plus de fermeté ; & enfin les vieillards l'ont presque toujours d'une même grandeur dans l'obscurité & au grand jour.

La dilatation ou le resserrement de la prunelle est une chose fort visible ; mais le défaut de l'organe ne peut s'appercevoir, à moins que les humeurs ne soient troubles & blanchâtres.

J'examineray ce qui peut arriver à chaque vuë en particulier avec les accidens de la dilatation ou du resserrement de la prunelle, en supposant l'organe défectueux ou fort sain. II. Distribution de ce Discours.

Pour ce qui est de la cause de la courte ou de la longue vuë, on sçait assez que ce n'est que la conformation des humeurs & de tout le globe de l'œil. Je diray seulement que ceux qui ont la cornée fort convexe, ont pour l'ordinaire la vuë courte, à moins que le cristallin ne soit fort plat, ou que tout le globe de l'œil ne soit fort petit, auquel cas cette convexité de la cornée qui paroîtroit ex-

traordinaire, ne seroit pas plus élevée à proportion au dessus de la sphere de l'œil que dans un autre œil qui auroit une vuë mediocre.

Il peut encore arriver qu'une vuë sera courte quoique la cornée soit plate, car si le crystallin étoit fort convexe, les raïons qui viendroient d'un point éloigné ne souffriroient presqu'aucune refraction en entrant dans l'œil, mais comme la refraction seroit fort grande en passant dans le cristallin, ils concourreroient fort proche du cristallin avant que de rencontrer la retine, & par consequent il y auroit de la confusion sur la retine & dans la vision, ce qui n'arriveroit pas si l'objet étoit proche de l'œil, car alors le concours des raïons seroit plus éloigné du cristallin.

III. Remarque sur la perfection de la vuë.

On doit remarquer icy en passant qu'une semblable conformation d'humeurs n'est pas suffisante toute seule, pour faire une égale perfection de division, comme un œil de deux lignes de diametre qui auroit les humeurs semblables en figure à un œil d'un pouce de diametre, ne pourroit pas voir les objets fort éloignés aussi distinctement que celui qui a un pouce de diametre, à moins qu'il n'eût l'organe 36 fois plus fin & plus sensible que celui de l'œil d'un pouce. Car la peinture d'un objet seroit trente-six fois plus petite dans le petit œil que dans le grand, les superficies des globes de ces yeux étant dans la raison de un à trente-six.

Il s'ensuit de là que les oiseaux & principalement ceux qui vivent de proie, doivent avoir l'organe de la vuë très-fin, pour pouvoir appercevoir de fort petits animaux dans une très grande distance.

IV. De la grandeur apparente des objets.

La grandeur de l'œil, sa forme en general & celle de chaque humeur en particulier augmentent ou diminuënt la peinture des objets sur la retine; c'est pourquoi toutes ces parties étant differentes dans la plûpart des yeux, il est

certain qu'ils ne voïent pas les objets de même grandeur, c'est-à-dire que les mêmes objets dans un même éloignement n'y font pas des peintures égales. Mais comme dans un même œil tous les objets sont augmentés ou diminués dans une même proportion, des yeux differens jugeront tous de même de la grandeur des objets, en les comparant les uns aux autres.

Nous disons qu'un objet est égal ou plus grand qu'un autre objet, lorsque sa peinture sur la retine étant égale ou plus grande que celle de l'autre, nous ne connoissons rien qui nous puisse faire douter de la justesse de la comparaison que nous en faisons. Mais il arrive rarement que cette comparaison soit juste à cause que nous sommes presque toûjours trompés par la distance de l'œil à l'objet. Car si deux objets font leurs peintures égales sur la retine, & que nous ne puissions avoir aucune connoissance de leur distance jusqu'à l'œil, nous jugeons que ces deux objets sont égaux, quoiqu'ils puissent être en effet fort inégaux. Au contraire deux objets étant entierement égaux & semblables, si nous jugeons que la distance de l'un soit plus grande que la distance de l'autre, nous estimerons que celui que nous croyons le plus éloigné est beaucoup plus grand que l'autre; quoi qu'en effet ces deux objets fassent leurs peintures égales sur la retine. C'est en partie ce faux jugement qui nous fait croire que la Lune étant vers l'horizon est bien plus grande que quand elle est fort élevée.

V. De la couleur apparente des objets.

La grandeur apparente d'un objet nous sert beaucoup pour juger de sa distance, quand il nous reste une idée distincte de la grandeur apparente de ce même objet, lorsqu'il étoit éloigné de notre œil d'une distance connuë: mais la grandeur apparente d'un objet, c'est-à-dire la grandeur de sa peinture sur la retine, étant toûjours accompagnée d'une couleur qui doit paroître moins forte quand l'objet est éloigné que quand il est proche, il s'ensuit

que la couleur apparente d'un objet nous doit servir beaucoup à juger de son éloignement, lorsque nous pouvons comparer les couleurs. Car si nous sommes asseurés que deux objets sont d'une couleur égale & semblable, & que l'un nous paroisse quatre fois plus vif en couleur que l'autre, nous jugeons par l'expérience que celui qui nous paroît le plus vif, est seulement une fois plus proche de l'œil que l'autre : car la lumiere se répandant sphériquement, une même quantité éclairera ou touchera des superficies qui seront entr'elles, comme les quarrés des distances de ces superficies jusqu'à l'objet lumineux ; comme à 12 pieds de distance de l'objet lumineux une superficie de 4 pieds ne recevra pas plus de lumiere que celle d'un pied à 6 pieds de distance du même objet.

La connoissance que nous avons des couleurs des objets, nous sert donc aussi à juger de leurs distances ; mais lorsque ces objets ne sont pas presens, il est fort difficile d'en faire la comparaison, car les couleurs nous paroissent differentes par leurs oppositions ou accompagnemens. Une couleur qui n'est que de mediocre vivacité, paroît noire étant exposée contre une fort claire ; mais cette même couleur paroît claire étant exposée contre une obscure ou noire. La lumiere qui éclaire les couleurs les change considerablement ; le bleu paroît vert à la chandelle, & le jaune y paroît blanc ; le bleu paroît blanc à une foible lumiere du jour, comme au commencement de la nuit. Les peintres connoissent des couleurs dont l'éclat est beaucoup plus grand à la lumiere de la chandelle qu'au jour, au contraire il y en a plusieurs quoique très-vives au jour, qui perdent entierement leur beauté à la chandelle. Par exemple le vert de gris paroît d'une très-belle couleur à la chandelle, & lorsqu'il est très-foible en couleur, c'est-à-dire lorsqu'on y mêle une très-grande quantité de blanc, il paroît d'un assés beau bleu. Les cendres qu'on appelle

ou vertes ou bleuës paroissent à la chandelle d'un fort beau bleu. Les rouges qui tiennent de la lacque paroissent très-vifs à la chandelle, & les autres comme la mine & le vermillon paroissent ternes.

On voit par ce que je viens de rapporter qu'on ne sçauroit juger qu'avec peine, si un objet est plus proche qu'un autre objet par la grandeur de sa peinture sur la retine & par la vivacité de sa couleur, & qu'il est plus difficile d'en juger quand les objets ne sont pas presens que lorsqu'ils le sont; mais il est presqu'impossible quand on ne se sert que d'un seul œil. L'habitude que nous avons prise en regardant avec les deux yeux, nous sert beaucoup dans le jugement que nous faisons de l'éloignement des objets lorsqu'ils sont presens : car pour voir un objet proche il faut donner aux deux yeux une disposition fort differente de celle qui est requise pour en voir un qui soit éloigné, & la peine que nous sentons quand nous voulons voir un objet fort proche après en avoir consideré un qui étoit éloigné, ou au contraire, ne vient que de la difficulté qu'on a de diriger les axes des deux yeux vers le même endroit, & non pas de l'effort qu'il faut faire pour donner aux yeux des conformations differentes pour voir distinctement les objets à differentes distances, ce que je démontreray dans le discours suivant. VI. De la direction des deux yeux.

On peut faire l'expérience suivante pour connoître la difficulté qu'on a de juger des distances avec un seul œil. On suspend un anneau à 2 ou 3 pieds de l'œil, & l'on tourne cet anneau ensorte qu'on n'en voit que le côté : Ensuite aïant fermé un œil on éprouvera qu'il sera assez difficile d'enfiler cet anneau avec une baguette qu'on tient à la main, sur tout si l'on va un peu vîte.

La parallaxe des objets est ce qui nous sert le plus à nous en faire connoître l'éloignement; mais il faut que l'œil change de place pour reconnoître, lequel de deux VII. De la parallaxe des objets.

objets eſt le plus proche. Par exemple ſi deux objets paroiſſent fort proches l'un de l'autre dans une certaine poſition de l'œil, lorſque l'œil ſe meut vers la droite, l'objet qui paroît auſſi s'éloigner de l'autre vers la droite eſt le plus éloigné, & l'autre qui demeure vers la gauche ſera le plus proche; de même ſi l'œil ſe meut vers la gauche, l'objet le plus éloigné paroîtra auſſi s'écarter de l'autre vers la gauche & le plus proche demeurera à droit.

VIII. Du diſcernement des petites parties de l'objet.

Enfin lorſque l'œil peut voir diſtinctement les petites parties d'un objet, il juge que cet objet eſt plus proche que celui dont il ne voit les parties que confuſement.

IX. Du jugement qu'on fait de l'éloignement des objets dans les tableaux & dans les décorations des theatres.

Il y a donc cinq choſes qui ſervent à la vuë pour juger de l'éloignement des objets, leur grandeur apparente, la vivacité de leur couleur, la direction des deux yeux, la parallaxe des objets & la diſtinction des petites parties de l'objet. De ces cinq choſes qui ſervent à faire paroître les objets proches ou éloignés, il n'y a que les deux premieres dont les peintres puiſſent ſe ſervir dans leurs tableaux: C'eſt pourquoi il ne leur eſt pas poſſible de tromper parfaitement la vuë. Dans les décorations des Theatres on joint ces cinq choſes toutes enſemble, & il ne faut pas s'étonner ſi l'on ne ſçauroit ſe deffendre d'être trompé. On y diminuë la grandeur des objets à proportion qu'on veut les faire paroître éloignés, & à même tems on en diminuë la vivacité de la couleur. On repreſente ſur differens tableaux qui ſont un peu éloignés les uns des autres, les parties d'un même objet qu'on veut faire paroître à differentes diſtances, comme des colonnes dans un ordre d'architecture, afin que les deux yeux ſoient obligés de changer leur direction pour appercevoir diſtinctement les parties du tableau proche & de celui qui eſt un peu éloigné. Ce même éloignement des tableaux les uns des autres, ſert auſſi à faire remarquer un peu de parallaxe en changeant la poſition de l'œil; & comme on ne conſerve pas une

idée

idée distincte de la quantité de la parallaxe suivant la distance des objets, il suffit de connoître qu'il y en a pour être convaincu qu'ils sont éloignées les uns des autres sans en déterminer la distance; c'est pourquoi ces quatre choses se trouvant ensemble, on juge d'abord que des objets assés proches doivent être fort éloignés. Pour la derniere chose qui pourroit un peu découvrir la tromperie, on ne sçauroit l'appercevoir à cause du faux jour des lumieres dont on éclaire toutes les décorations.

Nous avons un endroit de la retine qui est le plus sensible de tous, pour être touché plus finement par les objets; & soit que ce soit par la délicatesse de cet endroit de l'organe, ou par le concours des esprits qui s'y portent plus facilement que dans les autres, lorsque la pointe des pinceaux des raïons tombe sur cet endroit, nous voïons les objets bien mieux que lorsqu'ils tombent ailleurs. Nous prenons donc une habitude de tourner le globe de l'œil d'une certaine maniere, afin que les objets que nous voulons voir distinctement fassent leur peinture sur cet endroit de la retine. Ce point de la retine doit être naturellement celui qui est exposé directement aux objets, afin qu'elle en soit plus sensiblement touchée, & c'est comme nous le voïons dans la plûpart des yeux; cependant soit par une habitude ou par un défaut de l'organe qui n'est pas assés délicat dans cet endroit là, il y a des yeux qui sont obligés de se tourner de biais pour faire ensorte que les objets qu'ils veulent bien voir, fassent leur peinture sur l'endroit de l'organe qu'ils ont le plus sensible, quoiqu'ils y tombent obliquement; & c'est le défaut des vuës que nous appellons *louches*. X. De l'axe de la vision.

De la Vûë courte.

SI une vûë courte a les organes bien nets & bien sains & la prunelle mediocrement ouverte, elle distinguera XI. De la vûë

courte ou des myopes. parfaitement les plus petits objets lorsqu'ils seront proches de l'œil, à la distance qui est necessaire pour faire que leurs images soient distinctes sur le fond de l'œil : car l'image de ces objets étant fort grande, la peinture des plus petites parties occupera un espace assés considerable sur la retine, ce qui en rendra la vision plus distincte & plus particularisée que si elle n'occupoit qu'un très-petit espace où il se feroit toûjours quelque peu de confusion.

XII. Myope avec les humeurs troubles.

Mais si les humeurs étoient trouble comme il arrive souvent, cette sorte de vûë ne pourroit voir les objets que confusément, quoique leur image en fut fort grande sur le fond de l'œil, à moins que ce ne fût dans un grand jour, où la grande lumiere pourroit en quelque façon récompenser ce que l'opacité des humeurs feroit perdre. Ces vûës sont affectées de la même maniere que celles qui seroient bien saines, & qui verroient les objets au travers d'un crespe blanchâtre.

XIII. Myope avec les humeurs colorées.

Si les humeurs n'étoient point troubles, mais si elles étoient teintes seulement de quelque couleur, comme de rouge ou de jaune, on verroit les objets teints de cette couleur quoiqu'on les vit fort distinctement : & ce seroit à peu près de la même maniere que les verroit une vûë bien saine, qui regarderoit au travers d'un verre teint de ces mêmes couleurs.

Ce qui est de remarquable en ce défaut, c'est que l'on ne peut s'en appercevoir, à moins qu'il ne soit très-considerable, & qu'il ne survienne tout d'un coup : car alors il reste une memoire des couleurs qui sert à faire la comparaison d'un même objet diversement coloré dans differens tems. Mais il faut que nous ayons une connoissance certaine par une longue experience, que l'objet que l'on regarde doit être d'une certaine couleur laquelle soit immuable.

Il n'y a rien à quoi l'œil s'accoûtume plus vîte qu'au changement des couleurs, on en peut faire très-facilement l'experienee, en regardant au travers d'un verre un peu coloré de vert ou de quelqu'autre couleur, & en cachant les objets qu'on pourroit voir sans l'interposition de ce milieu; car en très-peu de tems on ne s'appercevra plus que tous les objets seront teints de couleur verte ou d'autre couleur, & l'on s'en appercevra encore bien moins si l'on met le verre devant les yeux après les avoir tenus assez long-tems fermés, & avant qu'ils fussent ouverts.

XIV. Experience sur la maniere dont on voit les couleurs.

On ne sçauroit se persuader facilement que l'on voïe tous les objets de differente couleur au jour & à la chandelle, à cause que l'on compare toutes les couleurs ensemble, il est pourtant vray que le bleu y paroît verd, & si nous n'avions jamais vû le bleu qu'à la lumiere de la chandelle nous ne distinguerions pas cette couleur d'avec le vert. Pour connoître quelle difference il y a entre des objets éclairés de la lumiere de la chandelle & ceux qui sont éclairés de la lumiere du soleil, il faut bien fermer le fenêtres d'une chambre pendant le jour & y allumer de la chandelle qui puisse bien éclairer tous les objets qui y sont, & passant ensuite dans un autre lieu éclairé de la lumiere du Soleil si l'on regarde au travers de la porte de la chambre les objets qui y sont éclairés de la lumiere de la chandelle ils paroîtront teints d'un jaune rougeâtre par comparaison à ceux qui sont éclairés du Soleil & qu'on peut voir à même tems, ce qu'on ne peut remarquer lorsqu'on est dans la chambre où est la chandelle.

XV. Methode pour connoître si l'on voit un objet de même couleur avec les deux yeux.

A l'occasion de ces differentes apparences de couleurs, j'ay cherché s'il n'étoit pas possible de connoître si l'on voit avec l'un des yeux les objets teints d'une couleur differente de celle qui paroît avec l'autre œil. Quoi qu'un même objet fasse deux images differentes dans les deux yeux nous ne voyons pourtant qu'un objet, lorsque nous

pouvons tourner les yeux de telle maniere que les images tombent ſur des parties analogues de l'organe de la vuë ; & pour ne voir qu'un ſeul objet avec les deux yeux, il faut neceſſairement que les yeux prennent la diſpoſition qui eſt convenable à cet effet, ſoit que l'objet qu'on regarde avec les deux yeux ſoit proche ou éloigné. Cette diſpoſition doit être pour l'ordinaire la direction des axes des yeux vers l'objet qu'on regarde. Tout autre objet plus proche ou plus éloigné que celui vers lequel les axes ſont dirigés paroîtra double, à cauſe que la peinture ne s'en fait pas dans les deux yeux ſur deux endroits anologues l'un à l'autre. On en peut faire l'experience ſi en dirigeant ſes deux yeux vers quelque objet éloigné, on fait à même tems attention à un autre objet qui ſoit proche, car cet objet proche paroîtra double ; & au contraire ſi les yeux ſont dirigés vers quelque objet proche, l'objet éloigné paroîtra double. De même ſi en tirant les paupieres d'un œil vers le coin exterieur on l'empêche de prendre ſa ſituation ordinaire l'objet que l'on regardera avec les deux yeux paroîtra auſſi double ; car la peinture de l'objet ne ſe fera pas dans l'œil contraint ſur l'endroit analogue à celui où elle ſe fait dans l'œil libre.

On peut encore voir un objet double en mettant au devant de l'un des yeux un verre qui ſoit aſſés convexe & en regardant l'objet de côté ; car les raïons qui viendront de l'objet, & qui rencontreront obliquement le verre, ſe détourneront comme s'ils venoient d'un autre point, & feront par conſéquent leur peinture dans le fond de l'œil en un endroit, qui ne ſera pas analogue à celui où elle ſe fait dans l'œil qui eſt découvert.

Toutes ces manieres de voir un objet double étant contraintes ou alterées par le verre que l'on met entre deux, on ne peut pas s'en ſervir pour connoître certainement ſi l'on voit un même objet de differente couleur avec les

deux yeux ; car si les deux images se confondoient leurs couleurs aussi se mêleroient.

Après avoir regardé avec un seul œil une grande lumiere pendant quelque tems avec une lunette d'approche qui occupe tout l'œil, on s'apperçoit facilement que les objets que l'on voit avec cet œil, paroissent beaucoup plus sombres qu'avec l'autre que l'on a tenu fermé. Cette experience est facile à faire au commencement de la nuit en regardant alternativement avec les deux yeux une muraille blanche ou une feuille de papier blanc, après avoir observé la Lune avec une lunette d'approche. La veritable raison de cet effet ne peut être que le retrecissement de l'ouverture de la prunelle qui a été causé par la grande lumiere ; car elle s'est fermée autant qu'il lui a été possible, à cause de la grande clarté de l'objet, l'ouverture de la prunelle de l'autre œil fermé s'étant bien moins retressie & seulement par sympathie. Ainsi il entre bien moins de raïons de l'objet blanc par la petite ouverture de la prunelle que par la grande ; c'est pourquoi l'objet paroît plus blanc avec l'œil qui a été fermé qu'avec l'autre. Si la muraille blanche étoit fort éclairé comme au grand jour, on ne pourroit pas bien faire cette experience ; car la grande lumiere de l'objet blanc toucheroit avec trop de violence l'œil qui la recevroit par une petite ouverture, pour la distinguer d'avec celle qui entreroit dans l'autre œil par une ouverture mediocre.

XVI. Un objet paroît differemment éclairé avec les deux yeux, après avoir regardé une grande lumiere.

On pourroit encore ajoûter à cette raison que la retine aïant été fortement ébranlée par une grande lumiere, elle ne peut pas l'être aussi-tôt par celle d'un objet mediocrement éclairé ; c'est pourquoi elle en est touchée bien moins vivement que celle de l'autre œil ; & ainsi on verra cet objet plus clairement avec l'œil qui a été fermé qu'avec celui qui a regardé une grande lumiere.

Il est toûjours facile de faire ces sortes d'experiences

lorsque les differences sont fort grandes, mais il n'en est pas de même quand elles sont presque insensibles. Il se trouve peu de personnes qui aïent les deux yeux parfaitement semblables ; avec l'un on voit les objets dans une certaine distance bien mieux qu'avec l'autre, & il est assés facile de s'appercevoir de ce défaut, à moins qu'il ne soit très-petit, & pour le reconnoître on peut se servir de la méthode que j'expliquerai dans la seconde partie pour mesurer exactement la force & la foiblesse des vuës : mais il est plus difficile de sçavoir si l'on voit un même objet de differente couleur avec les deux yeux lorsque la difference est petite; voicy pourtant une methode pour le connoître certainement quelque petite que soit cette difference.

On prend deux cartes minces, comme sont celles dont on jouë, & l'on fait à chacune un petit trou rond & égal de la grandeur d'un tiers ou d'un quart de ligne, & les aïant appliqués chacune à un œil, on regarde au travers des trous un papier blanc également éclairé. Il paroît à chaque œil un cercle du papier au travers des trous, & ces cercles seront joints l'un sur l'autre & n'en seront qu'un, si les raïons qui viennent d'un même point du papier & qui aïant passé au travers du milieu de chaque trou de cartes, vont rencontrer le fonds des yeux dans des points analogues, après s'être rompus dans les humeurs de l'œil. Mais si l'on change la position de ces cartes on verra deux cercles du papier séparés l'un de l'autre; ainsi en approchant ou en écartant les cartes l'une de l'autre on pourra faire ensorte que les deux cercles qui paroissent du papier, se touchent par leur circonference. Si l'un des cercles paroissoit un peu plus grand que l'autre, il n'y auroit qu'à éloigner de l'œil le trou de la carte au travers duquel il paroît, car le cercle paroîtra d'autant plus petit, que le trou sera plus éloigné.

Ces deux cercles du papier étant proches l'un de l'autre,

il sera fort facile de faire la comparaison de leur couleur, & si les yeux sont parfaitement égaux, la couleur des cercles du papier paroîtra égale : mais si les humeurs des yeux sont teintes de quelques couleurs, ou si les retines ne sont pas également sensibles à l'impression des objets, les cercles paroîtront de differentes couleurs. On doit appliquer alternativement les cartes aux deux yeux, pour connoître si la diversité des trous n'apporte pas quelque changement à cette apparence.

XVII. Remarque sur la bonté de la vûë.

J'ay remarqué par cette experience, que ceux qui voient les objets plus rouges avec un œil qu'avec l'autre, estiment cet œil le meilleur dans l'usage ordinaire. On ne peut pas dire que cet effet soit causé par l'ouverture de la prunelle, ce que l'on pourroit attribuer à celle qui seroit la plus grande, puisqu'elle est égale pour les deux yeux étant réduite à l'ouverture des trous des cartes ; c'est pourquoi on pourroit croire que cette rougeur vient de la délicatesse de la retine de cet œil, qui étant ébranlée plus fortement que celle de l'autre œil, lui fait paroître le même objet plus rouge.

Si l'on veut faire cette experience avec plus de justesse, il faut tenir les yeux fermés un peu de tems avant que de regarder au travers des trous des cartes. L'on remarquera aussi que si l'on se frotte un peu un œil, on en verra l'objet plus rouge qu'avec l'autre, ce qui durera un peu de tems, & qui peut être causé par l'ébranlement de toutes les parties de l'œil, ou d'un peu de sang qui s'épanche par ce frottement dans les humeurs liquides de l'œil.

Il peut arriver que l'on verra des couleurs differentes avec le même œil dans des tems differens, ce qui peut venir de quelque accident de ses humeurs ou de la retine, quand même elle ne seroit pas le principal organe de la vision : car si l'on suppose que ce soit la choroïde, les changemens qui pourront lui arriver causeront aussi des diffe-

rences ſans toutefois en exclure la retine par où les raïons doivent paſſer avant que de tomber ſur la choroïde.

XVIII. *Myopes ne regardent pas attentivement ceux qui leur parlent.*

On remarque ordinairement que ceux qui ont la vûë courte ne regardent pas attentivement ceux qui leur parlent, comme on a accoûtumé de faire ; je crois que cela ne vient que de ce qu'ils ne ſçauroient conſiderer exactement les mouvemens des yeux de ceux qui parlent, ce qui contribuë beaucoup à expliquer la penſée, & augmente la force des paroles, & qu'ils ſont ſeulement attentifs à leurs diſcours, ſans avoir aucun objet fixe ſur quoi ils attachent leurs yeux, comme on fait ordinairement en penſant fortement à quelque choſe avec les yeux ouverts ſans rien voir diſtinctement.

XIX. *Myopes avec une grande ouverture de prunelle voyent coſuſément.*

Les vûës courtes dont les organes ſont fort ſains ne voïent que rarement les objets très-diſtinctement à quelque diſtance qu'ils ſoient poſés, ſi l'ouverture de la prunelle eſt trop grande ; car il faudroit une conformation aux courbures des humeurs de l'œil fort differente de celle qu'on y remarque, pour faire que les rayons qui viennent d'un point après avoir ſouffert trois refractions differentes, allaſſent s'aſſembler exactement dans un autre point qui devroit être déterminé par la forme des courbures, & ſe rencontrer auſſi ſur le fonds de l'œil.

S'il y avoit quelque vûë courte qui eût tous ces avantages, elle en auroit encore un autre fort grand ; car elle pourroit voir diſtinctement les objets dans des lieux fort ſombres, à cauſe de la quantité des raïons qui entreroient dans l'œil, & qui y formeroient une peinture diſtincte : mais ces ſortes de vuës ne pourroient qu'avec peine ſupporter la grande lumiere, laquelle feroit une trop forte impreſſion ſur le nerf optique.

Ceux donc qui n'auront pas les trois ſuperficies des humeurs d'une convexité requiſe pour raſſembler exactement les rayons qui viennent d'un point, dans un autre point

point sur le fonds de l'œil, verront les objets confus, & ils les verront d'autant plus confus qu'ils seront dans des lieux plus obscurs, cette confusion ne venant pas de l'obscurité du lieu, mais à cause que l'ouverture de la prunelle se dilatant encore plus dans l'obscurité que dans le grand jour, les extrémités des cones des raïons qui seront coupées sur le fond de l'œil, en seront d'autant plus grandes, & feront par conséquent une plus grande confusion. Car il n'y a presque point de vuë, dont la prunelle n'ait quelque latitude d'extension & de retrecissement dans l'obscurité & dans le grand jour.

XX. Myopes qui voïent les objets doubles quand ils sont éloignés.

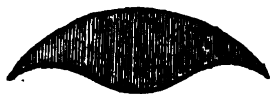
Il arrive encore aux vûës courtes de voir les objets doubles quand ils sont éloignés, comme les lignes noires des heures de quelque grand Cadran au soleil dont le fond est clair; j'entens seulement des vûës courtes, qui peuvent distinguer mediocrement les objets éloignés; car pour celles qui sont très-courtes, quoique le même accident leur arrive elles ne sçauroient le remarquer, à cause de la trop grande confusion des images. Cet accident des vûës courtes leur est commun avec les vûës foibles, & il m'a semblé un des plus difficiles à expliquer. J'avois crû d'abord que la seule confusion de l'image d'un objet noir sur un fond blanc pouvoit causer cet effet; mais aïant examiné la chose attentivement, j'ay trouvé qu'il ne devoit paroître seulement qu'une penombre aux deux côtés du trait noir, qui paroîtroit alors plus petit qu'il ne devroit. Il faut donc chercher ailleurs la cause de cet effet, mais comme elle ne peut être que dans les humeurs de l'œil, il faut tâcher de l'y découvrir.

XXI. Examen de l'apparence des objets doubles.

Monsieur Descartes fût le premier que je sçache, qui examina les courbures des corps transparens qui rompent les raïons de lumiere, pour faire que ceux qui viennent d'un même point s'assemblent aussi en un même point après avoir passé au travers du corps. J'ay trouvé aussi

dans les papiers manuſcrits de M. de Roberval cette matiere traitée à fonds ; & enfin depuis peu M. Hugens en a fait imprimer une demonſtration dans ſon traité de la lumiere. On connoît donc par ce que ces excellens Geometres en ont écrit que les verres lenticulaires qui ſont formés de deux convexités ſpheriques, ne ſont pas propres à faire que les raïons qui viennent d'un point lumineux qui eſt proche du verre ſe raſſemblent en un autre point après avoir paſſé au travers. Ce ſera à peu près la même choſe de tous les autres corps tranſparens.

Si l'une des convexités du corps traſparent eſt ſpherique, l'autre doit être plus élevée dans le milieu & recourbée enſuite en ſens contraire vers les bords à peu près comme la premiere des concoïdes de Nicomede ; ou bien ſi l'on veut diſtribuer cette courbure à toutes les deux ſurfaces du corps tranſparent, il faudra que le milieu de ce corps ſoit plus élevé que les bords, ce qui eſt facile à connoître. Il faut donc que



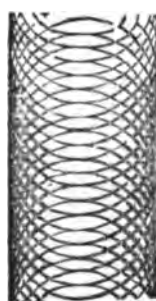
le criſtallin ait cette figure pour faire qu'un œil qui ſera proche d'un objet le voye diſtinctement. Une ſemblable conformation de la cornée peut auſſi ſervir à la même choſe : mais ceux qui ont la vûë de cette ſorte ne peuvent pas voir diſtinctement les objets éloignés, & ils peuvent être myopes par l'une de ces deux cauſes ou pour toutes deux enſemble. Car le verre qui a la figure qui lui eſt neceſſaire pour faire que les raïons qui viennent d'un point lumineux qui en eſt proche, s'aſſemblent exactement en un autre point fort proche, peut être conſideré en quelque façon comme étant compoſé de deux verres lenticulaires & ſphériques de differens foïers, dont le plus convexe eſt placé au milieu de l'autre qui n'eſt que comme un anneau.

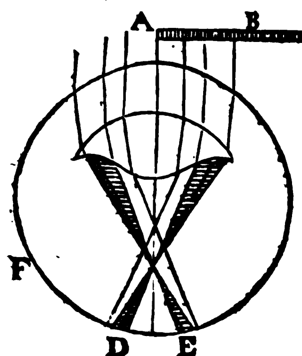
On ſçait par les regles de Dioptrique que le plus con-

vexe de deux verres qui reçoivent les raïons d'un objet éloigné fait son foïer qu'on appelle absolu plus proche, que celui qui est le moins convexe. Il doit donc arriver que le crystallin qui aura la figure propre pour rassembler en un point les raïons lumineux qui viennent d'un autre point proche de l'œil, fera deux foïers séparés & distincts si le point lumineux est fort éloigné de l'œil ; quoi qu'il passe plusieurs raïons entre ces deux foïers, mais il est certain qu'en ces deux points il y en a une plus grande quantité qui y concourrent que par tout ailleurs. J'ay eû entre les mains un verre de lunette d'approche de 15 pieds de foïer qui avoit aussi deux foïers très distincts, mais je ne crois pas que cela vint de la figure du verre, mais seulement de la matiere dont une partie faisoit une plus grande refraction que l'autre. Ce verre ne faisoit pas un bon effet ; car les deux foïers differens causoient de la confusion dans l'image. Il se pourroit faire aussi par la même raison que la matiere du crystallin n'étant pas homogêne, pourroit causer des inégalités dans les refractions, & rendre la vision confuse.

Si l'œil est donc disposé de telle sorte que les raïons d'un objet éloigné aïant passé au travers de la partie du milieu du crystallin telle que je la viens de representer, concourrent sur la retine, il se fera en cet endroit une peinture de l'objet : mais aussi l'anneau du bord du crystallin qui fait son foïer plus loin, peindra le même objet comme un petit anneau autour du premier ; car les raïons ne concourrent pas encore pour former leur foïer. Ainsi si l'objet est un point noir placé sur une superficie mediocrement blanche, il doit former un petit point noir à l'endroit du foïer de la partie du milieu du crystallin, mais si les raïons qui ont passé par le bord du crystallin s'assemblent en un point sur la retine, ceux qui passeront par le milieu ne rencontreront la retine qu'après leur point de concours & y formeront une base confuse.

Il arrivera de là que si l'ouverture de la prunelle est fort grande & si le crystallin est de la figure dont je viens de le supposer, comme il convient aux myopes, l'œil verra l'objet double quand il en sera fort éloigné : car les raïons qui venoient d'un objet proche s'assembloient tous sur la retine, & quand l'objet sera éloigné ceux qui tomberont sur les bords du crystallin s'assembleront au dessus de la retine & au dessous du point de concours de ceux qui tombent vers le milieu, car alors ces raïons comme paralleles font deux foïers differens, ce qui est facile à connoître. C'est pourquoi chaque point de la ligne noire fera des cercles ou anneaux comme on le voit dans cette figure. Mais ces anneaux se recouvrant les uns les autres vers leur extrémité, ils y feront paroître deux lignes ou bandes noires plus larges que la veritable image du trait noir du Cadran. Pour ce qui est de l'image formée par les raïons qui tombent sur le milieu du verre, elle ne peut apporter aucun changement à cette apparence ; car comme ces raïons concourrent fort proche du verre, la rencontre de leur cône sur la retine est fort large, & passe par dessus les extrémités des anneaux, & augmente autant la force des deux bandes noires, qu'elle obscurcit la partie qui est entre deux.



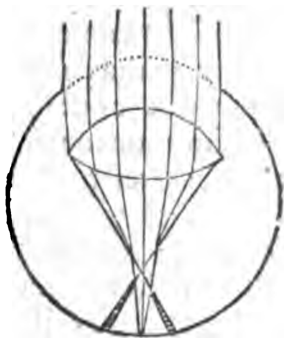


On doit remarquer que les deux bandes ou traits noirs qui se representent dans l'œil sont dans l'ordre naturel, c'est-à-dire que si l'on met un corps obscur AB entre l'œil & l'objet, & assés proche de l'œil & qu'on le fasse avancer peu à peu de droit à gauche, le trait noir de la gauche formé par les parties des anneaux comme D,

doit disparoître le premier; car le côté droit du crystallin étant caché, la bande noire qui se trouve à gauche dans le fond de l'œil disparoîtra, & comme nous sommes accoûtumés à juger les objets dans une position contraire à celle où la peinture s'en fait dans nôtre œil, nous jugeons aussitôt que c'est la bande droite qui disparoît: mais en examinant l'œil des presbytes je parleray plus au long de cet effet.

Si le crystallin a une conformation contraire à la précédente, comme si la partie du milieu est plus applatie que celle des bords, comme on le voit dans la figure suivante, ce qui convient aux presbytes, il s'ensuivra que les raïons qui tomberont sur le milieu de la convexité en venant d'un point éloigné, comme s'ils étoient paralleles entre-eux, feront un foïer plus éloigné que ceux qui tomberont sur les bords; car ces bords sont portion d'une lentille spherique plus convexe que la partie du milieu.

Si l'on suppose donc comme cy-devant que le fond d'un œil soit à la distance qui est necessaire pour recevoir la pointe des pinceaux des raïons qui ont passé par le milieu du crystallin, & que l'ouverture de la prunelle soit fort grande, les raïons qui passeront par les bords feront leur foïer avant qu'ils rencontrent le fond de l'œil, & ils formeront sur le fond de l'œil au-delà de leurs concours un anneau noir si l'objet est un point noir.



Il arrivera donc à cet œil la même chose qu'à l'autre; car si l'objet est éloigné & que ce soit un trait noir sur un fond mediocrement éclairé, il se formera sur la retine deux petites bandes noires par les rencontres des anneaux qui sont formés par chaque point noir de la ligne de l'objet & les points du

milieu qui seront les foïers de la partie du milieu du cryſtallin doivent former un petit trait qui sera presque toûjours effacé par la lumiere des côtés qui l'environne si le fond est fort clair & que le trait soit delié. Le trait du milieu formé par les pointes des pinceaux du foïer de la partie du milieu du cryſtallin pourra aussi s'évanoüir, si l'œil est un peu plus ou moins long qu'il n'est necessaire pour recevoir exactement sur la retine la pointe des pinceaux des raïons qui ont passé par le milieu du cryſtallin.

On doit aussi remarquer qu'il arrivera à cet œil le contraire de ce que nous avons dit de l'autre si l'objet est proche; car les raïons qui tombent tant sur le milieu du cryſtallin que sur les bords faisant leurs foïers séparés & au-delà de la retine si l'on fait avancer de droit à gauche proche de l'œil un corps noir entre l'objet & l'œil, cet objet paroîtra cacher la bande noire qui est de l'autre côté que l'objet qui s'avance ou qui cache la moitié du cryſtallin, comme je l'expliquerai en parlant de la vûë foible. Mais cet œil qui doit passer pour celui d'un myope quand l'ouverture de la prunelle est grande, comme je l'ay supposée, à cause que la plus grande partie des raïons qui tombent sur les bords font un foïer plus vif que ceux qui tombent au milieu, doit au contraire passer pour l'œil d'un presbyte, si l'ouverture de la prunelle est petite, à cause qu'il n'y aura que les raïons du milieu qui toucheront la retine & qui la rencontreront fort loin du cryſtallin.

Mais quand l'ouverture de la prunelle seroit grande, si la figure du cryſtallin comme je la viens de supposer ne peut faire concourir les raïons des bords qu'au-delà de la retine, cet œil passera toûjours pout celui d'un presbyte.

XXII. Accident d'une blessûre.

J'ay dit encore que la figure exterieure de la cornée pouvoit faire l'effet que je viens de rapporter, ce qui est très-facile à comprendre après ce que j'ay expliqué, & c'est aussi pour cette raison qu'un homme aïant été blessé dans

l'œil d'un coup qui avoit fendu la cornée sans toutefois en faire sortir l'humeur aqueuse, la plaïe s'étant guerie, il demeura au milieu comme un sillon qui corrompoit la convexité ordinaire de cette membrane & qui faisoit comme deux convexités differentes, ce qui faisoit que cet homme voïoit les objets doubles avec cet œil.

XXIII. Des Iris & des couronnes qui paroissent autour des chandelles.

C'est aussi par les irrégularités du crystallin ou de la membrane cornée que l'on explique facilement les couronnes & les Iris que l'on voit la nuit autour des chandelles, & si l'on voit toûjours ces couronnes on peut être asseuré que c'est le deffaut de la superficie du crystallin ou de la cornée; mais si on ne les voit que dans de certains tems on ne peut presque attribuer cet accident qu'à un changement de figure de la cornée, comme quand on a tenu la main long-tems appuïée contre l'œil, laquelle a comprimé la partie la plus élevée de cette membrane.

On voit dans les figures précédentes que les deux foïers que causent les superficies irrégulieres des humeurs dans de certaines distances font qu'il se peint sur la retine un cercle lumineux & foible autour du point où il se ramasse plus de raïons, ce qui fait voir l'objet distinctément, & c'est ce cercle qui nous fait paroître des couronnes autour des objets lumineux pendant la nuit.

Si l'irrégularité de la superficie des humeurs n'est pas fort considerable, on verra seulement un cercle clair sans pouvoir y appercevoir de couleurs; mais si elle est fort grande, il se fera une grande refraction qui fera voir des couleurs.

On pourra s'asseurer de ce que je viens d'expliquer en faisant passer un objet noir au-devant de la prunelle & proche de l'œil; car quand cet objet couvrira la moitié de la prunelle, la moitié du cercle lumineux disparoîtra d'un côté ou d'autre suivant la nature de l'œil, comme je l'ay expliqué cy-devant; & cet effet arrivera toûjours si l'on

prend la précaution de mettre l'objet noir fort proche de l'œil, quand le corps lumineux sera grand; mais s'il est petit cet objet interposé pourra être un peu éloigné de l'œil: mais aussi le cercle paroîtra moins lumineux si la lumiere est petite.

XXIV. Sentiment de Descartes.

Il y quelques Philosophes qui attribuent cet effet à des plis ou rides circulaires sur les surfaces des humeurs; mais il seroit difficile d'expliquer de quelle maniere ces rides se seroient formées, outre que je ne crois pas qu'on ait jamais rien observé de semblable dans aucun œil.

XXV. De la vûë courte qui a l'ouverture de la prunelle fort petite.

Si une vûë courte a l'ouverture de la prunelle fort petite & les organes fort sains, elle pourra voir très-distinctement les plus petits objets lorsqu'ils seront exposés au grand jour, dont la force ne pourra pas blesser la retine, à cause qu'il n'entrera dans l'œil que peu de raïons; & quoi que cet œil soit aussi convexe qu'un autre œil qui auroit l'ouverture de la prunelle plus grande, il ne laissera pas de distinguer les objets éloignés bien mieux que l'autre: car les cones des raïons lumineux étant plus aigus, leurs pointes seront plus déliées, & elles formeront une peinture plus distincte sur le fond de l'œil, que si ces cônes étoient plus obtus. Mais ces sortes de vûës courtes ont un autre deffaut fort considerable, qui est qu'elles ne peuvent pas voir les objets proches si ils ne sont fort éclairés, à cause que l'image étant très grande sur le fond de l'œil, la force de la lumiere y est fort dissipée.

Ces vûës courtes qui ont l'ouverture de la prunelle fort petite & les humeurs troubles voïent confusément les objets au grand jour & ne voïent que très-foiblement ceux qui sont dans l'obscurité: car la retine n'est touchée que très-foiblement par les raïons lumineux de l'objet. Enfin les plus défectueuses de toutes les vûës courtes sont celles dont la retine n'est pas bien saine; car elles ne voïent pas les objets éloignés & elles ne peuvent appercevoir que très-

très-confusément des objets mediocrement éloignés, comme sont ceux qui nous environnent, & dont nous avons besoin ou que nous devons éviter pour la conservation de notre vie.

On voit les objets d'autant plus grands qu'on a la vûë plus courte, en comparant ces mêmes objets à eux-mêmes quand on les voit distinctement par le moïen d'un verre concave. C'est ordinairement ce qui surprend le plus ceux qui ont la vûë fort courte, & qui n'ont pas accoûtumé de se servir de verres concaves pour voir des objets éloignés. Car ils sont étonnés de voir si distinctement des objets éloignés en les comparant à ces mêmes objets qu'ils voïoient auparavant si grands, mais confusément, étant prévenus que l'on doit voir les objets moins distinctement quand on les voit plus petits, comme s'ils étoient plus éloignés de l'œil. XXVI. Usages des verres concaves pour les vûës courtes.

Pour les vûës courtes qui n'ont pas la retine bien saine ni bien délicate, elles ne peuvent tirer presque aucun avantage des verres concaves : car comme ces verres seuls étant placés contre l'œil approchent les pointes des pinceaux les unes des autres en les rendant plus courts, ils en forment une image plus petite sur la retine, qui ne peut pas en être touchée assés sensiblement pour faire une vision distincte.

Il n'en est pas de même si l'on se sert de deux verres assemblés dont l'un soit convexe & l'autre concave ; car les raïons aïant passé au travers de ces verres se trouvent disposés comme il est necessaire pour entrer dans l'œil & pour se réünir sur la retine, & de plus ils sont détournés de telle maniere qu'ils y forment une image beaucoup plus grande qu'à la vûë simple, qui est tout ce qu'on pourroit desirer pour le secours de la vûë, si l'on pouvoit appercevoir un grand espace tout à la fois. Si les verres qu'on joint ensemble sont tous deux convexes on peut voir un assés grand champ ;

mais les myopes tirent peu de fecours de ces fortes de verres dans l'ufage ordinaire de la vie, outre que les objets y paroiffent renverfés, à moins qu'on n'affemble trois ou quatre de ces verres, ce qui fait les lunettes d'approche.

XXVII. Myopes écrivent de petits caracteres.

Ceux qui ont la vûë courte écrivent ordinairement de petits caracteres, & ne fçauroient fouffrir les groffes lettres, car il leur arrrive à peu près la même chofe qu'à ceux qui ont la vûë bonne quand ils lifent de près des groffes lettres comme des affiches qui font écrites en lettres capitales, à caufe qu'il faut trop remuer les yeux & la tête pour parcourir peu de mots, ce qui eft fort incommode, car on fçait par experience que pour être fort attentif à quelque chofe, il ne faut pas remuer la tête, les idées fe diffipant facilement par ce mouvement, & c'eft ce qu'on éprouve ordinairement dans la peinture quand on copie quelque chofe & qu'on eft obligé de détourner la tête de deffus le tableau pour regarder l'objet original.

Pline appelle *Hebetiores* ceux qui ont les yeux gros & faillans hors de la tête : mais ce n'eft pas cette groffeur qui peut ôter quelque chofe à la vivacité de l'efprit, ce n'eft à ce qu'il me femble que parce que la plûpart de ceux qui ont les yeux fort gros ont ordinairement la vûë courte, & comme ils ne regardent pas attentivement ceux qui leurs parlent, comme je l'ay remarqué cy-deffus article 18, on croit qu'ils font plus ftupides que les autres, car on juge ordinairement de l'attention par la difpofition des yeux.

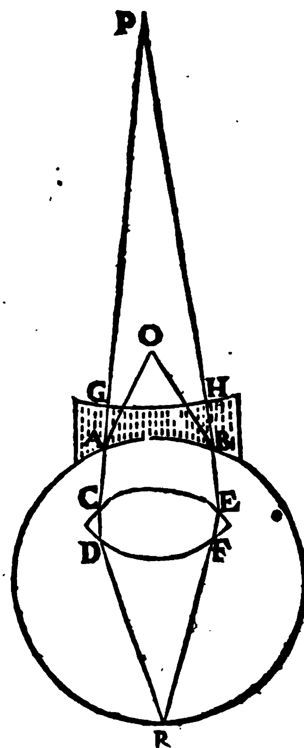
XXVIII. De l'utilité des verres concaves pour ceux qui ont le cryftallin fort convexe.

Ceux qui ont la vûë courte & qui n'ont pas la cornée fort élevée doivent avoir le cryftallin fort convexe au moins pour l'ordinaire, & ces fortes d'yeux ne peuvent pas tirer un grand fecours des verres concaves pour voir diftinctement des objets éloignés : car les raïons qui viennent des objets, doivent fe rompre peu à peu & en trois tems differens & à peu près égaux pour faire une réünion

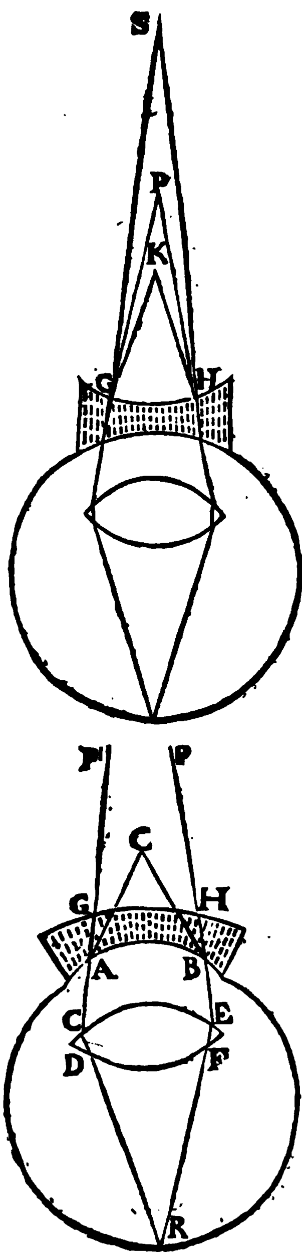
plus parfaite sur la retine & sans y faire paroître des couleurs, & dans cette conformation où la cornée est peu convexe, leur réfraction se fera presque toute à l'entrée & à la sortie du cryſtallin, en deux tems seulement: mais cette réfraction étant bien plus grande qu'il ne faut pour voir des objets éloignés, on doit lui ôter ce qu'elle a de trop, & on ne peut le faire qu'en diminuant en quelque façon la convexité exterieure de l'œil qui est celle de la cornée, par l'application du verre concave, ensorte que la premiere réfraction se peut trouver entierement détruite, & les raïons passant alors au travers du verre concave & de l'humeur aqueuse, qu'on peut considerer comme un seul corps transparent, sans souffrir aucune réfraction, les trois réfractions ordinaires se réduiront à deux seulement, & les couleurs qui sont toûjours sensibles dans les grandes réfractions se joignant à la petitesse de la peinture de l'objet éloigné, la vision ne sera pas parfaite. En voicy la démonstration dans la figure suivante.

Soit l'œil ABR (*figure suiv.*) avec son cryſtallin CDEF & sa cornée AB. Soit un objet placé en O, ensorte que les raïons qui viennent de ce point O s'étant rompus sur la cornée comme en A & en B se détournent dans l'humeur aqueuse en AC & en BE, & rencontrant la superficie anterieure CE du cryſtallin, ils se rompent encore & passent dans le cryſtallin par les lignes CD, EF; enfin en sortant du cryſtallin ils se rompent pour la troisiéme fois & passent dans l'humeur vitrée par les lignes DR, FR pour s'assembler au point R. Si l'on pose maintenant un objet au point P dans la rencontre des raïons CA, EB prolongés, & si du centre P on décrit la courbure GH pour la figure exterieure du verre dont l'interieure AB soit accommodée à celle de la cornée, il est évident que les raïons qui viendront de l'objet P, iront s'assembler sur la retine au point R, après avoir passé au travers du verre

& des humeurs de l'œil, comme s'ils venoient du point O. Car suppofant comme j'ay déja fait que le verre & l'humeur aqueufe ne faffent qu'une même humeur & de même nature, les raïons qui viendront de l'objet P entreront dans le verre qui eft comme la premiere humeur fans aucune refraction & penetreront jufqu'à la furface du cryftallin en droite ligne jufqu'en C & en E. Mais ces raïons qui viennent de l'objet P ne fouffriront que deux refractions avant que de s'affembler au point R ; & fi cet objet P n'eft qu'à une diftance mediocre comme de deux ou trois pieds, qui eft celle où l'on voit diftinctement les objets quand l'œil eft bien conformé, il s'enfuit que cet œil myope réünit les raïons d'un objet placé dans une diftance mediocre après deux refractions feulement, ce qui eft un défaut, puifque l'œil bien conformé ne les doit réünir qu'après trois refractions quand ils font placés à cette même diftance.



Si l'objet étoit plus éloigné que le point P comme en S dans la figure fuivante, il eft facile à voir qu'il faudroit que la partie extérieure GH du verre concave, fût plus concave qu'elle n'étoit quand l'objet étoit au point P où étoit auffi le centre de la concavité du verre, c'eft-à-dire qu'il faudroit que le centre de cette concavité fut plus proche de l'œil comme en K ; & alors les raïons qui viendroient de l'objet S feroient une refraction en fens con-



traire à celle qui se doit faire naturellement, car ils seroient plus divergens que s'ils venoient du point S, puisqu'ils doivent se détourner dans le verre & dans l'humeur aqueuse comme s'ils venoient du point P, pour se réünir ensuite sur la retine au point R, ensorte qu'il arrivera toûjours que les raïons ne se feront convergens qu'en deux tems avant leur réünion au point R, ce qui fera toûjours une vision imparfaite, puisqu'elle est contre l'ordre ordinaire de la nature.

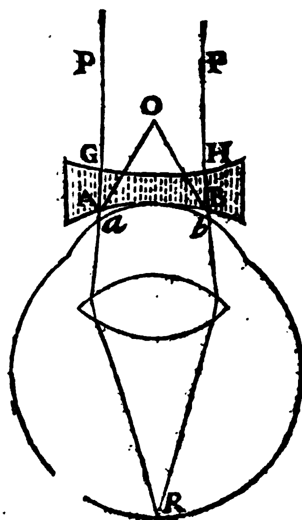
Mais si le crystallin de l'œil d'un myope est à peu près de la même convexité de celui d'un œil bien conformé, & que tout ce qui rend cet œil myope ne vienne que de la grande convexité de la cornée, il est certain que si d'ailleurs les organes de la vision sont bien sains & les humeurs bien transparentes, l'usage du verre concave donnera à cette vûë tout ce qui lui manque pour la rendre parfaite. Car il est facile à voir, parce que je viens de dire, que le verre concave qu'on metra au-devant de la cornée ne faisant avec l'humeur aqueuse que comme une même humeur, ôtera à la cornée, & par conséquent à l'humeur aqueuse

2° Pour ceux qui ont le cristallin bien conformé.

ce qu'elle a de trop, pour faire que les raïons qui viendront d'un objet mediocrement éloigné puissent entrer dans l'œil comme il faut pour s'assembler sur la retine, après trois refractions, comme dans les vûës bien conformées.

Il faut remarquer que si l'on suppose que la partie AB du verre concave qui est tournée vers l'œil soit accommodée & appliquée immediatement à la cornée, comme je l'ay supposé dans le cas précédent, il faudra que sa superficie exterieure GH soit convexe & non pas concave, & qu'elle ait à peu près la même convexité que celle d'un œil bien conformé; car alors l'humeur aqueuse & le verre ne sont considerés que comme une même humeur.

Mais si l'on se sert d'un verre concave des deux côtés ou seulement concave d'un côté & plat de l'autre, alors les raïons feront cinq refractions avant que de se réünir au fond de l'œil, dont les deux premieres qui se font sur le verre rendront les raïons incidens plus divergens qu'ils ne sont, & les trois autres qui se feront dans l'œil les rendront convergens. Ainsi la refraction des raïons d'un objet mediocrement éloigné se fera dans cet œil d'un myope en trois tems, comme dans celui qui est bien conformé.



3°. Pour ceux qui ont l'œil fort long.

Enfin si tout ce qui rend l'œil myope n'est qu'une trop grande longueur de l'humeur vitrée, qui fait que la retine est trop éloignée du cryſtallin, & que les raïons d'un objet mediocrement éloigné qui se sont rompus dans l'humeur aqueuse & dans le cryſtallin de la même maniere que dans un œil

bien conformé, ne peuvent s'assembler sur la retine, mais plus proche du crystallin, le verre concave qu'on mettra au devant de la cornée rendra les raïons un peu plus divergens en entrant dans l'œil qu'ils n'étoient sans le verre, & ils se rompront toûjours en trois tems pour venir jusqu'à la retine où la vision sera parfaite.

Cette espece d'œil myope n'a besoin que d'un verre très-peu concave, car pour peu qu'on détourne les raïons en entrant dans l'œil, leurs concours s'alonge ou se racourcit beaucoup.

C'est à ce dernier cas de l'œil myope qu'on peut attribuer ce que j'ay observé à plusieurs vûës, qui étant bonnes dans la jeunesse jusqu'à l'âge de 20 ou 25 ans sont devenuës ensuite myopes, & ne pouvoient plus voir les objets éloignés aussi facilement qu'ils les voïoient auparavant, quoiqu'ils vissent toûjours très-distinctement ceux qui n'étoient éloignés que d'un ou de deux pieds. Je dis donc qu'il est difficile d'attribuer ce changement ou à la cornée qui est fort dure & séche de sa nature, ou au crystallin qui est un corps homogene, & qui n'a que des corps liquides qui l'environnent, mais il me semble que si les muscles de l'œil qui l'envelopent deviennent plus forts & plus gros qu'ils n'étoient auparavant ou bien si les graisses qui sont en assés grande quantité dans cette partie viennent à s'augmenter peu à peu, elles comprimeront le globe de l'œil par le côté, & sa figure changeant peu à peu & devenant plus longue qu'elle n'étoit auparavant, sans qu'il arrive aucun changement à la cornée ni au crystallin, la retine s'éloignera du crystallin, & cet œil deviendra un peu myope. Il se pourroit faire aussi que l'œil s'alongeroit par un accident particulier de la membrane sclerotique & même par un effet contraire à celui que je viens de rapporter, c'est-à-dire par un amaigrissement de l'œil. Car la plus grande partie des graisses de l'œil sont placées au fond entre les

quatre principaux muscles, & si ces graisses viennent à diminuer, les muscles pressant toûjours la sclerotique par les côtés, ils feront prendre peu à peu à l'œil une figure plus longue que celle qu'il avoit auparavant.

Il se peut faire plusieurs combinaisons des trois differentes causes qui font l'œil myope, en les considerant séparées, ou jointes & selon qu'elles seront plus ou moins grandes; mais je n'expliquerai pas plus au long les differens accidens qui en pourroient arriver, puisqu'il sera facile de les déduire de ceux que j'ay donné, si l'on sçait les principes de l'Optique, comme je le suppose icy.

XXIX. *Que la grande lumiere blesse moins l'œil myope que les autres, avec une même ouverture de prunelle.*

Les myopes qui ont l'ouverture de la prunelle fort grande sont moins choqués par la grande lumiere qui entre dans l'œil que ceux qui ont la vûë bonne, ou que les presbytes avec une même ouverture de prunelle; car les objets fort éclairés qui nous environnent, & qui ne sont pas fort proche de nos yeux, y envoïent des raïons qui se rassemblent sur la retine dans l'œil bien conformé, & y font une très-petite base dans l'œil presbyte; c'est pourquoi ils la touchent trop vivement dans ces deux yeux & y causent de la douleur, ce qui n'arrive pas à l'œil myope, à cause que ces mêmes raïons font une base trop grande sur la retine: car toutes choses étant égales l'œil myope voit toûjours les objets plus confusément que l'œil presbyte, & cette confusion est causée par l'espace que les raïons qui viennent de chaque point de l'objet, occupent sur le fond de l'œil.

XXX. *Remarque sur un accident particulier de ceux qui ont la cornée élevée.*

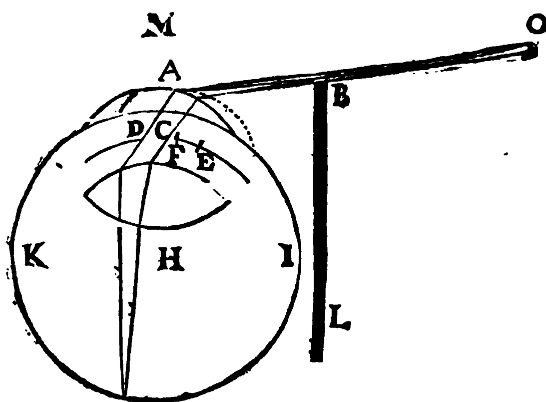
Il arrive une chose considerable à toutes les vûës, mais elle est ordinairement plus sensible à ceux qui ont la vûë courte qu'aux autres, à cause qu'ils ont la cornée fort élevée. On voit un objet qu'on ne regarde pas, & l'on ne voit pas ce même objet quand on le regarde. C'est un paradoxe d'Optique.

Pour faire cette experience il faut mettre contre la jouë

quelque

quelque corps plat & noir comme le bord d'un chapeau qui empêche de voir les objets qui sont à côté; & sans remuer l'œil il faut tourner la tête avec le corps noir appliqué contre la jouë tant qu'on apperçoive quelque petit objet blanc qui soit placé contre un corps noir ou brun, alors si l'on arrête la tête ferme & qu'on tourne l'œil seulement vers l'objet blanc, on ne le voit plus.

Cette experience surprend d'abord, mais il est très-facile d'en rendre raison par la conformation de l'œil, car soit l'œil AIK, & le corps noir BL placé proche de l'œil, l'objet blanc soit O éloigné de l'œil l'ouverture de la prunelle CD étant d'abord tournée vers M, les raïons qui viendront de l'objet O en passant pardessus l'objet noir BL



rencontreront la cornée obliquement en A & se détourneront dans l'humeur aqueuse, ensorte qu'ils passeront par l'ouverture CD de la prunelle & feront une impression sur la retine en quelque endroit que ce soit, ce qui fera appercevoir l'objet O, quoique l'œil ne soit pas dirigé vers cet endroit. Maintenant si l'on fait mouvoir l'œil sans tourner la tête, il doit tourner à peu près sur son centre H & par conséquent la cornée & l'ouverture de la prunelle

changeront de position en s'approchant de l'obstacle noir BL : ainsi quand même dans cette position de l'œil, les raïons qui venant de l'objet O, passent pardessus l'obstacle BL, pourroient encore rencontrer la cornée, ils ne pourroient pas entrer dans l'ouverture de la prunelle EF, en se détournant dans l'humeur aqueuse, d'où il est évident que quoique l'œil soit alors dirigé vers l'objet O, il ne peut pourtant pas le voir.

XXXI. Avantage de l'œil myope qui a une petite ouverture de prunelle.

L'œil myope qui a l'ouverture de la prunelle très-petite peut voir distinctement les objets éloignés & ceux qui sont fort proches aussi très-distinctement par sa conformation naturelle. Il a donc un très-grand avantage pardessus celui qui est bien conformé en ce qu'il peut appercevoir de très-petites parties de cet objet proche, à cause qu'il le peut voir de plus près, & qu'il recevra beaucoup plus de raïons que l'autre avec une semblable ouverture de prunelle ; & les pinceaux des raïons qui ont pour base l'ouverture de la prunelle étant fort déliés ne laissent pas de faire une peinture distincte sur la retine, quoiqu'ils ne la rencontrent pas exactement dans leur pointe.

XXXII. Moïen propre à quelques myopes pour voir les objets éloignés.

Il y a des myopes qui peuvent appercevoir un objet éloigné plus distinctement qu'ils ne faisoient, en mettant le doigt sur l'angle exterieur de l'œil & en tirant les paupieres en dehors, en les comprimant contre l'os de la temple. Par ce moïen ils font deux choses qui rendent l'œil plus propre à distinguer les objets éloignés ; car premierement, ils en font la figure un peu plus platte par la compression exterieure que causent les paupieres qui sont bandées, & à même tems ils ne laissent que peu d'ouverture à la prunelle entre les paupieres qui s'approchent l'une de l'autre étant tirées en long.

J'aurois encore plusieurs observations considerables à faire sur les myopes ; mais comme elles n'ont rien qui ne lui soit commun avec les presbytes & avec ceux qui ont la

vûë bien conformée, je n'en parlerai qu'après avoir examiné les accidens de l'œil des presbytes & de ceux qui tiennent le milieu & qui ont preſque tous les avantages des presbytes & des myopes ſans en avoir les défauts, ce qu'on appelle ordinairement une bonne vûë.

De la vûë longue ou foible.

LEs presbytes ſont ceux qui ne ſçauroient voir diſtinctement les objets proches, mais qui voïent bien ceux qui ſont éloignés. Cependant il y a quelques presbytes, qui ne ſçauroient pas voir bien diſtinctement les objets éloignés; mais ils les voïent toûjours bien mieux que les myopes. Les humeurs de cette eſpece d'œil ne ſçauroient faire concourir les raïons qu'elles reçoivent comme paralleles, que dans un point au-delà de la retine.

XXXIII. Des presbytes qui ont une petite ouverture de prunelle.

Les presbytes qui ont l'ouverture de la prunelle fort petite ne ſçauroient voir un peu diſtinctement les objets que dans le grand jour; car comme ils ne peuvent pas bien diſtinguer les objets s'ils ne ſont éloignés de l'œil d'une diſtance d'environ trois pieds, afin que les raïons puiſſent entrer dans l'œil comme paralleles entr'eux, ſi l'ouverture de la prunelle eſt petite, il n'entrera dans l'œil que peu de raïons, qui ne pourront pas toucher ſenſiblement la retine; c'eſt pourquoi il faut que la grande lumiere récompenſe en quelque façon la petiteſſe de l'ouverture de la prunelle. Mais l'ouverture de la prunelle pouvant un peu ſe reſſerrer & ſe dilater même dans ceux qui ſont âgés, il arrive que cet œil étant au grand jour pour voir plus diſtinctement ou plus vivement un objet, ſa prunelle ſe ferme plus qu'elle n'étoit auparavant, & il pert une partie de l'avantage qu'il devroit retirer de la grande lumiere.

On remarque auſſi que cet œil, qui ne ſçauroit lire

qu'à peine une écriture de mediocre grandeur à la distance d'un pied environ, s'il se tient fermé pendant quelque tems, & caché de quelque corps obscur, aussi-tôt qu'il regardera l'écriture qu'il ne pouvoit distinguer qu'à peine auparavant, il la verra assés distinctement.

XXXIV.
Augmentation de la vûë dans cet œil en le frottant.

Cet avantage ne lui vient que d'une plus grande ouverture de prunelle qui se perd promptement; car la grande lumiere l'oblige de se refermer presque aussi-tôt; mais il y en a une autre qui dure un peu plus long-tems. Quand on a détourné l'œil de dessus l'écriture qu'on ne peut lire qu'avec très-grande peine, il faut le fermer & le frotter pendant quelque tems en le tournant & en le comprimant par les côtés. Par ce moïen on met en mouvement le sang qui est contenu dans les vaisseaux qui sont proche de l'œil, d'où il arrive que les muscles qui l'environnent se remplissent & deviennent plus gros qu'ils n'étoient avant le frottement, ensorte qu'ils peuvent comprimer un peu l'œil par les côtés, ce qui lui fait prendre une figure plus longue qu'il n'avoit auparavant. Ainsi il peut appercevoir bien mieux les objets proches qu'il ne faisoit; & comme la figure qu'il a aquise, dure autant de tems que le sang est en grand mouvement, & que les muscles sont plus gonflés qu'à l'ordinaire, il pourra aussi voir l'objet distinctement pendant un tems assés considerable.

XXXV.
Que les presbytes peuvent rarement devenir myopes.

C'est une chose fort rare que ceux qui sont presbytes deviennent myopes ou qu'au moins ils puissent acquerir une vûë mediocre & bonne pour voir des objets à une mediocre distance comme d'un pied. Cependant, il s'en trouve quelques-uns à qui cela arrive après une maladie, & même après quelque fluxion sur les yeux. Il y a plusieurs causes qui peuvent faire cet effet; les muscles qui enveloppent le globe de l'œil peuvent se retirer & devenant plus gros presser l'œil par les côtés, & lui donner une figure plus longue; ou par la cornée qui change de figure en deve-

nant plus convexe ; ou enfin par la membrane sclerotique, qui se serrant par les côtés donne à l'œil une figure plus longue qu'elle n'avoit auparavant. Il seroit plus difficile, à ce qu'il me semble, qu'il lui arrivât quelque changement de la part du crystallin, à cause qu'il est environné des humeurs dont il ne differe qu'en solidité de substance, & qu'il n'a point de muscle auquel il puisse arriver du changement.

XXXVI. Que les presbytes deviennent plus presbytes par les maladies.

Il est plus ordinaire que les presbytes deviennent plus presbytes par les maladies que de devenir myopes, car toutes les parties se relâchent, les muscles s'amaigrissent, & l'œil étant toûjours pressé par devant & par derriere, s'applatit plûtôt qu'il ne s'allonge ; ainsi ils voient encore moins de près qu'ils ne faisoient auparavant.

XXXVII. Des presbytes qui lisent de très-petites lettres à deux ou trois pieds de distance de l'œil.

Les presbytes qui ont les organes bien sains & sur tout la retine très-délicate & très-sensible, éloignent de l'œil les petits objets pour les voir distinctement, ce qui paroît extraordinaire, à cause que l'on est accoûtumé d'approcher de l'œil les petites choses qu'on veut bien distinguer. Ils peuvent lire très-bien de petites lettres à deux ou trois pieds de distance étant au grand jour, & ils ne les verroient que très-confusément à un pied ; car les raïons qui viennent de deux ou trois pieds entrent dans l'œil comme paralleles entr'eux & vont s'assembler exactement sur la retine, où ils forment une peinture distincte qui fait la distinction de l'objet. Mais comme la vûë diminuë toûjours avec l'âge, ils ne demeurent pas long-tems dans cet état, car l'œil devenant plus applatti qu'il n'étoit, il ne peut plus voir l'objet distinctement, sans que les raïons entrent dans l'œil convergens, ce qui ne se peut pas faire par la seule position de l'objet d'où ils viennent ; car si ils sont proches ils entrent dans l'œil divergens, & s'ils sont éloignés ils y entrent comme paralleles.

Puisque la retine est assés délicate & assés sensible pour

recevoir les impressions des objets, quoiqu'ils soient très-petits, ce que l'on peut connoître par le calcul suivant, il faut que les filets du nerf optique qui la composent soient très-délicats.

XXXVIII. Calcul de la delicatesse de la retine & de la petitesse des filets qui la composent.

On peut voir facilement à 4000 toises de distance une aîle de moulin à vent que je suppose de 6 pieds de large ; & l'œil étant supposé d'un pouce de diametre, la peinture de cette aîle sera dans le fond de l'œil sur la retine de $\frac{1}{8000}$ de pouce ; car je suppose que les raïons principaux qui viennent des extrémités de la largeur de l'aîle, passent par le centre de l'œil & qu'ils rencontrent la retine dans le point de réünion des raïons, ce qui ne peut être que très-peu éloigné de la verité. Mais $\frac{1}{8000}$ partie d'un pouce est un peu moins que la 666e partie d'une ligne, & si une ligne a sa largeur égale à celle de 10 cheveux mediocres, la largeur qu'occupera la peinture de l'aîle de moulin à vent sur la retine ne sera que la 66e partie de celle d'un cheveu mediocre ; & enfin si la largeur d'un filet de ver à soïe n'est que la huitiéme partie de celle d'un cheveu, la peinture de l'aîle dans le fond de l'œil ne sera que de la huitiéme partie de la largeur d'un filet simple de ver à soïe ; & par consequent, puisque cette peinture fait impression sur le nerf optique, & qu'elle est distinguée d'un autre objet qui en est proche; il faut tout au moins qu'un des filets du nerf optique ne soit que de la largeur de la 8e partie de celle d'un filet de ver à soïe, & ainsi sa grosseur ne sera que de la 64e partie de celle d'un filet de ver à soïe, ce qui paroît presque inconcevable, puisqu'il faut que chacun de ces filets du nerf optique soit un tuïau qui contienne des esprits.

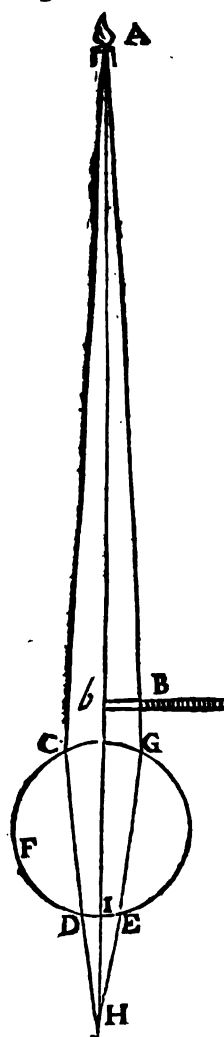
Si les oiseaux peuvent appercevoir des objets éloignés aussi-bien que les hommes, ce qui paroît assés vray-semblable par la facilité qu'ils ont de retourner dans des lieux très-éloignés d'où ils sont partis, il faut qu'ils aïent les filets qui composent le nerf optique beaucoup plus déliés

que les hommes, puisque la peinture des objets sur leur retine est beaucoup plus petite que celle qui se fait dans l'œil de l'homme, comme je l'ay remarqué au commencement de ce discours.

L'œil qui est si foible qu'il ne peut voir distinctement les objets éloignés ny encore moins ceux qui sont proches, lorsqu'il regarde une chandelle à 10. ou 12. toises de distance; si l'on fait avancer un corps obscur du côté droit vers l'œil, ensorte que ce corps commence à luy cacher la lumiere de la chandelle, il voit ce corps dans une position renversée; car il lui semble que la chandelle commence à se cacher vers sa partie gauche, quoique le corps soit vers la droite. On ne sçauroit attribuer cet effet au renversement de la peinture des objets dans le fond de l'œil, puisqu'elle se fait aussi-bien pour les objets proches que pour ceux qui sont éloignés, & comme nous jugeons toûjours par habitude que les objets sont dans une position contraire à celle de la peinture qui se fait sur la retine, il semble que dans ce cas l'ordre de la nature est renversé; puisque par cette experience on devroit conclure que l'objet fait sa peinture dans le fond de l'œil du côté où il est, ce qui est entierement contraire à toutes les loix de l'optique & à toutes les experiences. XXXIX. Phénomene particulier du renversement des objets dans les presbytes.

Pour expliquer ce Phénomene, il faut considerer que la chandelle A, qui est un petit objet éloigné de l'œil ne doit être consideré que comme un point lumineux, dont les raïons qui viennent à l'œil CGDE, & qui entrent par l'ouverture de la prunelle CG, après s'être rompus dans les humeurs de l'œil, iroient s'assembler en un point comme H au-delà de la retine, ensorte que ces raïons de lumiere forment un cercle DE sur la retine. Mais il faut remarquer que la figure circulaire lumineuse qui se forme sur la retine dépend entierement de la figure du trou de la prunelle, qui est comme la base du cône dont H est le

sommet; quoiqu'il soit vray que la figure CDHEG formée par les raïons lumineux qui traversent l'œil, soit composée de quatre differens segmens de pyramides; ce qui est facile à voir, puisqu'il se fait un segment different dans chaque humeur de l'œil. Cependant quoique cette figure lumineuse soit composée de quatre segmens de pyramides, il est évident que les bases de chacun de ces segmens seront des cercles, si la base du premier est un cercle; & si la base du premier est une figure triangulaire ou quarrée, les bases de tous les autres seront aussi triangulaires ou quarrés, & ainsi de toute autre figure : mais la base du premier segment est l'ouverture de la prunelle; c'est pourquoi les bases de tous les autres seront des figures semblables à l'ouverture de la prunelle; ainsi la figure lumineuse DE sur la retine sera semblable à celle de l'ouverture de la prunelle.



C'et œil dont la retine est touchée dans toute sa partie, DE juge que la lumiere de la chandelle, est d'une grandeur propre à lui faire cette grande impression, car il ne distingue aucune partie dans cette lumiere; & s'il n'avoit jamais vû la lumiere d'une chandelle de plus près que 10. ou 12. toises, il ne pourroit point connoître la veritable forme de sa flamme; je dis de plus près que de 10. ou 12. toises, quoiqu'il soit très-certain qu'à cette distance, il doit mieux

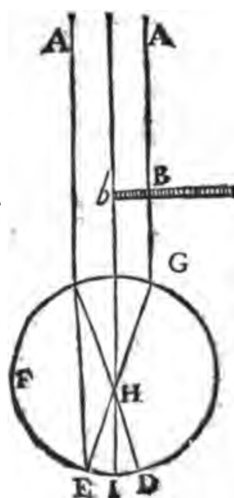
mieux distinguer la figure de la flamme de la chandelle qu'à une distance plus petite, mais la figure de cette flamme à une petite distance se fait mieux connoître à cause de sa grandeur, quoique chaque partie séparement soit plus confuse qu'à une plus grande distance. L'œil presbyte jugeant donc que la figure de la flamme de la chandelle est fort grande & ronde, comme est l'ouverture de la prunelle, il en distingue les parties par rapport à l'image DE qui se forme sur la retine, & il estime que la partie E de l'image, est la partie gauche de la lumiere; & au contraire que la partie D de l'image est la partie droite de la lumiere ou de la flamme.

Maintenant si l'on met le corps B opaque & noir assés proche de l'œil vers la droite, en le faisant avancer peu à peu vers le milieu de l'œil; ensorte que son extremité vienne comme en *b*, il est évident que la moitié de l'ouverture de la prunelle est cachée par ce corps, & qu'elle n'est plus que d'une figure demi-circulaire par rapport au point lumineux A; c'est-à-dire qu'il n'entre plus dans l'œil des raïons lumineux que par la moitié de l'ouverture de la prunelle laquelle est vers C; ainsi la figure de la lumiere n'est plus qu'un demi-cône, ou plusieurs demi-cônes joints les uns aux autres. La peinture de la lumiere sur le fond de l'œil sera donc en demi-cercle, suivant ce que j'ay dit cy-devant, & ce sera vers le côté gauche D que la lumiere demeurera sur le fond de l'œil. Ainsi à mesure que le corps B s'avance de la droite vers la gauche pour couvrir la prunelle, l'image lumineuse ED sur le fond de l'œil commence aussi à disparoître ou à s'éteindre, en allant aussi de la droite à la gauche; c'est-à-dire de E en I vers D. Mais comme on juge que la partie E de la peinture de la lumiere est sa partie gauche, & que D est la droite, on voit que la lumiere commence à disparoître du côté gauche qui est opposée à celui où est le corps opaque B.

Quoique le corps B intercepte les raïons de la lumiere du côté de E où il eſt placé, il ne laiſſe pas pour cela de faire ſa peinture en DF dans la partie gauche de l'œil ſuivant les loix de l'optique, puiſqu'il eſt placé au dehors en B vers la droite; c'eſt pourquoi la peinture de ce corps obſcur s'avancera ſur le fond de l'œil dans un ſens contraire à celui de dehors; & ſi ce corps eſt placé à la droite en B, & qu'il s'avance vers le milieu de l'œil en *b*, ſa peinture ſe fera en FD à gauche dans le fond de l'œil, & s'avancera vers la droite. On verra donc d'abord une penombre qui paroîtra cacher l'image de la lumiere en s'avançant du même côté que le corps obſcur; car ſa peinture s'en fera dans le fond de l'œil dans un ſens contraire: mais auſſi-tôt que l'extrémité du corps obſcur ſera parvenuë dans le raïon AG, qui eſt le premier qui entre dans la prunelle, l'image ronde de la lumiere commencera à diſparoître du côté oppoſé, comme je viens d'expliquer.

XI. Ce qui arrive à l'œil myope par la même cauſe.

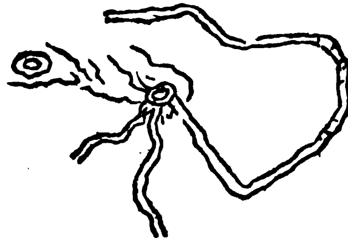
Il n'arrive pas la même choſe à l'œil d'un myope, quoique l'image de la lumiere A ſoit très-grande dans le fond de l'œil & qu'elle ſoit de la même figure que l'ouverture de la prunelle: car le concours H des raïons lumineux qui viennent vers l'œil comme paralleles entr'eux, ſe faiſant au dedans de l'œil; ils doivent rencontrer le fond de l'œil en ED qui ſera la baſe d'un cône oppoſé à celui qui eſt formé par le concours des raïons dans l'œil, & ces cônes oppoſés auront leur ſommet commun au point H. Ainſi la partie E de la baſe lumineuſe, laquelle eſt à gauche dans le fond de l'œil, appartient au raïon AG qui eſt à droit; on jugera donc, quand le corps B touchera ce



raïon, que ce sera la partie droite du corps lumineux qui en sera touchée; & à mesure que ce corps s'avancera vers le milieu de l'œil en *b*, l'image de la lumiere commencera à diminuer du côté gauche E en allant en I vers D, ce qui fera juger que ce corps B obscurcit la lumiere suivant l'ordre naturel. Le corps B ne fera point de penombre, comme dans l'œil d'un presbyte; car quand son extrémité B touchera le raïon AG, la peinture de cette extrémité sera fort nette au point E sur la retine, & il verra distinctement ce corps B dont toute la peinture sera en FE qui s'avancera sur celle de la lumiere ED suivant l'ordre naturel, quoiqu'elle paroisse fort grande.

Les presbytes son sujets à voir des taches, des filets, & comme des mouches volantes qui sont toûjours devant leurs yeux; mais principalement lorsqu'ils regardent un objet blanc ou fort clair. Ces taches ne sont pas toutes de même nature, il y en a que j'appelle permanentes à cause qu'elles ne changent pas de place à l'égard de l'axe de la vision; car on les voit toûjours dans le même endroit par rapport au point de l'objet qu'on regarde attentivement, & quelquefois elles sont dans ce même point & par consequent dans l'axe de la vision: les autres sont flottantes & changent continuellement de place. Les unes & les autres de ces taches n'ont pas une figure constante; & de plus les premieres ne sont que comme des taches obscures faites sur un corps blanc, & les dernieres paroissent comme les nœuds du bois de sapin qui sont coupés sur une planche: elles ont une partie fort claire qui est environnée des filets noirs, & on y voit souvent plusieurs fils noirs irreguliers qui les accompagnent avec des especes de fils posés en differentes

XI. Des taches & mouches volantes qu'on voit toûjours devant les yeux.

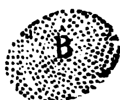


manieres dont le milieu paroît fort clair & les deux bords obscurs, comme on le peut voir dans cette figure. On trouve souvent des morceaux de verre & de glace de miroir qui ne sont point encore polis, qui font voir des apparences toutes semblables, quand on les expose aux raïons du soleil, & qu'on reçoit sur un papier blanc ces raïons qui ont passé au travers.

Cette experience m'a été d'une très-grande utilité pour reconnoître de quelle façon se formoient la seconde espece de taches qui paroissent sur les objets, comme je l'expliquerai dans la suite.

XLII. Formation de la premiere espece de taches.

Les taches que j'appelle permanentes se font voir tout d'un coup, & sont ordinairement rondes, & quand on tient l'œil fixement attaché sur quelque partie d'un objet blanc, on les voit aussi sur ce même objet sans qu'elles changent de place, comme si l'œil est attaché à considerer la lettre A qui est écrite sur un papier blanc, on voit la tache comme en B, & elle accompagne toûjours la même distance & dans le même endroit cette lettre qu'on regarde attentivement. Il y a de ces taches qui demeurent pendant toute la vie, mais quelques-unes ne durent que quelques mois, & quand elles se dissipent on commence à s'appercevoir que le milieu s'éclaircit, & cette partie claire s'augmentant peu à peu elle s'étend vers l'un des bords & ne laisse plus qu'une partie de la tache en forme de croissant irregulier, qui devenant de jour en jour plus foible, se dissipe enfin tout-à-fait.



Il est certain que ce qui forme ces taches est arrêté en quelqu'endroit dans l'œil, puisqu'elles paroissent toûjours dans la même place à l'égard de l'axe de la vision. Il faut donc examiner en quel endroit il peut être arrêté. Je dis que ce ne sçauroit être dans l'humeur aqueuse; car les taches ne paroîtroient pas terminées par les bords; à cause

que les raïons qui entrent dans l'œil par les côtés, empêcheroient que l'obscurité ou l'ombre du corps qui forme les taches, ne fût terminée : ce ne sçauroit être non plus sur la surface ni au dedans du crystallin, ni dans l'humeur vitrée pour la même raison; outre que dans ces deux dernieres humeurs qui sont d'une consistance assés solide, il seroit difficile qu'il se pût former un corps étranger, & presqu'en un moment.

Il ne reste donc plus que la retine où elles se puissent former; c'est aussi par un accident qui peut facilement lui arriver, que je pretens rendre raison de cette apparence. On sçait que la retine est semée de plusieurs vaisseaux sanguins qui sont assés considerables; & s'il arrive qu'il se fasse un épanchement du sang de quelqu'un de ces petits vaisseaux sur la retine, il est certain que la partie où ce sang s'étendra, ne pourra plus recevoir comme auparavant les impressions des objets, c'est pourquoi il paroîtra une tache obscure sur tous les objets qu'on regardera, & elle aura sa figure terminée par celle de l'épanchement du sang. Cette figure sera à peu près ronde; car les épanchemens qui partent d'un point s'étendent ordinairement en rond. Ce sang extravasé se dissipe peu à peu dans la suite, comme il arrive aux autres parties du corps, & ainsi cette tache se dissipe aussi peu à peu, & enfin elle s'évanoüit. Mais quand les taches demeurent toûjours, il faut que l'endroit de la retine où elles sont, soit affecté de telle maniere qu'il ne puisse plus se rétablir. Ces taches sont plus sensibles à ceux qui ont l'ouverture de la prunelle fort petite, & sur tout à ceux qui sont presbytes ou myopes, mais plûtôt aux presbytes, qui ont ordinairement l'ouverture de la prunelle petite : car les impressions des objets sur la retine sont d'autant plus foibles, que l'ouverture de la prunelle est plus petite, & que la base des raïons qui partent de chaque point de l'objet est plus éloignée de son point de

concours, comme il arrive à ceux qui sont fort presbytes. Il arrive aussi que si l'œil presbyte se sert d'un verre convexe un peu fort pour voir les objets, la tache qu'il voïoit auparavant ne paroît presque plus; car par le moïen de ce verre il entre beaucoup de raïons dans l'œil, qui allant s'assembler exactement sur la retine, la touchent assés fortement pour y faire une impression sensible au travers du sang extravasé.

XLIII. De la seconde espece de taches.

Il est plus difficile d'expliquer comment se forme la seconde espece de taches avec ce qui les accompagne ordinairement. J'ay dit cy-devant que l'experience que j'avois faite de quelques morceaux de verre, m'avoit beaucoup servi pour trouver la cause de ces sortes de taches. Quand on fait le verre, il s'y rencontre fort souvent de petits morceaux, comme des grains & des filets d'une matiere transparente, mais toute differente du reste, ensorte qu'elle fait une refraction differente de celle du verre dans laquelle elle est envelopée. Ces grains & ces filets étant ordinairement d'une matiere très-dure, ils ne se fondent pas aussi facilement que le reste; c'est pourquoi ils ne s'y mêlent pas entierement, & il reste un petit noyau tant dans les grains que dans les filets. Et comme ils ont du rapport aux corps très-durs ils font une plus grande refraction que le reste; & par consequent les raïons aïant passé au travers, font leur foïer plus court que celui de la matiere dans laquelle ils sont répandus. Ainsi en considerant tout l'œil comme s'il n'étoit rempli que d'une seule humeur, & que la forme de cet œil le rendît presbyte, on voit clairement que les raïons de lumiere qui passeroient au travers des grains & des filets de matiere plus dense, feroient leur foïer à peu-près sur la retine, où il se feroit un point, & des filets lumineux environnés d'un côté & d'autre d'un trait obscur, comme il paroît quand on expose au soleil un verre convexe qui fait son foïer la-

mineux dans le milieu d'une ombre très-forte dont il est environné.

Ces taches & ces filets ne demeurent pas toûjours dans la même place, on les voit changer de position sur les objets qu'on regarde suivant les differens mouvemens de l'œil, & quand il s'en rencontre dans l'axe de la vision, si l'on détourne l'œil le plus qu'il est possible, à droit ou à gauche, elles s'écartent aussi-tôt. On remarque encore que lorsqu'on tient la tête droite, & qu'on regarde quelque objet à même hauteur que l'œil, on voit descendre ces taches peu à peu. Pour expliquer toutes ces apparences, je dis que les grains & les filets qui forment ces taches, doivent necessairement flotter dans une des humeurs de l'œil puisqu'elles changent de place si facilement, & il faut que la matiere dans laquelle ils nagent ou flottent soit fort liquide; c'est pourquoi ce ne peut être que dans l'humeur aqueuse. Les grains & les filets qui forment ces taches étant transportés en differens endroits de cette humeur, font paroître ces taches en differens endroits des objets qu'on regarde par rapport à l'axe de la vision. Mais il faut remarquer, que quand l'œil est en repos, on devroit les appercevoir qui s'éleveroient sur les objets, & on ne les verroit pas descendre comme il arrive ordinairement à cause du renversement de la peinture sur la retine, ce que j'explique en cette sorte.

Si l'œil étoit bien conformé, ensorte que les raïons des objets posés à une mediocre distance, concourussent sur la retine, il est certain que cet œil ne verroit que quelqu'ombre legere, quoi qu'il y eût des grains & des filets dans l'humeur aqueuse: car ces corps étrangers ne feroient qu'intercepter quelques raïons de ceux qui viendroient des objets, ce qui n'empêcheroit pas que la plus grande partie ne fit son foïer sur la retine, & leur image y étant bien peinte, la vision ne paroîtroit pas interrompuë par

ces obſtacles, de la même maniere que les objets ſe repreſentent diſtinctement dans une chambre obſcure par le moïen d'un verre convexe, quoiqu'on ait fait ſur ce verre pluſieurs taches & traits avec de l'ancre; & ſi ce même verre avec ſes taches étoit l'objectif d'une lunette, on ne laiſſeroit pas de bien voir les objets, mais ils paroîtroient un peu obſcurs à cauſe qu'une partie des raïons ſeroient empêchés par les taches. Il n'en ſeroit pas de même ſi ces taches étoient ſur le verre oculaire, car elles paroîtroient toutes ſur les objets quoiqu'elles fuſſent très-déliées, & ſur tout ſi l'ouverture du verre objectif étoit fort petite. Il arrive preſque la même choſe à l'œil presbyte qui a l'ouverture de la prunelle fort étroite, que l'on peut comparer en quelque façon à l'ouverture du vere objectif d'une lunette, & les corps étrangers qui forment les taches, étant proche du cryſtallin & le touchant feront à peu près le même effet que les traits & taches d'ancre ſur le verre oculaire de la lunette; car l'ombre des grains & des filets ſera ſenſible ſur la retine avant le concours des raïons.

Ces taches demeurent aſſés conſtamment de la même figure; car on ne s'apperçoit pas ordinairement qu'elles changent qu'après pluſieurs heures, & quelquefois d'un jour à l'autre. Mais ce qu'il y a de plus conſiderable c'eſt leur mouvement propre; car lors qu'on tient l'œil fixement attaché ſur quelque objet fort clair, ſur tout après avoir remué l'œil promptement vers differens côtés, on voit que ces taches deſcendent ſur les objets: il faut donc qu'il leur arrive le contraire dans l'œil, puiſque la peinture des objets ſur la retine eſt toûjours dans une poſition contraire à celle où nous la jugeons. J'ay dit cy-devant que les corps étrangers qui formoient les taches, faiſoient un foïer plus court que celui de la matiere dans laquelle ils nageoient: mais ce n'eſt pas à dire pour cela qu'ils ſoient plus peſants que cette matiere; au contraire ils peuvent

être

être plus legers & faire plus de refraction, pourvû qu'ils soient plus gras, comme la plûpart des huiles par rapport à l'eau. Ainsi lorsque ces corps sont agités dans l'humeur aqueuse par un violent mouvement de l'œil, ils sortent hors de leur position naturelle, qui est le haut; mais ensuite quand l'œil est en repos, il y remontent peu à peu, & par consequent on doit voir les taches qui descendent sur les objets; & quand ces corps étrangers qui sont ordinairement auprès du crystallin, se sont arrêtés en quelqu'endroit, on voit les taches permanentes en cet endroit tant qu'on ne remuë pas l'œil.

XLIV. Experiences sur les refractions.

J'ay fait les experiences suivantes pour m'asseurer des refractions de l'huile, par rapport à l'eau & à l'air. On a fait un si grand nombre d'experiences sur la refraction du verre qu'il seroit inutile de les repeter; on peut donc prendre que le sinus de l'angle d'incidence dans l'air est au sinus de l'angle de refraction dans le verre, comme 3 à 2, ou bien comme 60 à 40, celles qu'on a faites dans l'eau est aussi fort certaine, & l'aïant faite plusieurs fois avec le même vase qui m'a servi à faire les autres, je l'ay trouvé à l'ordinaire de 4 à 3, ou de 60 à 45. Celles que j'ay faites avec de l'esprit de vin très-bien rectifié m'ont donné le sinus de l'angle d'incidence à celui de refraction, comme 60 à 44, ce qui approche fort de celle de l'eau. Enfin celles que j'ay faites avec de l'huile d'olive fort liquide m'ont donné la proportion des sinus, comme 60 à 42, ce qui est un peu plus proche de celle du verre que de celle de l'eau, quoique l'huile soit bien plus legere que l'eau & que le verre soit plus pesant.

XLV. Des cataractes.

Les corps étrangers qui s'engendrent dans l'humeur aqueuse & qui font la seconde espece de taches dont je viens de parler, forment aussi les cataractes quand il s'en trouve une grande quantité, & qu'ils s'arrêtent les uns aux autres: car il s'en fait un tissu épais, qui empêche la

lumiere de passer, ou s'ils la laissent passer elle est très-foible. Quelques-uns croïent que les cataractes viennent des pellicules dont le crystallin est formé, quand celles qui sont du côté de l'humeur aqueuse, deviennent opaques & s'endurcissent; & ils apportent pour raison, que tous ceux à qui l'on abbat des cataractes, ont besoin d'un verre fort convexe pour voir distinctement les objets après l'operation, quoi qu'ils vissent fort bien sans lunette ou verre convexe avant que la cataracte se fût formée. Car ils disent que cette pellicule, qui faisoit partie du crystallin, en étant détachée le rend bien moins convexe qu'il n'étoit auparavant; & par consequent, qu'il faut suppléer par dehors à ce defaut, en mettant au devant de l'œil un verre convexe; & que si la cataracte venoit seulement de quelques corps étrangers formés dans l'humeur aqueuse, lorsque ces corps seroient détournés de devant l'ouverture de la prunelle, on devroit voir les objets comme on les voyoit avant la cataracte, l'œil n'aïant point changé de figure. Toutes ces raisons sont fort bonnes, mais il est facile d'y répondre par ce que j'ay appris d'un très-habile Operateur. Il dit, qu'il est impossible de faire cette operation sans qu'il sorte beaucoup de l'humeur aqueuse par la piqure, & c'est ce qui m'a fait croire que la foiblesse de vûë que l'on remarque à tous ceux à qui l'on a abbatu des cataractes, ne vient que de cet épanchement qui rend l'œil plus plat qu'il n'étoit auparavant. Je ne fais pas de doute que lorsqu'on fait l'operation à des jeunes gens, l'œil ne se retablisse dans son premier état après quelque tems, puisque nous avons des experiences que l'humeur aqueuse aïant été tirée de l'œil de quelques animaux & l'œil paroissant tout fletri, peu de tems après, il s'est rétabli dans son premier état.

XLVI. Des étincelles de feu.

Lorsqu'on a fait quelqu'effort ou en éternuant avec violence, ou en se mouchant fortement, on voit des

étincelles de feu qui paroissent courir d'un côté & d'autre sur les objets. J'ay vû aussi une personne à qui il en paroissoit de semblables après avoir regardé quelque tems un ciel fort clair avec grande attention. Cet accident paroît d'abord surprenant & il donne de la fraïeur : car l'on a des exemples de quelques personnes qui ont perdu la vûë après des accidens à peu près semblables.

On ne peut pas rechercher la cause de ce phénomene en d'autre endroit que dans la retine, que je regarde toûjours comme le principal organe de la vision ; mais comme nous ne pouvons pas connoître ce qui lui arrive avec autant d'évidence qu'aux autres nerfs qui sont répandus dans quelques parties de notre corps, nous n'en pouvons juger que par comparaison. Quand on a tenu long-tems le bras ou la jambe dans une posture contrainte, la main & le pied deviennent engourdis, & si ces parties demeurent toûjours dans la même disposition, on sent dans cet engourdissement, des élancemens comme si on piquoit la chair en differens endroits, ce qui cause une douleur fort considerable. On sent aussi la même chose quand on reçoit quelque coup aux extrémités du corps ; & si l'œil est blessé dans ses parties extérieures, on se persuade voir une grande quantité d'étincelles de feu. Il est facile de juger que tous ces accidens viennent de la même cause, & que le cours des esprits étant interrompu dans les nerfs & coulant ensuite par reprises & secousses, nous fait sentir dans les chairs ces piqures violentes, & dans l'œil nous fait voir des éteincelles de feu, les nerfs étant ébranlés de la même maniere que si ces piqures étoient réelles, & si ce feu étoit present. Ainsi en éternuant ou en se mouchant avec violence, on ébranle tous les nerfs qui sont répandus dans la tête, ensorte que l'on sent fort souvent dans ce même moment ou une violente douleur de tête ou une douleur d'oreille qui se dissipe promptement, & l'on

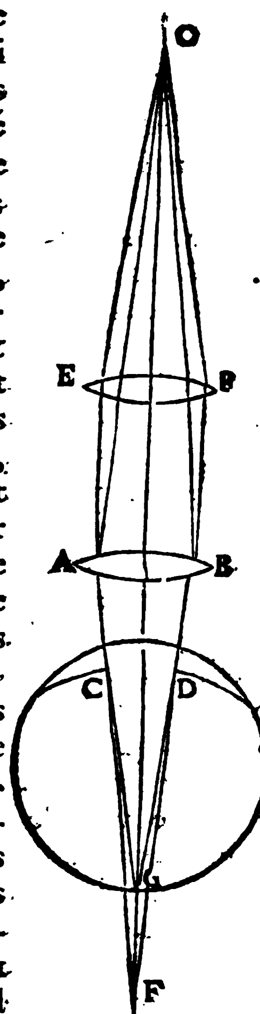
voit aussi des étincelles de feu qui se répandent d'un côté & d'autre, mais qui ne durent au plus qu'une demi-minute. Pour ce qui est des étincelles de feu qu'on voit après avoir regardé quelque tems le ciel fort éclairé, je les compare aux piqures qu'on sent dans l'engourdissement des mains ou des pieds.

XLVII. De l'usage des verres convexes pour l'œil presbyte.

L'œil presbyte reçoit de bien plus grands avantages de l'usage des verres convexes, que l'œil myope n'en reçoit des verres concaves. Un des plus considerables est la grande quantité de raïons que ces verres font entrer dans l'œil, en les détournant comme il est necessaire pour faire une peinture distincte sur la retine: car l'œil presbyte n'aïant ses humeurs conformées que pour rëünir au-de-là de la retine les raïons qui viennent à lui d'un objet proche, il faut que ces mêmes raïons entrent convergens dans l'œil afin de pouvoir se rëünir sur la retine. Or la proprieté des verres convexes étant de rëünir les raïons après qu'ils ont passé au travers, il s'ensuit que les raïons qui viennent d'un objet proche, après avoir passé au travers d'un verre plus ou moins convexe, sont disposés en entrant dans l'œil pour concourir sur la retine, où ils font une peintute distincte de l'objet. Mais lorsque les raïons ont passé au travers du verre convexe, ils occupent moins d'espace qu'ils ne faisoient auparavant, puisqu'ils sont disposés pour concourir en un point; c'est pourquoi l'ouverture de la retine en reçoit beaucoup plus après qu'ils ont passé au travers du verre convexe, que s'ils n'y avoient point passé. Et comme la plûpart de ceux qui sont presbytes ont l'ouverture de la prunelle fort petite, il s'ensuit que les presbites reçoivent un double avantage de l'usage des verres convexes, puisque par leur moïen la peinture des objets est distincte sur la retine, & aussi vive que s'ils avoient l'ouverture de la prunelle fort grande.

La quantité des raïons qui entrent dans l'œil rendent l'image plus vive & plus sensible & d'autant plus que le

verre convexe est plus éloigné de l'œil. Mais il faut remarquer qu'un même verre convexe ne peut pas servir pour un même œil à toutes sortes de distances de l'œil & de l'objet : Par exemple, si la lentille ou verre convexe AB est placée à une certaine distance de l'œil pour faire que les raïons qui viennent de l'objet O s'étant rompus dans ce verre, & aïant ensuite passé dans l'œil par l'ouverture de la prunelle CD, concourrent sur la retine en G; cette même lentille étant plus éloignée de l'œil, & étant placée comme en ER, les raïons qui viendront du même objet O après avoir passé par ce verre & par les humeurs de l'œil ne pourront plus se réünir sur la retine. Car si nous supposons que le verre est placé en AB, & que les raïons qui vienne de l'objet O puissent concourir ou faire leur foïer dans l'air au point F, lorsque ce même verre sera placé en ER, le point F ne sera plus le point de concours des raïons, qui venans du point O de l'objet, se rompent dans ce verre, hormis dans un cas seulement où la distance de ER au point O, est la même que celle de AB au point F; mais par tout ailleurs le foïer étant plus proche ou plus loin de l'œil que le point F les raïons qui entreront dans l'œil seront disposés pour concourrir plus proche ou plus loin que le point F; car l'œil étant toûjours dans le même endroit, il faut que les raïons qui doivent concourir sur la retine, tendent au point F



avant que d'entrer dans l'œil; c'est pourquoi ils ne feront pas sur la retine une peinture distincte de l'objet.

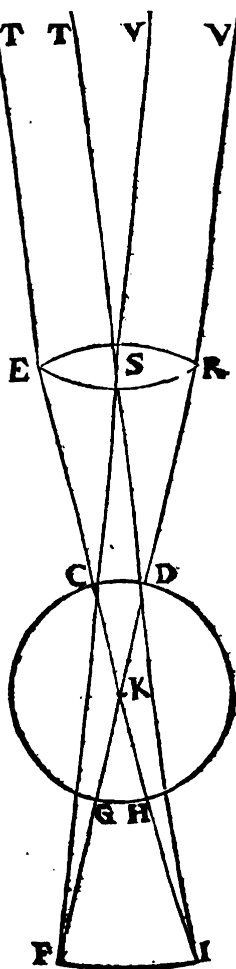
Mais si l'on place un autre verre en ER, ensorte que sa figure soit propre pour faire que les raïons, qui viennent du point O concourrent au même point F où le verre AB les faisoit concourrir auparavant: Il est évident que ce verre les détournera comme il faut pour faire une peinture distincte sur la retine; mais il y aura encore cet avantage, qu'il entrera dans l'œil par le moïen de ce verre ER beaucoup plus de raïons qu'il n'en entroit par le moïen du verre AB. Car les lignes FC, FD qui comprennent tous les raïons qui peuvent entrer dans cet œil pour faire une peinture distincte occupent plus de place sur le verre ER que sur le verre AB; & ER étant plus proche de l'objet O que AB, l'angle EOR, qui contient tous les raïons qui peuvent entrer dans l'œil après avoir passé par le verre ER, est beaucoup plus grand que l'angle AOB.

Ce n'est pas icy le lieu de déterminer quelle doit être la convexité du verre; la distance de l'objet à l'œil & du verre à l'œil étant donnée dans une conformation de l'œil qui soit déterminée: Il suffit seulement de remarquer, que si l'objet est fort éloigné, & que le verre étant éloigné de l'œil de deux ou trois pieds au plus, on puisse voir au travers les objets distinctement, on les verra beaucoup plus grands qu'à la vûë simple, & plus l'œil sera presbyte plus l'image sera grande; ensorte que par le moïen d'un seul verre convexe l'œil presbyte reçoit le même avantage que d'une petite lunette composée de deux verres. Voicy de quelle maniere se fait cette augmentation.

XLVIII. Que par le moïen d'un verre convexe les presbytes voïent les objets plus grands qu'à la vûë simple.

Je considere l'œil comme étant d'une matiere homogene qui est propre avec la figure spherique à faire que des raïons ordonnés qui tendent en un même point proche ou éloigné en entrant dans cet œil, puissent concourrir sur le fond.

Soit donc l'œil GHCD de figure ſpherique dont K ſoit le centre, & le verre convexe ER placé à deux pieds de l'œil aïant ſon foïer abſolu à la diſtance FI, c'eſt-à-dire que les raïons qui tomberoient comme paralleles entr'eux en rencontrant ce verre iroient concourrir vers la ligne FI qui eſt plus éloignée du verre que l'œil CDGH. Poſons maintenant que cet œil ne puiſe faire concourrir ſur ſon fond GH des raïons qui ſoient comme paralleles entr'eux, à moins qu'ils ne tendent à des points de la ligne FI. S'il y a donc quelqu'objet TV dont les raïons TE, TS qui viennent du point T ſoient comme paralleles entr'eux, & VR, VS auſſi paralleles leſquels viennent du point V, ces raïons aïant paſſé au travers du verre iront s'aſſembler aux points I & F ſur leur raïon principal TSI & VSF qui paſſe par le centre S du verre. Ces deux raïons TS, VS comprennent l'angle TSV ſous lequel on voit cet objet, qui eſt compris entre ſes extrémités T & V; car on ne tient pas compte de la diſtance qu'il y a de l'œil au verre, par rapport à l'objet, & qui fait que l'angle TSV eſt un peu plus grand que celui ſous lequel on verroit l'objet ſans l'interpoſition du verre. Si ces raïons paralleles aïant paſſé au travers du verre & étant devenus convergens vers les points I & F, rencontrent l'œil, ils s'y détournent pour aller s'aſſembler ſur le fond GH; mais tous les raïons qui entrent dans l'œil & qui tendent vers les points I & F, doivent



s'assembler sur celui qui passe par le centre K de l'œil, qui doit être consideré comme le principal par rapport à l'œil, c'est-à-dire sur les raïons IK, FK qui rencontrent le fond de l'œil en H & en G où se fera la peinture des points T & V de l'objet. Il est facile à connoître que l'angle HKG ou IKF sous lequel on voit l'objet après que ces raïons ont passé au travers du verre, est plus grand que l'angle ISF ou TSV sous lequel on le verroit à la vûë simple, puisque dans les deux triangles FKI, FSI le sommet K est plus proche de la base commune IE que le sommet S, & de plus l'angle TSV est un peu plus grand que TKV, qui seroit celui sous lequel on verroit les objets à la vûë simple; car les raïons principaux qui viendroient à l'œil des points T & V de l'objet, passeroient par le centre K de l'œil. Je ne tiens pas compte de la confusion de l'image à cause que l'œil est presbyte, & qu'il ne peut pas faire concourrir sur la retine les raïons qui viennent des points de l'objet TV.

XLIX. Des presbytes qui ont la cornée fort convexe.

Ceux qui sont presbytes & qui ont la cornée fort convexe doivent avoir le crystallin fort plat; mais ils ne laissent pas de voir les objets fort distinctement en se servant d'un verre convexe pour mettre au devant de l'œil: car ce verre convexe détournant les raïons pour les faire concourrir en un point, ils rencontrent les humeurs de l'œil qui les détournent encore du même sens & en trois tems differens, ainsi les raïons qui entrent dans l'œil se rompent du même sens en quatre ou cinq tems differens; ce qui ne rend pas la vision moins distincte: car quoique les refractions qui se font à l'entrée & à la sortie du crystallin soient bien moindres que celle qui se fait à l'entrée de l'humeur aqueuse sur la cornée, la vision ne laisse pas d'être distincte, les raïons rompus ne faisant pas des angles trop aigus, comme il arriveroit si toute la refraction des raïons se faisoit en deux tems seulement.

Il

Il feroit difficile, pour ne pas dire impoſſible qu'un œil fût presbyte aïant le cryſtallin fort convexe : car comme il ſe fait toûjours deux refractions ſur le cryſtallin lorſque les raïons y entrent & qu'ils en ſortent, & qu'il faut auſſi que la figure de la cornée ſoit convexe pour s'accommoder à celle de tout l'œil, il ſe fera toûjours trois refractions, dont deux étant fort grandes, l'œil ſera plûtôt myope que presbyte. Il ſe pourroit pourtant faire que l'humeur vitrée ſeroit en ſi petite quantité que le cryſtallin touchant preſque au fond de l'œil, les raïons ne pourroient pas concourrir ſur la retine à la ſortie du cryſtallin, à cauſe qu'il n'y auroit pas aſſés de diſtance; mais cet accident eſt fort rare, & il l'eſt encore plus qu'un œil n'ait point d'humeur vitrée & que le cryſtallin touche à la retine, ce qui s'eſt pourtant trouvé dans quelques ſujets, & ſur tout dans des chevaux; mais il n'eſt pas poſſible dans des conformations ſi extraordinaires, que les organes de la viſion ſoient demeurés bien ſains, ſur tout la retine ſi elle touche au cryſtallin.

De la vûë parfaite.

CEux qu'on dit avoir bonne vûë voïent diſtinctement les objets à un pied de diſtance ou même plus près, de même que ceux qui ſont fort éloignés. Il ſemble que puiſqu'ils voïent diſtinctement les objets fort éloignés ils devroient être presbytes, car on ne met pas d'autre difference entre les presbytes & les myopes, ſi ce n'eſt que ceux-cy voïent bien les objets proches & ne voïent pas ceux qui ſont éloignés; au contraire ceux-là voïent bien les objets éloignés & ne voïent pas ceux qui ſont proches; c'eſt pourquoi ſi ceux qu'on dit avoir la vûë parfaite voïent diſtinctement les objets éloignés, ils doivent être mis au nombre des presbytes, & ils ne doivent pas bien voir les objets

I. De ceux qu'on dit avoir bonne vûë.

proches. Il est vrai que si l'on donne le nom de presbytes à ceux dont la conformation de l'œil est propre pour rassembler sur la retine les raïons qui y entrent comme paralleles entr'eux, & qui viennent par consequent des objets fort éloignés, il s'ensuit que celui qui a la vûë parfaite comme je l'établis icy, doit aussi être appellé presbyte en ce sens. Mais par les noms de myopes & presbytes, on entend les deux excès opposés; & par le nom de vûë parfaite, on entend celle qui tient le milieu entre ces deux extrêmes. Ainsi la vûë parfaite ne differe pas beaucoup d'une des especes de myopes & de presbytes. Il faut seulement remarquer, que la distance de trois pieds environ doit être considerée comme une très-grande distance, & si un œil presbyte ne peut pas voir un objet placé à cette distance, il ne verra pas non plus ceux qui sont plus éloignés.

LI. Trois cas differens qui font les trois especes de vûë dont on parle icy.

Mais comme toutes les vûës peuvent bien distinguer des objets un peu plus ou un peu moins éloignés, celui qui aura la vûë propre pour voir très-distinctement les objets à deux pieds de distance, les verra encore bien à un pied & à trois pieds, & par consequent il verra bien ceux qui seront très-éloignés, qui est ce que j'appelle icy vûë parfaite. Mais celui qui aura la vûë propre pour voir très-distinctement un objet à quatre pieds de distance, il verra aussi assés-bien celui qui sera à trois pieds, mais il verra un peu confusément celui qui sera à un pieds, & plus confusément encore celui qui sera plus proche : il pourra voir aussi distinctement ceux qui seront plus éloignés que quatre pieds à quelque distance qu'ils soient placés, qui est ce que j'appelle presbyte, & ceux qui sont fort presbyte ne voïent que très-confusément les objets qui sont placés à une mediocre distance, & ne voïent pas distinctement les objets éloignés ; quoiqu'ils les voïent mieux que ceux qui sont proches. Au contraire, celui qui a l'œil disposé

pour voir très-distinctement à un demi-pied de distance, pourra voir assés bien un objet éloigné seulement de trois ou quatre pouces & d'un pied à peu près, mais il ne verra pas ceux qui seront plus éloignés, & c'est ce que j'appelle myope, & ceux qui sont fort myopes ne sçauroient voir distinctement les objets s'ils ne sont tout proche de l'œil. Cette latitude de vûë vient en partie de ce que l'on peut étressir ou élargir l'ouverture de la prunelle suivant que les objets sont proches ou éloignés de l'œil, ce que j'examine fort au long dans la seconde partie de ce traité, où je donne la maniere de mesurer exactement la force de la vûë, en démontrant que l'œil ne change point de conformation pour regarder l'un après l'autre des objets proches & d'autres qui sont éloignés.

LII. De la bonne vûë dont l'ouverture de la prunelle est fort petite.

Il y a des vûës parfaites comme je les établis icy, qui aïant la retine très-délicate & très-sensible, ne sçauroient souffrir la grande lumiere : c'est pourquoi elles se sont accoûtumées à étressir l'ouverture de la prunelle quand il se presente quelque objet mediocrement éclairé ; & par cette habitude l'ouverture de la prunelle est ordinairement fort petite. Ces sortes de vûës, quoique très-bien conformées d'ailleurs ne sçauroient voir distinctement de petits objets s'ils ne sont exposés au grand jour, afin que malgré la petitesse de la prunelle il entre encore assés de raïons dans l'œil pour faire une impression sensible sur la retine. Quoiqu'elles ne soient pas presbytes elles ne laissent pas de le paroître, car elles sont obligées de se servir de lunettes convexes pour voir de petits objets comme les presbytes ; mais ce n'est pas pour en détourner les raïons, ensorte qu'ils fassent leur foïer sur la retine, mais seulement pour en faire entrer une plus grande quantité dans l'œil ; car les verres convexes ont ces deux proprietés tout ensemble, comme je l'ai remarqué cy-dessus en parlant de leur usage. Mais il semble que ces sortes de vûës parfaites, qui se

servent de verres convexes pour faire entrer plus de raïons dans l'œil, afin d'en voir l'objet plus distinctement, en devroient recevoir un très-grand desavantage, puisque les raïons seroient détournés de telle maniere qu'ils ne concoureroient plus sur la retine de cet œil parfait, ce qui doit toûjours arriver, puisque ces deux effets du verre convexe sont inséparables : mais on remedie facilement à ce défaut en approchant un peu l'œil de l'objet. On en peut faire l'experience en prenant un verre fort convexe, & en regardant au travers quelque objet; car on trouvera une distance de cet objet à l'œil où l'on verra toutes ses petites parties fort distinctement.

J'ay vû une personne qui avoit l'œil de cette espece, & qui étoit obligé de se servir de lunettes convexes pour voir de petits objets. Il lui survint un jour une grande inflammation aux yeux, & il remarqua qu'il pouvoit dans ce tems-là voir fort distinctement de très-petits objets sans le secours des lunettes convexes : mais quand il commençoit à regarder les objets éclairés il souffroit une grande douleur, qui diminuoit un peu dans la suite. Il est facile d'expliquer cet effet par ce que j'ai dit cy-devant : car l'inflammation de ces yeux ne laissant pas la liberté au muscle de la prunelle de la fermer à l'ordinaire, il entroit alors dans l'œil une assés grande quantité de raïons pour rendre la vision fort distincte, les organes n'étant point malades. La grande douleur qu'il sentoit d'abord venoit de l'impression de ces raïons sur la retine qui en étoit ébranlée avec une trop grande violence, & de l'effort qu'il faisoit au muscle de la prunelle pour la fermer comme à son ordinaire; ce muscle étant affligé par l'humeur qui causoit l'inflammation. Mais cette douleur diminuoit ensuite un peu, car ce muscle aïant fait son effort demeuroit dans la même disposition, ce qui est semblable à ce qu'on éprouve, quand on veut mouvoir quelque partie affligée d'une

fluxion ; car la douleur n'est fort sensible que dans le changement de position de cette partie.

LIII. Des couleurs qu'on voit sur les objets en les regardant dans les lunettes d'approche.

Ceux qui n'ont pas accoûtumé de regarder dans les lunettes d'approche, y voïent ordinairement les objets bordés de bleu & de rouge, quoiqu'ils aïent la vûë fort bonne. La raison de ces couleurs vient de la grande refraction des raïons en entrant dans l'œil ; car tous les raïons d'une lumiere vive, ou d'un corps fort éclairé, qui sont terminés par le noir, s'étant rompus, paroissent avoir sur leurs bords des couleurs rouges ou bleuës. Mais quoique les raïons rompus fassent les couleurs, il faut qu'il y ait encore un écart dans ces raïons pour rendre les couleurs sensibles ; car sans cela l'œil ne pourroit pas les appercevoir. C'est pourquoi ceux qui n'ont pas l'usage de regarder dans les lunettes d'approche, ne mettent pas ordinairement le verre oculaire à la distance que l'objectif demande pour convenir à leur vûë, & ils voïent les objets un peu confus à cause de l'écart des raïons, ce qui leur rend aussi les couleurs sensibles ; & comme ils ne sont pas accoûtumés à voir distinctement les objets éloignés, ils font bien moins d'attention à la distinction de l'objet qu'à ses couleurs qui leurs paroissent extraordinaires & surprenantes. Mais ceux qui sçavent connoître par l'experience que les objets n'ont pas toute la netteté qu'ils peuvent avoir, ils avancent ou ils reculent le verre oculaire, tant qu'il soit à la distance de l'objectif laquelle est convenable à la portée de leur vûë, & alors ils ne voïent point de couleurs ; ce n'est pas qu'il n'y en ait toûjours, mais elles ne leur sont pas sensibles à cause du trop peu d'écart des raïons. Pour faire voir qu'il n'y a pas d'autre raison de cet effet, c'est que ceux qui sont le plus accoûtumés à regarder dans les lunettes d'approche, & qui n'y remarque point de couleurs, s'ils approchent ou s'ils écartent le verre oculaire de l'objectif plus qu'il ne convient à leur vûë,

ils verront auſſi-tôt les objets colorés. L'experience ſuivante ſervira encore de confirmation à ce que je viens de dire.

LIV. Que les vûës parfaites ne voïent pas toûjours les couleurs de l'Iris dans les phioles qui ſervent à en faire les experiences.

Quand on a rempli d'eau une petite phiole bien ronde d'un pouce de diametre ou environ, & qu'on l'expoſe au ſoleil dans une chambre obſcure, ſi l'on regarde cette phiole en tournant un peu le dos au ſoleil, enſorte que la ligne droite qui va de l'œil à la phiole faſſe un angle de 42 dégrés environ avec celle qui vient du ſoleil à la même phiole, on y verra un point d'une couleur rouge très-vive, & enſuite on verra du jaune, du vert, du bleu & du pourpre en remuant un peu l'œil de la place où il voit le rouge. C'eſt par ce moïen qu'on explique les couleurs de l'arc-en-ciel : mais ce qui eſt de plus remarquable dans cette experience, c'eſt que ceux qui ont la vûë parfaite ou qui ſont un peu presbytes ne voïent preſque pas ces couleurs, quand la phiole n'eſt éloignée de l'œil que de 3 ou 4 pieds, au lieu que ceux qui ſont fort presbytes ou un peu myopes voïent ces couleurs fort diſtinctes & fort vives. Ces ſortes d'yeux voïent très-diſtinctement les petites parties de la boule, d'où la lumiere rompuë ſe reflêchit vers l'œil, ſes raïons ne ſont preſque point d'écart; & par conſéquent les couleurs ne ſont point ou très-peu ſenſibles. Mais quand la phiole eſt ſi éloignée de ces yeux par rapport à ſa groſſeur, qu'ils ne peuvent plus en diſtinguer les petites parties, & les raïons qui font les couleurs s'écartant toûjours de plus en plus au-delà de ceux de la lumiere pure, ils y voïent des couleurs comme les autres yeux : c'eſt pourquoi ils voïent fort bien les couleurs de l'arc-en-ciel dans les petites goûtes d'eau de la pluie.

LV. Quelques vûës ne voyent pas les couleurs de l'arc-en-ciel ſur les goûtes de roſée.

C'eſt auſſi par la même raiſon que ces ſortes de vûës ne voïent pas ordinairement les couleurs de l'arc-en-ciel dans les goûtes de roſée, qui ſont attachées ſur les herbes, à moins que ces goûtes ne ſoient très-petites ou qu'elles ne

.oient fort éloignées de l'œil ; car à 4 pieds de distance environ, ils voïent trop distinctement les petites parties de ces goûtes ; c'est pourquoi les raïons de la lumiere ne faisant pas un assés grand écart dans leurs yeux, ils ne sçauroient appercevoir les couleurs qu'elle y forme. Mais s'ils mettent au devant de l'œil un verre convexe ou concave, ce qui les rend alors myopes ou presbytes, ils apperçoivent les couleurs comme s'ils étoient effectivement myopes ou presbytes.

De quelques accidens qui arrivent aux trois sortes de vûës.

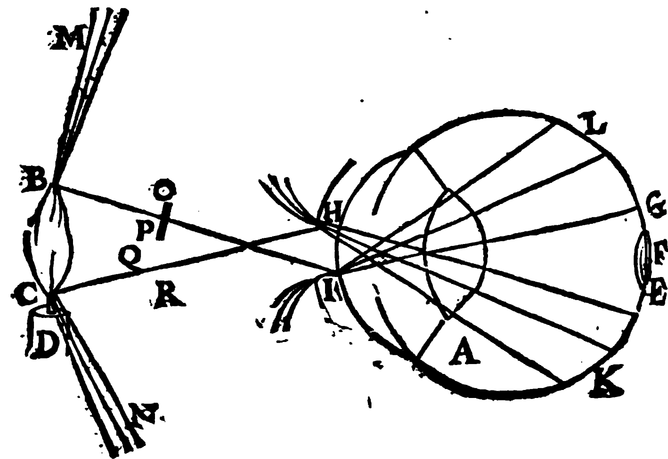
Monsieur Descartes dit que lorsque les rides qui se font sur les surfaces des humeurs de l'œil sont droites & qu'elles se croisent dans l'axe, ce qui se rencontre souvent, nous font voir de grands raïons épars çà & là autour des flambeaux. Mais cette raison n'est pas vray-semblable, car il faudroit qu'il y eût toûjours de ces sortes de rides sur les yeux, ou qu'elles fussent formées par le clignotement, & qu'elles fussent seulement de haut au bas ; car toutes les fois qu'en regardant une chandelle on ferme presque l'œil, on voit toûjours de ces raïons qui s'étendent seulement en haut & en bas. LVI.

LVI. Sentiment de M. Descartes sur les raïons qui paroissent aux chandelles.

M. Rohaut explique ce Phénomene d'une maniere fort differente de celle de M. Descartes ; car il dit que les deux paupieres H & I (*figure suiv.*) étant fort proches l'une de l'autre ne laissent qu'à peine une petite ouverture entre deux, par laquelle les raïons qui partent de la chandelle BCD, vont tracer son image dans l'endroit EFG de la retine ; & que les bords des paupieres qui se touchent ordinairement sont lissés comme deux miroirs convexes, qui reflechissent les raïons de lumiere qu'ils envoïent vers la retine aux endroits EK, GL, qui sans cela ne seroient LVII.

LVII. Sentiment de M. Rohaut sur le même sujet.

ébranlés que par des objets qui feroient vers BM & CN; ainsi l'impression qui se fait en EK, cause l'apparence des raïons lumineux qu'on rapporte en BM; & celle qui se fait en GL cause l'apparence des raïons qu'on imagine en CN. Mais il ajoûte que la partie B de la flamme éclairant la paupiere inferieure I, ses raïons sont refléchis sur cette paupiere, & vont toucher la retine en haut dans sa partie LG, ce qui cause l'apparence des raïons d'embas CN.



Si l'on met donc un corps opaque OP entre l'œil & le haut de la flamme, on cessera de voir les raïons d'embas, & l'on continuëra de voir ceux d'enhaut, parce qu'ils sont formés par les raïons CH qui partent du bas de la flamme, & qui ne sont point interceptés, mais alors ils ne paroissent plus à la même distance que la chandelle, mais sur le corps opaque.

LVIII. Objections au sentiment de M. Rohaut

Cette explication a reçû beaucoup d'applaudissement, & elle paroît d'abord fort convaincante; mais il me semble qu'en l'examinant de près elle ne peut pas se soûtenir. M. Rohaut remarque très-bien qu'il faut que la chandelle soit

soit éloignée de l'œil, & l'experience fait voir que les raïons paroissent bien mieux lorsque la chandelle est fort éloignée, que lorsqu'elle est proche; mais c'est ce qui détruit entierement sa démonstration; car alors on ne doit plus considerer dans la chandelle de partie haute ni de basse comme il a fait, les raïons qui en viennent à l'œil étant comme paralleles entr'eux.

De plus quand il dit que les raïons BI qui viennent de la partie superieure B de la flamme font l'apparence des raïons CN en allant toucher sa partie superieure GL de la retine, il ne considere pas que les raïons du milieu de la chandelle, & même ceux de la partie inferieure, vont aussi rencontrer la superficie convexe de cette paupiere inferieure I, & par consequent, quand on mettroit le corps opaque OP, on ne cacheroit que quelqu'uns de ces raïons qui seroient sur la retine immédiatement au dessus de la chandelle, leur extrémité L paroissant toûjours, laquelle seroit formée par la lumiere du milieu & du bas de la chandelle: ce raïon ne disparoîtroit donc pas entierement tant qu'il ne tombât plus aucune lumiere sur la paupiere I. Mais s'il n'y avoit plus aucun raïon de lumiere qui pût rencontrer la paupiere I, il n'y en auroit point qui tombât sur la paupiere H; car toute la chandelle lui seroit cachée par le corps opaque, & si l'on mettoit les corps opaques proche de l'œil, après l'intersection des raïons, il arriveroit le contraire de ce que dit M. Rohaut, ce qui répugne à l'experience; il faut donc chercher ailleurs la cause de cette apparence; mais il faut auparavant rapporter plusieurs circonstances que cet auteur n'a pas remarquées ou qu'il a négligées, & faire voir à même tems qu'elles ne peuvent pas s'accorder avec son systême.

Je remarque premierement, que lorsque l'on panche un peu la tête en bas & qu'on regarde la chandelle, on voit seulement le raïon d'embas CN; & au contraire lorsqu'on

LIX. Observations sur l'apparence des raïons.

leve la tête on ne voit que des raïons enhaut comme BM ; & enfin que pour voir des raïons enhaut & embas il faut tenir la tête droite & fermer presque l'œil.

Pour expliquer ces effets, il faut considerer que la paupiere d'enhaut a un fort grand mouvement en comparaison de celle d'embas qui n'en a que peu, & que lorsque la tête est un baissée le globe de l'œil s'éleve enhaut pour regarder la chandelle, ensorte que l'ouverture de la prunelle se trouve alors fort éloignée du bord de la paupiere d'embas, qui ne peut pas s'élever jusqu'à l'ouverture de la prunelle ; & par conséquent il ne peut pas reflêchir dans l'œil aucun raïon du bord de la paupiere d'embas, où s'il en reflêchit ce ne peut être que bien moins que lorsque l'œil est mediocrement ouvert : mais comme il n'y en reflêchit point quand l'œil est médiocrement ouvert, ce qui est confirmé par l'experience ; puisqu'on ne voit point de raïons, il n'y a donc point de raïons reflêchis de la paupiere d'embas dans cette position de la tête, & par conséquent on ne verra point le raïon CN qui accompagne la chandelle vers le bas, car les raïons reflêchis de la paupiere d'embas I sont ceux qui font voir les raïons CN embas dans l'explication de M. Rohaut, à cause qu'ils frappent la partie superieure GL de la retine ; ce qui est entierement contraint à l'experience.

Mais dans cette position de la tête qui est baissée, l'ouverture de la prunelle se rencontrant vis-à-vis du bord de la paupiere d'enhaut, les raïons qui viennent de la chandelle vers l'œil, devroient se réflechir sur le bord convexe de cette paupiere, & aller occuper la partie inférieure EK de la retine, qui feroient voir le raïon BM au dessus de la chandelle, ce qui est entierement opposé à l'experience.

Tout le contraire doit arriver lorsqu'on levera la tête ; car alors l'ouverture de la prunelle se rencontrant proche

du bord de la paupiere d'embas les raïons de la chandelle qui s'y reflêchiront, iront occuper dans l'œil la partie superieure, & par conséquent ils feront voir le raïon de lumiere CN au dessous de la chandelle, ce qui est encore contraire à l'experience, car la tête étant levée on ne voit que le raïon d'enhaut BM.

On ne peut pas dire que ces effets arrivent à cause de la grandeur de la chandelle, qui envoïe des raïons differens de la partie superieure & de l'inferieure; car lorsqu'elle est fort éloignée de l'œil, & qu'on met au devant une carte perçée d'un petit trou, on ne laisse pas de voir la même chose; quoique les raïons qui viennent de toutes ses parties soient comme paralleles entr'eux.

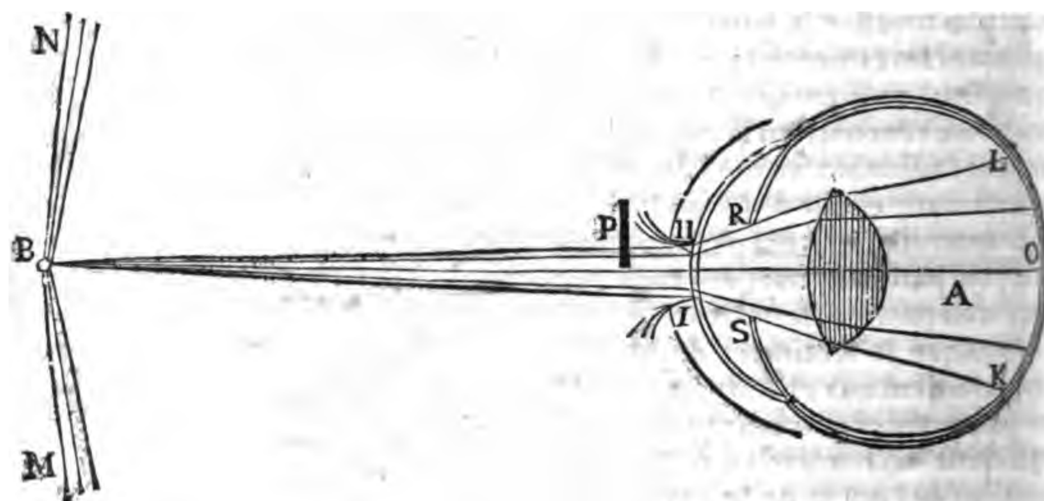
On remarque aussi qu'en regardant la lumiere de la chandelle au travers de ce trou, la tête étant médiocrement baissée, on voit des raïons qui s'étendent au dessous de la lumiere du trou, & que si on la baisse un peu plus, les raïons disparoissent tout d'un coup, quoiqu'on voïe encore la lumiere au travers du trou. C'est ce qui fait très-bien connoître, que ce ne sont pas les raïons de la lumiere, qui frappant sur le bord de la paupiere inferieure & se reflêchissant vers la partie superieure de la retine, forment les raïons qui paroissent au dessous de la lumiere du trou; car puisqu'on voit encore la lumiere du trou, rien n'empêche que cette lumiere ne donne sur le bord de la paupiere. Il faut donc chercher une autre cause de ces effets: & voicy celle que j'en donne qui satisfait également à tous.

Soit donc comme cy-devant l'œil A & le point lumineux B à quelle distance on voudra, pourvû qu'il ait encore assés de force pour toucher l'œil vivement. On sçait que l'œil est toûjours humecté d'une eau glaireuse qui se ramasse en plus grande quantité au bord des paupieres que dans les autres endroits, à cause qu'elles

LX. Explication de l'apparence des raïons.

du point lumineux B. On n'en verra point au dessous, car les raïons qui rencontrent la courbure qui est contre la paupiere superieure H, en se détournant vers le haut de l'œil, ne sçauroient entrer par l'ouverture de la prunelle qui est au-dessous.

Quand les yeux sont pleureux, l'abondance de la liqueur forme une plus grande concavité au bord des paupieres, d'où il arrive que la refraction étant plus grande, les raïons de lumiere paroissent plus vifs & plus longs.



Il reste maintenant à expliquer ce qui arrive, lorsqu'on met un corps opaque entre l'œil & la lumiere.

Il faut premierement remarquer, qu'on doit placer le corps opaque proche de l'œil pour faire un effet plus sensible. Lorsque la tête est baissée & qu'on voit les raïons en bas, si l'on place le corps opaque vers le bas de l'œil, les raïons qui paroissent en bas demeurent. Ce qui paroît évident par ce que j'ay expliqué cy-devant; car les raïons de la lumiere qui sont interceptés par le corps opaque,

n'apportent aucun changement à ce qui se passe au dedans de l'œil, puisqu'ils n'y entroient pas auparavant. Mais si l'on place le corps vers le haut de l'œil, en avançant son bord vers le bas, les raïons qui paroissent au-dessous de la lumiere disparoissent tout d'un coup, quoiqu'on voïe encore la chandelle.

Cecy est aisé à expliquer, car le corps opaque P interceptant alors les raïons de la lumiere qui tomboient sur la concavité de la liqueur, qui étoit amassée autour de la paupiere superieure H, n'entrent plus dans l'œil, & ne vont plus toucher la partie superieure de la retine; c'est pourquoi les raïons qui paroissent au bas de la lumiere disparoissent; mais comme il y a encore des raïons de la lumiere qui rencontrent la cornée entre les deux paupieres, ils vont s'assembler au fond de l'œil, & y font à l'ordinaire une peinture exacte de l'objet lumineux.

Le contraire arrivera par une même cause pour le raïon BM, qui paroît au haut de la lumiere en levant la tête; ce qu'il n'est pas necessaire d'expliquer plus au long.

Quoique le sentiment de M. Rohaut, sur les raïons qui paroissent aux chandelles ne puisse pas se soûtenir, on ne peut pas nier pourtant que l'épaisseur des paupieres ne refléchisse la lumiere au dedans de l'œil, dans quelques positions de l'œil & de la chandelle: mais cette lumiere refléchie fait une apparence fort differente des raïons dont nous avons parlé cy-devant.

Aussi-tôt que j'eus trouvé cette explication je resolus de la faire imprimer en particulier, mais aïant rencontré le petit traité qui a pour titre l'*Ophtalmographie* par M. Brigs Medecin Anglois, j'y vis en general la même explication de cette apparence.

Il y a une espece de tache qui peut paroître dans toute sorte d'yeux, & dont je n'ay point parlé cy-dessus; mais elle ne peut jamais apporter aucun dommage à l'œil, car

LXI. D'une espece de tache particuliere.

elle n'est causée que par quelque glaire épaisse & irreguliere qui glisse sur la cornée sans lui donner aucune incommodité, si ce n'est de l'empêcher de voir distinctement lorsqu'elle se rencontre devant l'ouverture de la prunelle : mais en remuant un peu la paupiere on détourne ce corps étranger, & aussi-tôt la tache disparoit. On ne s'apperçoit de ces taches que quand on regarde une chandelle ou une lumiere semblable dans un lieu obscur, & il faut que l'image de la lumiere paroisse confuse ; c'est pourquoi si cette lumiere est à une distance de 12 ou 15 pieds, l'œil qui la regarde doit être myope ou fort presbyte pour voir cette sorte de tache. Car alors la peinture de cette lumiere qui se fait dans le fond de l'œil étant confuse, on voit la figure de l'ouverture de la prunelle, comme j'ay dit cydevant, & non pas celle de la lumiere. C'est pourquoi lorsque quelque corps opaque se met au devant de cette ouverture il en change la figure, & ce corps doit aussi paroître sur la peinture de la lumiere qui est dans le fond de l'œil, puisque la figure claire qui est au fond de l'œil, doit être semblable à celle de l'ouverture, & en avoir toutes les irregularités. Mais un œil bien conformé pour voir distinctement les objets à la distance où la chandelle est posée, ne verra point cette tache ; car la peinture de la chandelle sera distincte sur le fond de l'œil, de quelque figure que soit la prunelle, & quelques irregularités qu'elle puisse avoir. Cependant si cet œil bien conformé veut voir ces sortes de taches, il n'a qu'à prendre un morceau de verre ordinaire qui soit un peu éclaté sur le bord, & approcher cet endroit tout contre l'œil, alors ce petit éclat lui envoïera dans l'œil une lumiere, comme s'il y en avoit une à l'endroit même de cet éclat de verre. Mais cet œil n'étant pas disposé pour voir distinctement des objets qui sont fort proches, il doit être consideré par rapport à cet objet lumineux, comme un œil fort presbyte, & il

verra

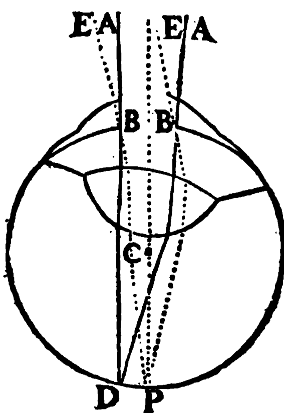
verra la tache sur la lumiere de cet éclat. Il ne laissera pas aussi de voir distinctement la lumiere de la chandelle à côté de l'autre.

Cette sorte de tache qui paroît grande à proportion de la grandeur du corps qui le forme sur la cornée, disparoît aussi-tôt qu'on écarte ce corps de devant la prunelle, en remuant ou en fermant les paupieres.

Lorsque l'humeur qui enduit la cornée est fort visqueuse. si l'on ferme la paupiere de dessus en baissant un peu la tête; ensorte que le cercle lumineux sous la figure duquel on voit la chandelle, paroisse coupé en deux également par la paupiere, quand on releve la paupiere tout à coup, on voit une ligne ou bande obscure à l'endroit où l'ombre de la paupiere coupoit la lumiere apparente. Cette ligne est formée par une élevation de l'humeur glaireuse, qui reste un peu de tems sur la cornée à l'endroit où étoit le bord de la paupiere; mais ensuite elle s'étend avec le reste, & la ligne disparoît.

LXII. Des defauts de la vision lorsque le crystallin est suspendu obliquement.

J'ay dit cy-devant dans l'article 10, que si l'on a un endroit de la retine plus sensible que les autres, & que cet endroit ne soit pas dans l'axe de la vision, on tourne l'œil ensorte que la pointe du pinceau des raïons qui viennent de l'objet qu'on veut voir distinctement, tombe sur cet endroit, & alors il semble que chacun des deux yeux regarde en differens endroits, ce qui fait *la vûë louche* : mais ce défaut de la vûë peut venir aussi d'une autre cause. Car si le crystallin n'est pas suspendu bien droit au devant de l'ouverture de la prunelle, & qu'il soit plus incliné d'un côté que d'autre, comme on voit dans cette figure, la pointe des pinceaux

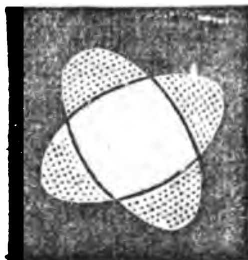


des raïons AB qui viennent directement à l'œil, & qui devroient tendre au point P sur la retine dans l'axe CP, se détourne en D vers l'endroit où le crystallin est le plus élevé. Mais si le point P de la retine, lequel est dans l'axe CP, est le plus sensible, comme il l'est ordinairement, les raïons qui viendront obliquement dans l'œil comme sont EB aïant passé au travers des humeurs de l'œil, ironts s'assembler sur la retine en ce point P, & l'objet qui envoïera les raïons EB, sera vû le plus distinctement de tous, c'est pourquoi cette vûë paroîtra louche; car l'œil sera attentif à l'objet vers lequel il n'est pas dirigé, & ce défaut paroîtra encore plus grand si le crystallin n'est pas incliné d'un même côté dans chacun des deux yeux.

J'ay supposé dans ce que je viens d'expliquer que les raïons s'assemblent exactement sur la retine; quoiqu'il soit certain, que si le crystallin étoit suspendu obliquement dans l'œil, la vision ne se pourroit jamais faire bien distincte. Mais si l'œil ne peut voir l'objet que confusément; soit qu'il soit presbyte ou myope, & que l'objet soit trop proche ou trop loin, l'image de l'objet sera confuse, mais d'une maniere toute particuliere, ce qui paroîtra fort clairement si l'on regarde un objet lumineux comme une chandelle dans l'obscurité : car son image paroîtra ovale, au lieu qu'on la devroit voir toute ronde suivant la forme de l'ouverture de la prunelle. Cette ovale aura son petit diametre dans la ligne qui détermine l'inclinaison du crystallin, & l'on pourra par ce moïen connoître de quel côté le crystallin est incliné dans l'œil.

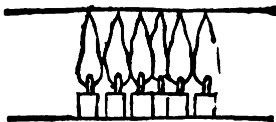
On pourra aussi remarquer si le crystallin est incliné de la même maniere ou differemment dans chaque œil; car en fermant alternativement les deux yeux, & regardant toûjours la même chandelle, on verra si les images de la lumiere sont toutes deux ovales, & si ces ovales sont inclinées du même sens ou diversement, ou d'un sens contraire;

ce qui fera connoître les differentes inclinaisons du cry-stallin. Ceux qui ont le crystallin incliné en sens contraire dans les deux yeux verront la lunne commme deux ovales qui s'entrecoupent, comme il paroît dans cette figure, & ils jugent d'abord qu'ils voïent cinq lunes jointes ensemble : car la partie du milieu qui est commune aux deux ovales paroît au milieu des autres & la plus claire aïant double lumiere; mais les quatre extrémités qui débordent au-delà de la partie du milieu, paroissent comme quatre autres images de la lune, dont les centres seroient éloignés les uns des autres, & qui seroient en partie recouvertes par celles du milieu.



J'ay aussi démontré cy-devant dans l'article xx. comment un seul objet pouvoit paroître double avec un seul œil qui est presbyte ou myope; mais il faut voir presentement comment il se peut faire que toutes sortes de vûës puissent voir un même objet multiplié plusieurs fois sans qu'il y ait aucune chose exterieure qui détourne les raïons comme on le peut remarquer dans l'experience suivante. LXIII. Explication d'un phénomene particulier où les objets sont vûs multipliés sans qu'il y ait rien qui détourne les raïons.

Si l'on met au devant de l'œil & tout proche un papier ou un carton mince, qui soit ouvert d'une fente longue & fort étroite, & qu'on regarde une chandelle dans l'obscurité, il y aura peu de vûës qui ne voïent cette chandelle multipliée plusieurs fois selon la longueur de la fente; ensorte que si cette fente est placée horizontalement au devant de l'œil, on verra plusieurs chandelles rangées les unes aux côtés des autres à peu près comme en cette figure, & j'ay trouvé des yeux qui en voïoient jusqu'à six.



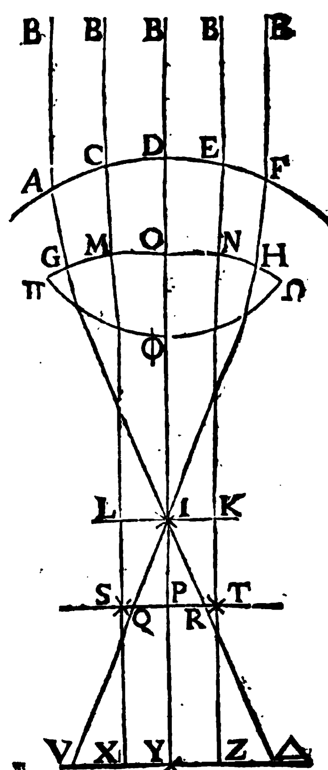
Pour rendre raison de cette apparence, il faut d'abord

considerer que si l'œil a une conformation propre pour voir très-distinctement cette chandelle à la distance où elle est placée, il n'en doit voir qu'une seule fort distinctement au travers de la petite fente, mais elle doit paroître un peu moins lumineuse, que si la carte n'étoit pas au devant de l'œil; car il entrera moins de raïons dans l'œil, & il est certain que la petite fente de la carte qui change la figure de l'ouverture de la prunelle, ne peut apporter dans ce cas aucun changement à la figure de l'objet, comme on le démontre dans l'Optique. Mais quoique l'œil ne puisse pas voir très-distinctement un objet dans une certaine distance, on ne sçauroit presque s'appercevoir de ce défaut sans le secours de cette experience, à cause de la grande ouverture de la prunelle; car la plus grande partie des raïons qui entrent dans l'œil, s'assemblant en un endroit qui a peu de latitude, lorsque l'objet est placé à une distance propre pour faire que cet endroit se rencontre sur la retine, on croit voir l'objet fort distinctement, les raïons qui s'écartent d'un côté & d'autre n'étant pas assés forts pour faire une impression sensible sur la retine. Ainsi quoiqu'un œil ne soit ni presbyte ni myope il n'est pas pour cela parfait.

Mais sans considerer icy si l'œil est presbyte ou myope, ou parfait, comme je l'ay défini dans le commencement de ce discours, je suppose seulement qu'il n'y a point d'endroit au-delà du crystallin, où tous les raïons qui entrent dans l'œil puissent s'assembler exactement. Il semble d'abord qu'on ne devroit voir seulement qu'une lumiere longue suivant la figure de la fente; car l'ouverture de la prunelle étant alors changée & étant longue, la lumiere qui se peint sur la retine doit avoir la figure de l'ouverture de la prunelle comme je l'ay dêmontré dans l'art. XXXIX. Mais la difficulté est d'expliquer comment cette lumiere longue se divise en plusieurs parties, qui retiennent toutes la figure de l'objet lumineux.

Je dis donc qu'il se trouve peu de vûës dont les superficies du crystallin & de la cornée soient de telle figure, qu'elles puissent rassembler au-dedans de l'œil tous les raïons des objets qui sont placés à differentes distances, comme je l'ay observé dans l'article XXI. & c'est par cette irregularité de surfaces des humeurs de l'œil, que j'explique l'apparence dont il s'agit icy.

Dans la figure suivante, soit ACDF la convexité de la cornée, qui soit d'une figure uniforme comme celle d'une portion de cercle; GOH la superficie anterieure du crystallin, & ΠΦΩ sa superficie posterieure; & que ces deux superficies soient irregulieres, ensorte qu'elles détournent les raïons dans quelqu'ordre vers differens endroits.



Je suppose maintenant qu'il y ait un objet B d'où il vient des raïons à l'œil comme BA, BC, BF, & que ces raïons soient comme paralleles entre-eux dans cet exemple, & j'examine premierement, ce qui arrive à ces raïons sur un plan qui passe par l'axe de l'œil, ce qui est representé dans cette figure. Les raïons qui viennent de l'objet B, & qui rencontrent la surface de la cornée que j'ay supposée d'une courbure uniforme, sont détournés comme pour les faire concourir à peu près en un même point : mais en rencontrant la surface anterieure du crystallin qui est

irreguliere, ils se détournent en differens endroits, & cet écart s'augmente ou se diminuë suivant l'irregularité de la surface posterieure du même crystallin. Je suppose donc dans cet exemple que les raïons qui tombent autour du point O sur le milieu de la surface anterieure du crystallin, aïant passé au travers de cette humeur & s'étant encore détournés sur la surface posterieure concourent au point Y sur l'axe de l'œil: mais que les raïons qui tombent autour de M & de N aux deux côtés du point O, après avoir passé au travers du crystallin concourent vers les points ST où ils font leur foïer. Enfin que les raïons qui tombent vers G&H sur le crystallin, se détournent après avoir passé au travers pour aller concourir ensemble au point I. D'où il est évident que les raïons qui viennent d'un même point de l'objet, s'écartant vers differens endroits doivent faire de la confusion sur la retine en quelque endroit qu'elle soit placée. Car si la retine est en LK, on voit que les raïons qui tombent sur le crystallin vers les points G & H concourant au point I sur la retine, y representent l'image du point B de l'objet, & cette image sera d'autant plus vive qu'elle aura les raïons de deux endroits differens qui se joignent ensemble, & qui sont encore fortifiés par ceux du milieu qui concourent au point Y; mais qui font un peu de confusion en ce point I à cause que les raïons du milieu qui concourent au point Y qui est plus éloigné que la retine, s'écartent un peu autour du point I. Pour les raïons qui tombent autour des points M & N, & qui font leur foïer en S & en T, ils rencontrent la retine aux points LK où ils occupent une petite place, à cause que ces points LK sont éloignés des foïers ST. Il se fera donc sur la retine LK trois peintures differentes de l'objet B, une fort vive au point I, & deux autres aux deux côtés un peu plus foibles & un peu confuses aux points LK.

Maintenant si la retine se trouve en ST, il doit arriver

par les mêmes raisons que je viens d'apporter, que l'objet B fera cinq peintures differentes sur cette retine, à sçavoir deux distinctes aux points ST, & trois autres un peu confuses aux points QPR, où les raïons qui font leurs foïers aux points I & Y, sont coupés hors de ces foïers.

Enfin si la retine est placée en V △, il s'y fera aussi cinq peintures de l'objet, une distincte au point Y & quatre autres aux points VXZ△ un peu confuse.

L'œil étant disposé comme je le suppose icy, on voit que l'ouverture de la prunelle étant ronde, au lieu des points SQRT, &c. dans chaque position de la prunelle il doit y avoir des cercles, dont tous les centres seront dans l'axe DY, & ces cercles seront plus ou moins lumineux & plus & moins larges à proportion de la lumiere qui se rencontre aux points SQRT &c. car ce n'est que cette même lumiere qui tourne autour du centre comme P, & qui fait la grande confusion de la vision. Mais si l'ouverture de la prunelle n'est qu'une ligne comme je l'ay supposée d'abord, on n'aura que des points rangés sur une ligne dans le même sens que celle de l'ouverture de la prunelle, & c'est par ce moïen que j'explique la repetition apparente de l'objet. Car quoique dans l'une des distances de la retine comme V △, les points marqués VXZ△ aïent quelque largeur à cause que les foïers d'où ils viennent sont en SIT, ils sont pourtant si petits qu'ils font la même chose que des points: car alors l'ouverture de la prunelle pour chaque point n'aura de largeur que celle de la fente de la carte, & ne s'étendra en longueur qu'autant que le demande la difference des courbures; & il arrive la même chose pour chaque point, que si l'on regardoit l'objet au travers d'un trou d'épingle: Car de quelque nature que soit l'œil, on voit toûjours l'objet distinctement à cause que les raïons qui passent par cette petite ouverture & qui est la base des cônes lumineux, n'ont pas un écart sensible

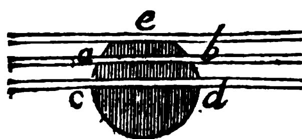
quoiqu'ils soient coupés beaucoup au dessus ou au dessous de leur foïer. Ainsi la multiplication de l'objet se fait de la même maniere que si l'on mettoit une chandelle au devant d'un carton percé de trous d'une demi-ligne de diametre environ, & qu'on reçût la lumiere sur un papier blanc au-delà du carton.

Il faut remarquer que dans tous ces cas il ne laisse pas d'y avoir des raïons entre tous les points marqués sur la retine dans ses differentes positions : mais comme il y en a peu, ils ne causent qu'un peu de lumiere dans ces endroits sans former aucune peinture distincte, qui ne peut paroître que par le concours des raïons vers un même endroit.

Les differentes irregularités des trois membranes qui renferment les humeurs de l'œil & sur lesquelles les raïons se rompent, causent plus ou moins de foïers, qui peuvent avoir sur la retine des dispositions differentes, dont je n'ay rapporté qu'un cas pour exemple.

L'obscurité dans laquelle on fait l'experience dont je parle icy sert beaucoup à faire voir l'objet repeté plusieurs fois : car l'ouverture étant alors plus grande qu'au jour, il peut entrer dans l'œil une plus grande quantité de raïons, qui rencontrant une plus grande partie des superficies du crystallin & de la cornée, peuvent être détournés en plus de manieres par les differentes irregularités de ces superficies.

On peut observer dans cette experience, de quelle maniere les raïons s'écartent sur la retine : car si l'on éleve



peu à peu la petite fente qui est au devant de l'œil, on verra diminuer le nombre des chandelles, jusqu'à ce que la petite fente touche l'ouverture ronde de la prunelle, & alors on n'en verra plus qu'une ou deux tout au plus qui disparoîtront tout

à la

au plus qui disparoîtront tout à la fois quand la carte cachera toute la prunelle. Il est évident que cela doit arriver ainsi, puisque la multiplicité des chandelles ne vient que de la grande ouverture de la prunelle, & qu'à mesure qu'on éleve cette fente, la largeur de la prunelle qui y est comprise, devient plus petite, comme on le peut voir dans cette figure où *a b* est plus petite que *c d*, & *e* encore plus petite que *a b*, ce qui doit être consideré comme l'ouverture de la prunelle. Mais dans la figure precedente, si la retine est posée en LK, & que la fente soit placée au milieu de l'ouverture de la prunelle, on verra d'abord l'objet multiplié trois fois; ensuite la fente étant un peu élevée retranchera les raïons qui sont autour de G & de H & qui s'assemblent en I; c'est pourquoi la chandelle qui paroissoit au milieu en I, diminuëra beaucoup de lumiere, car il ne lui restera plus que les raïons du milieu qui tombent en D. Enfin la fente étant encore plus élevée, les deux chandelles formées en L & en K disparoîtront, & il ne restera plus que celle du milieu toute seule.

Mais si la retine est en ST où l'on voit cinq chandelles aux points SQPRT, on verra d'abord disparoître les deux chandelles qui sont en Q & en R, lesquelles sont formées par les raïons qui tombent vers les extremités du crystallin en G & en H; ensuite celles qui sont en S & T qui sont les plus éloignées disparoîtront étant formées par les raïons qui tombent en M & en N, & il restera celle du milieu P toute seule.

Enfin si la retine est placée en V Δ, les chandelles disparoîtront dans l'ordre naturel : car d'abord en élevant la fente on ne verra plus les deux plus éloignées en V & Δ lesquelles sont formées par les raïons qui tombent vers les extrémités du cristallin en G & H; ensuite les deux autres en X & Z, & il restera la derniere en Y au milieu.

Il semble que les raïons qui tombent en G & en H & qui

LXIV. s'entrecoupent au point I, avant que de rencontrer la retine, soit qu'elle soit placée en ST ou en V Δ, y devroient former des chandelles renversées: mais on trouvera qu'elles doivent paroître droites comme les autres, en considerant que leurs peintures seront renversées sur la retine; car il n'arrive rien d'extraordinaire à ces raïons, si ce n'est le changement de côté de droit à gauche, la petite fente faisant alors l'office de l'ouverture de la prunelle. On verra donc seulement à cause du changement, que si l'on fait avancer quelques corps obscur sur la petite fente qui est placée dans le milieu de l'œil, ensorte que la partie vers F soit cachée, la chandelle V disparoîtra d'abord; ensuite celle qui est en Z & le corps continuant à s'avancer vers A, celle du milieu s'en ira, puis celle qui est en X & la derniere en Δ. On peut juger par cette même maniere de ce qui arrivera sur la retine dans quelque endroit qu'elle puisse être placée.

Solution de la difficulté sur le renversement des objets dans cette experience.

Enfin par les experiences de l'ordre dans lequel disparoîtront les chandelles, on peut connoître en quelque façon la forme des surfaces du crystallin & de la cornée; je dis en quelque façon, car il seroit difficile de débroüiller les combinaisons des refractions de ces trois surfaces.

Ceux à qui les raïons de la lumiere posée à une certaine distance ne fait que très-peu d'écart, ne pourroient pas voir plusieurs chandelles, quand même les surfaces des humeurs auroient des irregularités: mais si ils mettent au devant de l'œil, entre la fente & la cornée, un verre convexe ou concave, qui écarte beaucoup les raïons sur leur retine, ils appercevront aussi-tôt la multiplicité des chandelles; car par ce moïen ils pourront rendre leur vûë ou myope ou presbyte: au contraire ceux qui voïent naturellement plusieurs chandelles au travers de la fente, la chandelle étant dans une certaine distance de l'œil, ils n'en verront plus qu'une au travers de la fente s'ils don-

nent à leur vûë par le moïen d'un verre convexe ou concave, ce qui lui est necessaire pour assembler les raïons de la chandelle à peu près en un point sur la retine, quoiqu'en effet ils aïent les superficies des humeurs irregulieres; car ils ne pourront appercevoir la multiplicité des chandelles qui se confondent.

J'ay dit cy-devant que la surface exterieure de la cornée & celles du crystallin devoient être irregulieres pour faire l'effet que je viens d'expliquer : mais il pourroit aussi arriver la même chose par une autre cause, & qui est connuë de ceux qui se sont appliqués à la dissection des yeux. Car ils sçavent que le crystallin est formé de plusieurs envelopes les unes sur les autres comme sont les oignons, & que dans le milieu il y a un petit noïau. Il arrivera donc si la nature de ces envelopes transparentes cause differentes refractions, que le crystallin fera les effets que j'ay expliqués quoique sa figure exterieure soit fort reguliere, ce qui est très-facile à connoître.

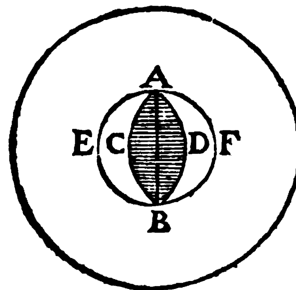
LXV. Sujet de la seconde partie.

Ce seroit icy le lieu où je devrois parler de la multiplication des objets, qui se fait en les regardant au travers de plusieurs petits trous qui sont percés dans un papier ou dans une carte mince, & qui ne sont pas plus éloignés les uns des autres que la grandeur de l'ouverture de la prunelle : mais comme ce phénomene ne dépend point de la conformation des yeux, si ce n'est en ce que cette multiplication ne s'apperçoit que par l'œil qui est presbyte ou myope, l'objet étant placé à la distance où l'œil ne sçauroit le voir distinctement, & comme j'en tire une longue suite de consequences pour la conformation de l'œil & pour la mesure de sa force ou de sa foiblesse; j'ay trouvé à propos d'en composer la seconde partie de ce traité.

LXVI. Des yeux de chat.

Il auroit été difficile que la membrane Iris de la maniere qu'elle est disposée dans les hommes & dans la plûpart des animaux, eût pû faire une aussi grande & aussi prompte

contraction & dilatation que celle que nous appercevons dans les chats : cependant cet usage étant necessaire à ces sortes d'animaux qui cherchent ordinairement leur nourriture dans l'obscurité de la nuit, la nature y a pourvû par une conformation toute particuliere. L'ouverture de cette membrane ne paroît que comme une fente de haut en bas selon la ligne AB. Les muscles qui servent à l'ouvrir, ne font que la tirer de chaque côté vers E & F ; & elle peut se fermer ou par une vertu de ressort ou par d'autres muscles qui tirent en sens contraire des premiers vers A & vers B.



Ces sortes d'yeux ont donc un grand avantage si les humeurs sont bient conformées, car ils peuvent appercevoir les objets distinctement dans l'obscurité, à cause de la grande quantité de raïons qui entrent dans l'œil ; & ils ne sont point choqués par une grande lumiere, puisqu'ils peuvent facilement & subitement fermer l'ouverture de la prunelle, & faire ensorte qu'il n'entre que peu de raïons de l'objet qui puissent toucher la retine. Enfin cette ouverture peut être encore diminuée & reduite à un petit trou quand les paupieres viennent à se fermer, ce qui rendra la vision très-distincte de près & de loin.

Mais cette conformation de vûë n'a pas été donnée aux hommes, & ceux qu'on dit avoir des yeux de chat, sont ceux qui peuvent voir distinctement pendant la nuit, c'est-à-dire dans une très-foible lumiere, comme est seulement celle des étoiles ; car il est certain qu'il n'y a point d'yeux qui puissent voir dans une totale obscurité. Ces sortes d'yeux ont l'ouverture de la prunelle fort grande, & comme les hommes ne peuvent pas resserrer beaucoup cette ouverture, au moins s'ils sont un peu avancés en âge, il

leur arrive qu'ils ne sçauroient souffrir la grande lumiere comme je l'ay déja remarqué cy-devant, parce qu'elle ébranle trop fortement la retine, ce qui cause de la douleur.

C'est aussi par la même raison que ceux qui viennent d'un lieu obscur où ils ont demeuré long-tems, si ils regardent subitement une grande lumiere, ils perdent quelquefois la vûë, où ils y sentent une très-grande diminution : car par le long séjour qu'ils ont fait dans l'obscurité, la prunelle étant toûjours demeurée fort ouverte, la membrane Iris a perdu l'usage de pouvoir se resserrer, & les raïons de lumiere entrant dans l'œil en grande quantité, ébranlent si fortement le tissu de la retine, qu'ils le rompent à peu près de la même maniere qu'ils feroient, si aïant passé au travers d'un grand verre convexe ils se rassembloient sur quelque corps dont la tissure fût fort délicate. Aussi ceux qui ont marché long-tems dans les neiges croïent voir une blancheur qui couvre les objets colorés, comme s'ils étoient couverts d'un crespe blanc, ce qui n'est qu'une maladie de la retine, qui a été trop fortement ébranlée par la blancheur de la neige qui n'est que la lumiere refléchie sans aucun mélange. LXVII. Diminution & perte de la vûë par le grand jour.

Il arrive quelquefois par une maladie particuliere de l'œil, que l'ouverture de la prunelle se dilate extraordinairement, & qu'elle occupe toute la membrane Iris, ce qui peut arriver, ou parce que cette membrane perd entierement le ressort qui la tient étenduë, ou parce que le muscle qui la resserre est entierement relâché, & n'agit plus contre celui qui l'ouvre, ou enfin parce que le muscle qui la dilate ne peut plus se relâcher; d'où il arrive que ceux qui ont cette maladie ne sçauroient souffrir la lumiere, d'autant qu'elle fait une trop grande impression sur le tissu de la retine comme je l'ay remarqué cy-devant, & c'est peut-être pour cette raison qu'Aristote a dit qu'ils LXVIII. Dilatation extraordinaire de la prunelle.

voïent les objets plus grands qu'ils ne les voïoient auparavant, à cause que la grande lumiere ébranle plus de parties de la retine que ne fait une mediocre. C'est aussi pour la même raison qu'une petite chandelle paroît la nuit dans une très-grande distance. Mais cette grande augmentation d'image ne peut être que pour quelques petits objets lumineux, comme une chandelle vûë dans une distance de 50 toises environ: encore faut-il supposer que l'œil est parfait pour voir distinctement la chandelle dans cette distance; car autrement ce ne seroit plus l'augmentation de l'objet, mais seulement l'image de l'ouverture de la prunelle; ce que j'ay expliqué cy-devant.

LXIX. Des objets qu'on voit doubles.

Il arrive quelquefois qu'on voit les objets doubles en les regardant avec les deux yeux, & que quelque effort qu'on puisse faire pour diriger l'axe des yeux vers le même endroit qu'on regarde, on ne sçauroit les voir simples. Cet accident surprend ceux à qui il arrive, mais il n'est pas considerable, & il ne dure pour l'ordinaire que peu de jours; car il n'est causé que par quelque fluction qui se jette sur l'un des muscles de l'œil qui l'empêche de se mouvoir comme il a accoûtumé; ce qui fait à peu près le même effet, que si l'on contraignoit l'un des yeux en appuïant fortement le doigt sur l'un de ses angles. Mais quand ce muscle demeureroit toûjours immobile, cette apparence ne laisseroit pas de se dissiper promptement; car l'œil qui est sain s'accommoderoit en peu de tems à l'infirmité de l'autre, & l'habitude feroit bien-tôt sur la retine de nouvelles parties de même sensation, comme il arriveroit si l'on tenoit pendant quelques jours deux doigts croisés l'un sur l'autre, car alors les corps qu'on toucheroit ne paroîtroient plus doubles comme ils faisoient d'abord.

LXX. Des apparences colorées des images du soleil.

Les images du soleil differemment colorées qu'on voit de tous côtés après l'avoir regardé, ne viennent que d'un trop fort ébranlement des parties de la retine: car l'en-

droit de la retine qui a été fortement ébranlé, ne peut plus recevoir l'impression des raïons qui viennent des autres objets : c'est pourquoi il paroît une tache de la figure du soleil ou de celle qu'il a prise en passant par quelque ouverture ou autrement. Mais la couleur de cette tache peu à peu à mesure que l'ébranlement des fibres de la retine diminuë : car si l'on ferme d'abord les yeux après avoir regardé le soleil, on croit voir ces taches de couleur rouge à cause du violent ébranlement de la retine ; ensuite en tenant toûjours l'œil fermé la tache paroît jaune, puis verte, & enfin bleuë. Mais si l'on regarde des objets differemment colorés, les taches paroissent de differentes couleurs par la comparaison de celles qui les environnent, & par leur mélange avec elles, ce que l'on peut connoître facilement ; car il est certain que ce qui paroît blanc lorsque le fond est noir, paroîtra noir ou brun quand le fond sera blanc ; & la tache qui paroissoit jaune ou bleuë les yeux étant fermés, paroîtra verte si l'on regarde du bleu ou du jaune ; car le vert se forme par le mélange de ces deux couleurs.

Il arrive quelquefois, qu'après qu'on a lû long-tems au grand soleil, on voit toutes les lettres de couleur rouge fort vive. Cette apparence ne peut venir que du fort ébranlement de la retine par la reflexion du soleil sur le papier blanc, ce qui fait comme une grande lumiere au travers de laquelle on voit le noir des lettres. Ces lettres paroissent rouges par la même cause qui fait que la planete de Mars paroît rouge, car son corps lumineux est couvert de plusieurs taches noires. LXXI. Apparence de l'écriture colorée.

Toutes les experiences qui ont été faites sur les couleurs, nous prouvent que les corps noirs un peu transparens paroissent rouges quand ils sont exposés contre une grande lumiere ; & les corps blancs paroissent bleus sur un fond noir. C'est la raison qu'on rend ordinairement de la

couleur bleuë qui paroît au ciel, & c'est aussi celle qu'on peut donner de l'apparence rouge du soleil & de la lune dans l'horison; car alors leur lumiere paroît au travers des corpuscules des vapeurs dont la partie obscure est tournée vers l'œil. Ce sera aussi par la même raison, que si l'on regarde long-tems au soleil de l'écriture blanche sur un fond noir, cette écriture paroîtra bleuë.

LXXII. Pourquoi l'on voit du dedans d'une chambre les objets qui sont au dehors & non pas du dehors au dedans.

Il y a quelques Opticiens qui croïent que la difference qui est entre l'air libre & celui qui est renfermé dans une chambre, fait qu'on ne peut pas voir au travers des vitres les objets qui sont au dedans, lorsqu'on est dehors; & qu'au contraire quand on est dedans on voit très-distinctement ce qui est au dehors. Cette raison n'est pas soûtenable: mais pour découvrir la véritable cause de cet effet, il ne faut que considerer ce qui arrive au verre au travers duquel on voit les objets, quoiqu'il n'en soit pas la seule cause, puisqu'il est certain que quand il n'y auroit point de vitres à la fenêtre, on ne pourroit pas voir de dehors les objets qui seroient dans la chambre, à moins qu'ils ne fussent autant éclairés que ceux de dehors: car ceux de dehors étant fort éclairés ébranlent si vivement la retine, qu'elle ne peut pas l'être sensiblement par ceux qui sont dans la chambre, & dont la lumiere n'est ordinairement que mediocre.

Mais pour ce qui est du verre de la fenêtre, il est aisé de voir que sa surface exterieure doit refléchir une forte lumiere vers nos yeux quand on est dehors, ce qui empêche que les raïons d'une foible lumiere qui part des objets qui sont dans la chambre, puissent faire une impression sensible sur la retine. On peut dire aussi que les raïons de la lumiere exterieure empêchent en quelque façon l'action de ceux qui sont plus foibles, comme on le remarque aux lunettes d'approche lorsqu'il entre quelque lumiere dans le tuïau.

Il

Il n'arrive pas la même chose à ceux qui sont dans la chambre, & qui regardent les objets qui sont au dehors ; car les raïons qui passent au travers du verre viennent sans aucun empêchement vers l'œil ; car la surface du verre qui est tournée vers l'œil, ne peut renvoïer que peu de lumiere, celle de la chambre étant fort foible, en comparaison de celle qui vient du dehors & qui passe au travers. Ce que je viens de dire du verre ne doit s'entendre que lorsqu'il est fort net ; car s'il est couvert de poussiere, comme il arrive fort souvent, il ne seroit pas possible de rien voir au travers quand on seroit hors de la chambre, à cause que les petites parties de poussiere sont bien plus propres à refléchir la lumiere que la surface du verre qui est polie, & qui donne passage à ses raïons : mais ceux qui sont dans la chambre ne s'apperçoivent qu'à peine de ce que la poussiere leur ôte de la lumiere des objets extérieurs ; car il en passe toûjours assés entre les particules de la poussiere, pour faire une plus forte impression sur l'œil que celle qui y est causée par les objets du dedans de la chambre.

LXXIII. Que la retine est le principal organe de la vûë.

Tous ceux qui avoient écrit de l'Optique jusqu'à nous, avoient regardé la retine comme le principal organe de la vûë : car ils ne pouvoient pas s'imaginer qu'on dût chercher le principal organe d'un sens, ailleurs que dans les nerfs ; & la retine étant un tissu des filets du nerf optique qui se répand dant tout le fond de l'œil, c'étoit avec très-grande raison qu'ils la regardoient comme l'organe immédiat de la vision. Mais M. Mariotte s'étant apperçû qu'il y avoit un endroit dans le fond de l'œil sur lequel les objets exterieurs ne faisoient point d'impression, quoique la retine y fût également répanduë, & aïant fait voir par plusieurs expériences que cet endroit étoit celui où le nerf optique entre dans l'œil, où l'on ne peut pas croire que la retine soit moins sensible que par tout ailleurs, il soûtint

que la membrane choroïde étoit l'organe immédiat de la vûë ; parce que l'endroit où la vision manquoit, étoit celui ou la choroïde étoit percée par le nerf optique.

Cette opinion fut d'abord critiquée par Messieurs Perrault & Pecquet, qui ne pouvant pas nier le fait, cherchoient la cause de ce deffaut de vision autre part que dans le deffaut de la choroïde, proposant quelques petites veines & arteres qui étoient mêlées dans la retine : mais leurs raisons ne parurent pas suffisantes pour détruire l'opinion de M. Mariotte. Je ne crois pas aussi qu'on puisse attribuer le deffaut de vision dans cet endroit de l'œil à autre chose qu'au deffaut de la choroïde : mais je ne pense pas pour cela qu'on doive regarder la choroïde comme le principal organe de la vûë.

Pour trouver quelque éclaircissement dans cette difficulté, il faut considerer ce qui arrive aux autres sens, & il me semble que par comparaison on peut très-bien prouver que la retine est le principal organe de la vûë, quoiqu'elle ait un endroit qui ne soit pas sensible aux impressions des objets extérieurs.

Je dis donc que la retine est le principal organe de la vûë comme étant une expansion du nerf optique, puisqu'on ne doit pas rechercher le sentiment autre part que dans les nerfs ; mais que cet organe doit recevoir l'impression de la lumiere d'un organe moïen qui la reçoit de l'objet, comme il arrive aux autres sens ; d'où il est évident qu'il faut que ce soit la choroïde puisqu'elle touche la retine, & qu'étant d'une couleur obscure, elle est plus propre à être ébranlée par les impressions de la lumiere, que si elle étoit blanche & transparente. C'étoit aussi un des argumens de M. Mariotte contre l'usage de la retine ; car il disoit qu'il n'étoit pas vray-semblable que les differentes modifications de la lumiere pussent faire aucune impression sensible sur la retine à cause de sa transparence.

Je dis aussi qu'il étoit necessaire qu'il y eût dans l'œil une partie qui pût recevoir facilement toutes les differentes impressions de la lumiere pour les transmettre ensuite au principal organe, & les lui rendre sensibles par une modification propre à cet effet ; & c'est ce qui se trouve dans la choroïde. Ainsi la retine ne sera point touchée par la lumiere, comme il est necessaire pour avoir le sentiment des objets, lorsqu'elles n'en recevra pas les impressions de la choroïde, & par conséquent il y aura un deffaut de vision à l'endroit de la retine qui n'est pas soûtenuë par la choroïde.

La nature agit de la même maniere dans le sens de l'oüie ; & c'est ce qui me sert de preuve pour la proposition que j'avance icy. Car la lame spirale est propre par sa nature & par sa disposition à recevoir les ébranlemens differens de l'air, qu'elle communique aux ramifications du nerf auditif qui lui sont jointes.

Il arrive aussi la même chose dans les autres sens, comme l'a observé M. du Verney dans la page 96. *de l'organe de l'oüie.* Car les nerfs sont d'une nature trop tendre & trop délicate pour être exposés à nud à l'action des corps extérieurs : c'est pourquoi il faut que les membranes qui recouvrent les nerfs, & qui sont comme un organe moïen, reçoivent des impressions propres & particulieres pour les communiquer aux nerfs, avec la disposition qui convient à la sensation.





DISSERTATION
SUR LES DIFFERENS ACCIDENS DE LA VUE.

SECONDE PARTIE.

I. Distribution de cette seconde partie.

APRE'S avoir examiné dans la premiere partie de ce traité, tout ce qui peut arriver à la vûë suivant les differentes conformations de l'œil, il ne me reste plus icy qu'à refuter quelques opinions communément reçûës sur la maniere dont se fait la vision, & à donner des regles certaines pour connoître la disposition des yeux, & mesurer exactement leur force ou leur foiblesse dans tous les changemens qui leur peuvent arriver, tant à l'égard d'eux-mêmes dans des tems differens, que par rapport aux autres, ce qui n'avoit point encore été fait jusqu'à present. C'est de cette mesure que je me sers pour faire voir qu'il n'arrive aucun changement à la conformation de l'œil, pour voir distinctement des objets proches & éloignés, ce qui est contraire au sentiment de ceux qui ont traité de l'Optique : & je démontre enfin qu'il n'est pas necessaire qu'il lui arrive les changemens qu'on avoit supposés, pour voir des objets à differentes distances.

II. Explication de ce qui a donné lieu aux suppositions, de la maniere dont se fait la vision.

Ceux qui connoissent la structure de l'œil, & la nature de toutes les parties qui le composent, auront de la peine à se persuader qu'il puisse lui arriver les changemens qu'on a été obligé de supposer pour rendre raison de la maniere dont se fait la vision. C'est aussi ce qui pourroit leur faire croire que ceux qui ont écrit de l'Optique, n'ont eu en vûë que de donner un systême qui pût expliquer les

apparences, sans se mettre en peine si leurs suppositions convenoient en toutes choses avec la nature. Cependant la maniere dont ils ont expliqué la vision avec la construction de l'œil artificiel, dont ils se sont servis dans leurs démonstrations, ont si fort prevenu tout le monde en leur faveur, qu'il ne semble pas qu'on puisse douter d'aucune chose de ce qu'ils ont avancé. En effet il n'y a rien qui paroisse plus convaincant pour expliquer les differens effets de la vûë, que de faire la comparaison des humeurs de l'œil avec des verres convexes, puisque personne ne doute que les raïons de lumiere ne reçoivent pas d'autres alterations dans ces humeurs que dans les verres. On a donc crû que tout ce qu'on remarquoit dans l'œil artificiel étoit de même dans l'œil sans faire assés d'attention aux mouvemens naturels de ses parties, ausquels on en a substitué d'autres qui sont connus & familiers dans l'usages des lunettes d'approche, & qui conviennent aussi à l'œil artificiel. On sçavoit que dans la lunette d'approche & dans l'œil artificiel, la peinture des objets proche se faisoit plus loin du verre que celle des objets éloignés : c'est pourquoi, comme on jugeoit qu'il devoit arriver la même chose dans l'œil, on croïoit aussi qu'il falloit que la retine qui est representée par la surface sur laquelle se fait la peinture dans l'œil artificiel, s'éloignât d'autant plus des humeurs de l'œil, que les objets en étoient plus proches. Mais la retine ne pouvant pas s'éloigner des humeurs de l'œil, il a fallu necessairement supposer que les humeurs s'alongeoient pour faire le même effet, ou bien que le crystallin, qui est celle des trois humeurs qui fait la plus grande refraction, pût changer de conformation à l'aspect des objets differemment éloignés.

III. Deux opinions communes sur la vision.

Il y a donc deux opinions differentes sur le changement qu'on a cru qu'il devoit arriver à l'œil, pour voir distinctement des objets placés à differentes distances. La pre-

miere est l'alongement de tout le globe de l'œil pour voir des objets proches, & l'applatissement pour voir ceux qui sont éloignés. La seconde est le changement de figure du crystallin qu'on doit applatir pour voir des objets éloignés, & renfler pour voir ceux qui sont proches.

IV. Refutation de la prémiere opinion.

Il n'y a personne de ceux qui tiennent la prémiere de ces deux opinions, qui ait avancé que la cornée change de figure, & qu'on la peut rendre ou moins ou plus convexe quand on veut voir des objets plus ou moins éloignés; car elle est d'une nature qui ne lui permet pas ces changemens, & on n'y remarque point d'organes pour cet effet. Mais si la cornée ne peut pas changer de figure, il n'y a pas de raison pourquoi la membrane sclerotique qui renferme toutes les humeurs de l'œil en pourroit changer, puisqu'elle est fort dure, & que les muscles qui l'environnent, & qui servent aux differens mouvemens de l'œil, ne sçauroient faire cet effet.

V. Refutation de la seconde opinion.

Ceux qui tiennent le parti du crystallin donnent une raison qui paroît fort plausible; car ils disent que le ligament ciliaire qui tient le crystallin suspendu entre les deux autres humeurs, est un veritable muscle dont les fibres tendent vers le centre du crystallin, & qu'il doit s'applatir quand le muscle se gonfle, puisqu'il le tire également par toute sa circonference. Mais les plus habile Anatomistes ne remarquent rien de musculeux dans ce ligament, & il ne semble pas que cette humeur qui est assés solide, & qui est composée comme de plusieurs pellicules les unes sur les autres, puisse facilement changer de figure sans que ses superficies fassent des plis qui corromperoient les images des objets sur le fond de l'œil.

Mais sans m'arrêter à combatre ces opinions par la structure des parties, je rapporteray seulement les experiences suivantes, qui feront voir clairement qu'elles ne peuvent pas se soûtenir.

VI. Experiences qui servent à refuter ces opinions.

On enseigne communément dans l'Optique, que si l'on regarde une chandelle ou un autre objet lumineux, au travers de plusieurs petits trous qu'on aura fait dans une carte, on verra l'objet autant de fois multiplié qu'il y aura de petits trous, pourvû que la distance entre ces trous ne soit pas plus grande que l'ouverture de la prunelle. Mais si l'objet est seulement à la distance de la vûë où elle le peut voir distinctement, on verra l'objet simple quoiqu'on le regarde au travers de plusieurs trous. Il faut donc que l'objet soit hors de la portée de la vûë. Par exemple, pour les myopes qui ne pourroient bien discerner les objets s'ils n'étoient à six pouces de l'œil, il faudra que l'objet soit plus éloigné que six pouces. De même, si l'œil ne peut voir distinctement un objet qu'à six pieds ou plus de distance, il faudra qu'il soit plus proche pour paroître multiplié.

Il est facile de donner la raison de cette multiplication, car si les raïons qui partent de chaque point de l'objet, vont se réünir exactement sur la retine chacun en un point, on verra toûjours l'objet simple quoiqu'on le regarde au travers de plusieurs trous, puisque chaque point, ne peindra qu'un point sur le fond de l'œil, car les petits cônes lumineux qui ont leur sommet dans le point de l'objet, & leurs bases aux petits trous de la carte, auront aussi tous leurs sommets opposés dans un même point sur la retine, ce qui doit faire l'objet simple. Mais si l'œil n'a pas la conformation necessaire pour réünir ces raïons sur la retines, il arrivera que chacun des petits cônes au dedans de l'œil sera coupé par la retine avant ou après la réünion des raïons : chaque point de l'objet touchera donc le fond de l'œil en autant de points differens qu'il y aura de trous à la carte, & par conséquent l'objet paroîtra multiplié selon le nombre des trous. Il arrivera aussi que chacun de ces objets multipliés paroîtra bien plus distinct que s'il étoit vû sans l'interposition de la carte, à cause que les cônes

des raïons au dedans de l'œil, aïant alors pour base toute l'ouverture de la prunelle, feront une section sur le fond de l'œil qui sera plus grande que celle des cônes qui n'auroient pour base que les trous de la carte, ce qui feroit beaucoup plus de confusion dans la peinture de l'objet. Mais aussi chaque objet multiplié par les petits trous, paroîtra d'une lumiere bien plus foible, que celui qu'on verroit sans les trous, à cause que chacun de ces objets ne sera formé que par une petite partie des raïons de l'autre.

Il est aussi évident, que la distance entre les objets multipliés, sera d'autant plus grande que les trous seront plus écartés l'un de l'autre, ou que la réünion des raïons sera plus éloignée du fond de l'œil. Car si les trous sont fort éloignés l'un de l'autre, leurs cônes seront aussi plus écartés, & semblablement leur rencontre sur la retine. De même si la réünion des raïons est fort écartée de la retine, la distance entre la rencontre des cônes sur la retine sera aussi fort grande; car ces distances seront les bases de triangles qui auront leur sommet commun au point de réünion des raïons, soit au-deçà, soit au-delà de la retine.

On pourra remarquer dans l'œil artificiel tout ce que je viens de dire, en mettant une carte percée de trous au devant du verre qui represente la cornée, & en plaçant la surface blanche qui fait l'office de la retine, dans plusieurs distances differentes du verre qui sert de crystallin, soit dans le concours des raïons lumineux, soit plus proche ou plus loin.

Si un œil n'étoit qu'un peu trop convexe ou trop plat pour faire concourir sur sa retine les raïons d'un objet placé à deux pieds de distance de l'œil, il ne pourroit juger assurement si cet objet lui paroît confus, à cause que la rencontre des cônes des raïons de cet objet confus avec la retine, y occupe un trop petit espace pour causer dans l'image une confusion apparente. Mais si l'on met au devant

de

de l'œil une carte percée de deux trous seulement, on s'appercevra du deffaut de l'œil par la duplicité de l'objet, laquelle sera très-sensible pour peu que l'œil n'ait pas la conformation requise pour rassembler exactement les raïons sur sa retine.

Pour faire cette experience avec exactitude, il faut regarder un petit point lumineux dans un lieu obscur, comme un petit trou dans une carte qui sera au devant d'une chandelle, ou bien il faut regarder un petit objet noir contre une surface blanche.

On peut donc connoître par cette méthode, si un œil est trop plat ou trop convexe pour voir distinctément un objet placé dans une certaine distance. Mais on se servira de la maniere suivante pour mesurer avec exactitude les changemens de forme qui peuvent arriver à une vûë en differens tems, & pour sçavoir s'il est possible qu'il lui en arrive quelqu'un en differentes rencontres.

VII. Maniere de mesurer la force ou la foiblesse de la vûë.

Je suppose maintenant qu'un œil est trop plat ou trop convexe pour voir distinctement un objet à une distance déterminée, comme de six pieds, & je veux connoître quelle est la quantité de son deffaut; c'est-à-dire, ce qui lui manque pour voir cet objet distinctement. Il est certain par ce que je viens d'expliquer, que cet œil verra l'objet double au travers des deux trous d'une carte, qui sera placée contre l'œil: mais si l'œil & l'objet demeurant toûjours dans la même distance, on met contre la carte ou vers l'œil ou vers l'objet, un verre convexe ou concave de telle force que l'objet qu'il voïoit double auparavant, ne paroisse plus que simple; on sera assuré que ce verre est la mesure de ce qui manque à cet œil pour voir distinctement un objet placé à six pieds de distance.

On ne doit pas dire que cette experience soit défectueuse, à cause que le même verre peut servir à voir distinctement le même objet placé à quelque distance que ce soit

au-delà de six pieds, car il arrive la même chose à toutes le vûës qui voïent nettement les objets à cette distance sans se servir de verre, ce qui vient seulement de ce que les raïons qui viennent des points de l'objet, forment des cônes si aigus à la distance de six pieds & au-delà, n'aïant pour base que l'ouverture de la prunelle qui est d'une li-ligne environ, qu'ils peuvent passer pour paralleles entre-eux, & qu'ils doivent avoir le même foïer.

On peut donc connoître exactement par là le rapport d'une vûë à une autre, puisque leur difference sera mesurée par la difference des foïers des verres dont ils seront obligés de se servir pour voir un objet éloigné de six pieds, qui est à peu près la distance la plus courte d'où les raïons entrent dans l'œil comme paralleles entre-eux. Si un œil, par exemple, avoit besoin d'un verre convexe d'un pied de foïer pour voir les objets simples au travers des trous de la carte à cette distance de six pieds, & qu'un autre œil les vit simples sans le secours du verre, ce verre d'un pied de foïer seroit la mesure de la difference de ces deux yeux pour voir des objets éloignés de six pieds ou plus. Mais si l'autre œil avoit besoin d'un verre convexe de quinze pouces de foïer, on diroit qu'il n'y auroit que trois pouces de difference entre la force de ces deux yeux par rapport à l'un des foïers des verres. Enfin si ce même œil avoit besoin d'un verre concave de dix pouces de foïer pour voir ce même objet, la difference entre ces deux yeux seroit mesurée par douze pouces ou un pied de foiblesse & dix pouces de force. Ce que je viens de dire pour la comparaison de deux yeux differens se peut dire aussi pour celle d'un même œil dans des tems & dans des âges differens. Car si un œil à l'âge de 50 ans a besoin d'un verre convexe de 15 pouces de foïer, & qu'à l'âge de 60 ans il ait besoin d'un verre de 10 pouces, on peut dire que sa vûë a diminué de 5 pouces. De même, si un œil a besoin d'un verre

concave de 8 pouces de foïer à l'âge de 20 ans, & qu'à l'âge de 40 il en ait besoin d'un autre de 10 pour la même experience, on sera assuré que cet œil se sera affoibli de 2 pouces. Ce sera la même pour des tems differens, comme devant & après une maladie. Il est fort rare qu'une vûë devienne presbyte après avoir été myope, ou au contraire de presbyte devienne myope : mais quand cela se rencontreroit, on pourroit le reconnoître par ce moïen, & mesurer avec exactitude le changement qui lui seroit arrivé.

On pourroit aussi reconnoître les differens changemens qui seroient arrivés à une vûë sans se servir de verre, en mesurant seulement la distance depuis l'objet jusqu'à l'œil où l'on commenceroit à le voir simple au travers des trous de la carte : mais cette méthode ne seroit bonne que pour quelques vûës. Car pour les presbytes qui ne voïent pas les objets simples à six pieds de distance, ils ne pourroient pas mesurer combien leur vûë diminuëroit dans la suite, puisqu'ils verroient toûjours les objets doubles à quelque distance que ce fût.

C'est aussi par le même moïen qu'on peut sçavoir si un œil est presbyte ou myope par rapport à une certaine distance de l'œil à l'objet, c'est-à-dire, si le concours des raïons de cet objet se fait au-deçà ou au-delà de la retine. Car si l'on couvre l'un des trous de la carte, & qu'un des deux objets semble disparoître du même côté que le trou qui est couvert, on est assuré que le concours des raïons est est dans l'œil au-deçà de la retine : mais au contraire, si l'objet disparoît de l'autre côté que le trou qui est couvert, on connoît que le concours des raïons est au-delà de la retine, quoique le trou qu'on couvre paroisse toûjours du même côté où il est en effet. Par exemple, si l'on couvre le trou qui est & qui paroît à droite, & que l'objet qui paroît aussi à droite disparoisse, le concours des raïons sera

avant la rencontre de la retine, ce qui fait l'œil myope. Mais le trou qu'on couvre étant & paroissant toûjours à droite, si l'objet qui disparoît est à gauche, le concours des raïons ne doit être qu'au-delà de la retine ; ce qui fait l'œil presbyte.

VIII. Déterminer la force des verres pour l'usage de chaque vûë.

Il est facile de voir qu'un œil de quelque conformation qu'il soit, peut faire toutes les experiences des autres yeux par le moïen des verres de differentes convexités & concavités, sans être obligé de s'en rapporter à d'autres pour faire une juste comparaison des differentes sortes de vûës. Cette méthode peut servir encore à déterminer assurement, quelle doit être la convexité ou la concavité du verre, dont une vûë doit se servir pour voir distinctement un objet sans forcer la nature ; j'entens à une distance médiocre, comme d'un pied & demi pour y lire de petits caracteres : car si l'on prend un verre plus fort qu'il n'est necessaire pour cet effet, on sera obligé d'approcher l'écriture plus près de l'œil pour la voir distinctement.

On connoîtra aussi par-là si le deffaut de la vûë vient de la conformation de l'œil ou du vice de ses parties. Par exemple, si la retine d'un œil n'est pas fort délicate & que l'ouverture de la prunelle soit fort petite, il est certain, comme je l'ay remarqué dans la premiere partie de ce traité, que cet œil ne verra les objets que confusément dans un jour médiocre, quoique d'ailleurs il soit bien conformé pour en faire concourir les raïons sur sa retine dans la distance où les objets sont placés.

IX. Demonstration de l'impossibilité du changement des conformations de l'œil ou du crystallin.

Voïons maintenant s'il se peut faire que le globe de l'œil ou le crystallin change de conformation, pour voir distinctement des objets differemment éloignés. Ceux qui sont de cette opinion demeurent d'accord qu'il faut des conformations differentes pour voir un objet qui soit éloigné d'un pied & demi, & un qui soit éloigné de six pieds. Ainsi l'œil qui est attentif à considerer un objet éloigné

d'un pied & demi, s'il a la conformation necessaire pour le voir distinctement, il n'aura pas celle qu'il faut pour en voir un à six pieds. Mais s'il a la conformation necessaire pour voir l'objet à un pied & demi de distance, on en sera assuré en mettant au devant de l'œil une carte percée de deux trous; car l'objet paroîtra toûjours simple. Maintenant que ce même œil s'applique à considerer un objet à six pieds de distance, & comme il y est fort attentif, & qu'il doit avoir pris la conformation qui convient à cette distance, qu'il le regarde au travers des trous de la carte, il doit le voir simple dans cette hypothése, comme il le voïoit à un pied & demi; cependant l'experience montre le contraire, car il le voit double. Cet œil n'a donc pas pris la conformation qu'il faut pour voir cet objet à six pieds de distance, quoiqu'il l'eût pour un pied & demi. Et s'il ne l'a pas pour six pieds, il ne l'a pas pour toute autre distance au dessus, les raïons qui entrent dans l'œil étant comme paralleles entr'eux dans ces distances.

Mais changeons d'experience & appliquons à cet œil qui ne peut pas prendre la conformation necessaire pour voir un objet à six pieds, un verre qui puisse lui donner ce qui lui manque, ensorte qu'il voïe distinctement l'objet simple au travers des trous de la carte. Il est certain s'il considere cet objet avec le verre sans l'interposition de la carte, qu'il le verra bien plus distinctement qu'il ne le voïoit à la vûë simple, quoiqu'il crût lui avoir donné la conformation propre pour cet effet, en observant de mettre toûjours le verre à même distance de l'œil dans toutes les experiences; car autrement l'ouverture de la prunelle demeurant toûjours la même, les raïons qui entreroient dans l'œil après avoir passé au travers des verres placés à differentes distances, seroient plus ou moins convergens ou divergens. Mais qu'enfin cet œil regarde avec le même verre l'objet à un pied & demi de distance, & quil change

sa conformation pour le voir distinctement, & quand il y sera attentif s'il interpose la carte en laissant toûjours le verre, elle lui fera connoître qu'il voit l'objet double.

La même chose arrivera encore si l'œil qui considere à nud un objet à six pieds, & qui le voit simple au travers des trous de la carte, vient ensuite à considerer celui qui n'est qu'à un pied & demi; car il le verra double. Et s'il prend un verre pour voir cet objet simple à un pied & demi, il le verra double à six pieds avec le même verre.

Ce que je dis de six pieds & d'un pied & demi, sera de même des autres distances ou plus petites ou plus grandes. On ne peut pas dire que l'interposition de la carte apporte du changement à cette experience, puisque tout ce qui pourroit déterminer l'œil à quelque changement, ne pourroit venir que du manque de connoissance de la distance, dont on juge toûjours de même, soit qu'on regarde l'objet à la vûë simple ou au travers d'un ou de plusieurs petits trous. Il n'est donc pas vrai que l'œil ou le crystallin change de conformation pour voir des objets à differentes distances.

On ne doit pas juger de ce que j'avance icy sur quelques experiences particulieres : car il se rencontrera des vûës tellement disposées qu'elles ne pourront pas faire celles dont je me sers, ou qu'elles les feront si imparfaitement, qu'on auroit lieu de douter de la vérité, & qu'on pourroit en tirer des consequences tout à-fait contraires aux loix de l'Optique. Car si le crystallin étoit obliquement posé par rapport à l'axe de la vision, ou qu'il fut d'une figure tout-à-fait irreguliere, ou que la retine n'eût pas toute la delicatesse necessaire pour une vision distincte, ou que les humeurs fussent troubles, on fera toûjours fort mal les experiences que je propose. Mais il sera facile de reconnoître le deffaut de ces yeux, & ce qui fait que les experiences communes ne leur réüssissent pas, en les exami-

nant suivant les remarques que j'ay faites dans la premiere partie de ce traité.

On doit prendre garde dans les experiences qu'on fait avec des verres comme sont ceux des lunettes ordinaires, de ne servir pas de differens endroits du même verre pour regarder un même objet au travers des trous de la carte, & sans l'interposition de la carte; car ces sortes de verres font ordinairement des refractions très-differentes en differens endroits, d'où l'on ne pourroit tirer de conséquence qui fut juste.

X. Qu'il ne falloit pas supposer de changement de conformation dans l'œil.

Après avoir démontré que l'œil ne change pas de conformation pour voir des objets differemment éloignés, il faut faire voir qu'il n'a pas besoin de ce changement, & qu'il peut voir un objet à un pied & demi & à six pieds ou au dessus assés distinctement, pour ne pas s'appercevoir qu'il y ait aucun défaut dans la vision, sans qu'il soit besoin de recourir à un changement de conformation. Je parle seulement dans ce cas d'une vûë bonne comme je l'ay établie, laquelle tient le milieu entre les myopes & les presbytes; car pour ceux-cy on en jugera par comparaison à l'autre.

La difference du concours des raïons d'un objet éloigné d'un pied & demi & d'un autre éloigné de six pieds n'est pas assés considerable pour faire de la confusion dans la vision, quoi-qu'on puisse voir l'objet double avec les trous de la carte. Mais dans la supposition de l'œil que je fais icy, il doit voir l'objet double avec les deux trous de la carte à la distance d'un pied & demi avant le concours des raïons & à la distance de six pieds après leur concours: c'est pourquoi cette difference est si petite qu'on ne peut s'en appercevoir à la vûë simple, & c'est ce qui fait qu'on croit voir également bien les objets à ces distances. On en peut faire l'experience avec une petite lunette composée de deux verres convexes dont l'objectif soit d'un pouce de

foïer, qui est à peu près le diametre de l'œil, & ne lui donner d'ouverture qu'une ligne, comme celle de la prunelle; l'oculaire doit être plus foible que l'objectif, & ne lui donner que peu d'ouverture, puisqu'il ne doit servir icy qu'à détourner les raïons comme il faut pour entrer dans l'œil & pour faire leur peinture sur la retine. On verra avec cette petite lunette les objets à un pied & demi de distance aussi distinctement que ceux qui seront à six pieds, sans qu'il soit besoin d'alonger & de racourcir la distance entre les deux verres.

Mais on m'objectera que s'il n'étoit pas nécessaire de donner à l'œil une conformation differente à un pied & demi de distance, & une autre à six pieds, d'où vient donc qu'après avoir été attentif à considerer un objet à un pied & demi, on ne peut voir distinctement celui qui est à six pieds, quoiqu'ils paroissent se toucher & qu'ils soient à peu près dans le même raïon, sans demeurer un peu de tems à accommoder l'œil à cette distance. Je répons qu'il est vrai qu'on sent de la difficulté, mais que ce n'est pas à cause que le globe de l'œil ou le crystallin doit prendre differentes conformations pour voir ces deux objets; mais qu'elle vient seulement de ce que la direction des axes des deux yeux doit être differente pour un objet éloigné d'un pied & demi, & pour un autre éloigné de six, afin que les raïons lumineux qui entrent dans chaque œil, fassent leurs peintures sur des points analogues de la retine. On me dira que cette réponse n'est pas suffisante, puisque l'on sent toûjours la même difficulté, quoiqu'on ne regarde ces objets à differentes distances qu'avec un seul œil. Je répons encore qu'il est vrai; mais que cette difficulté n'est pas si grande quand on ne se sert que d'un œil, que quand on se sert des deux, & que ce qui la fait n'est en partie que l'accoûtumance que l'on a de diriger les axes des deux yeux tout ensemble, vers un même endroit dont on peut

connoître

connoître d'ailleurs à peu près la distance. On ne peut donc pas dire dans l'experience des trous de la carte, que le changement de conformation de l'œil se fait presque en un moment, comme quelqu'uns ont voulu soûtenir, puisqu'ils sont obligés dans celle-cy d'avoüer que l'œil demande un tems considerable pour s'accommoder à differentes distances. Lorsqu'on regarde dans la petite lunette dont je viens de parler, des objets proches à un pied & demi & d'autres plus éloignés, on ne sent point de difficulté pour passer des uns aux autres : car comme on ne regarde qu'avec un seul œil, & que l'on n'a presque aucune connoissance de la distance de ces objets, on les voit tous comme s'ils étoient peints sur une même superficie.

XI. Les differentes ouvertures de la membrane Iris supplêent aux differentes conformations de l'œil.

Je dis enfin, que la difficulté que l'on a d'accommoder l'œil pour voir des objets à differentes distances, n'est pas seulement la direction des axes, mais que c'est un resserrement & un élargissement de la prunelle. Car personne ne conteste que la membrane Iris ne soit un muscle, & qu'elle se retraissit & s'élargit assés facilement à l'aspect des objets qui sont plus ou moins éclairés. Or il est certain qu'il entre dans l'œil plus de raïons d'un même point de l'objet à proportion qu'il en est plus proche, supposant toûjours la même ouverture de prunelle, & que ces raïons s'assemblant sur la retine y doivent faire une impression bien plus vive que s'ils venoient d'un point éloigné, & qu'ils doivent y causer un peu de douleur, ce qui oblige la membrane Iris à se resserrer pour fermer l'ouverture de la prunelle & pour moderer la vivacité de la peinture de l'objet : au contraire si l'objet que l'œil considere est éloigné, il doit entrer dans l'œil peu de raïons de chacun de ses points dont la retine n'est touchée que foiblement. Il fait donc alors tous ses efforts pour donner entrée à une plus grande quantité de raïons en élargissant l'ouverture de la prunelle pour appercevoir l'objet plus distinctement. On en peut faire l'experience dans

les enfans qui ont une grande facilité à ouvrir & à fermer la prunelle. & leur montrer quelque petit objet en leur faisant tourner le dos à la lumiere, afin qu'elle laisse toute la liberté à la prunelle de se pouvoir ouvrir & fermer: car on remarquera que lorsque l'objet sera proche de l'œil, l'ouverture de la prunelle sera fort petite, & qu'au contraire elle sera fort grande quand l'objet sera éloigné.

Ces differentes ouvertures de la prunelle servent encore beaucoup à la distinction des objets differemment éloignés, sans qu'il soit besoin de recourir aux differentes conformations de l'œil. Car il est évident que si les cônes des raïons qui entrent dans l'œil sont fort aigus, la peinture des objets sera toûjours distincte, puisque la rencontre de chacun de ces cônes sur la retine, ne peut être considerée que comme un point, & si l'œil a la conformation necessaire pour voir distinctement un objet à six pieds de distance, d'où les cônes des raïons sont fort aigus, quand il regardera ensuite un objet à un pied & demi, il resserra la prunelle pour ne laisser entrer dans l'œil que peu de raïons qui feront aussi à cette distance des cônes assés aigus pour ne point faire de confusion sensible sur la retine. Ainsi les effets que l'on attribuë aux differentes conformations de l'œil, doivent être rapportés aux differentes ouvertures de la prunelle qui a toûjours une action assés considerable dans les yeux qui l'ont naturellement grande ou petite, pour pouvoir moderer un peu l'action de la lumiere, & pour faire voir par même moïen ceux qui sont éloignés avec assés de force, & ceux qui sont proches avec assés de netteté pour les usages ordinaires de la vie; ensorte que toute la latitude que l'on remarque dans toutes sortes d'yeux, vient seulement des differentes ouvertures de la prunelle & non pas des differents conformations du globe de l'œil ou du crystallin, comme on avoit crûjusqu'à present.

TRAITÉ
DE
LA PRATIQUE
DE
LA PEINTURE

TRAITÉ DE LA PRATIQUE DE LA PEINTURE.

LA Peinture eſt un de ces Arts liberaux dont la principale partie eſt toute ſpeculative ; car pour la mécanique, qui ne conſiſte que dans l'exécution, elle ne demande qu'un exercice qui peut s'acquerir avec le tems, & la connoiſſance des matieres & des inſtrumens qu'on y emploïe.

Cet art eſt un des plus conſiderables pour l'uſage qu'on en fait, & des plus agréables : car aïant à repreſenter tout ce qui peut toucher les yeux, on peut dire qu'il eſt d'une auſſi vaſte étenduë que toute la nature. Mais ce n'eſt pas une ſimple repreſentation des corps animés ou inanimés qui fait ſon principal objet, les expreſſions vives & naturelles des paſſions, & ces grandes & nobles compoſitions d'un tout-enſemble adroitement varié par les oppoſitions & contraſtes des attitudes & des couleurs, emportent les ſpectateurs malgré eux, & leur inſpirent tous les mouvemens differens dont l'ame peut être touchée.

Mais nous n'entreprenons pas icy de parler de l'excellence de la peinture, ni de donner des regles & des preceptes de cet art, non-plus que de rapporter toutes les hiſtoires de ſon origine, ni tout ce qu'on en trouve dans les anciens & les modernes ; nous décrirons ſeulement les differentes manieres de la mettre en exécution comme elles ſont en uſage à preſent, avec les matieres & les outils

qu'on y emploïe, afin que la posterité ne puisse pas regreter la perte des connoissances que nous en avons, comme nous faisons celles des anciens.

Il est vrai-semblable que la Peinture a commencé par le Dessein, qui n'est que le contour ou trait des objets qu'on veut representer, ensuite on y mît des ombres & des clairs, & enfin on y appliqua les differentes couleurs pour mieux representer ces objets au naturel: mais on se servit de couleurs de differentes natures, suivant les surfaces des corps sur lesquels se faisoit la peinture, comme sur des murs, sur des planches, sur des étofes & autres corps; car tantôt on ne se servoit que de terres, tantôt de teintures tirées des vegetaux & des mineraux, & tantôt des uns & des autres.

Il semble donc qu'il faut commencer à expliquer la pratique du Dessein, avant que de parler de celle de la peinture, & c'est aussi ce que nous ferons après avoir donné une idée generale de toutes les differentes manieres de peindre.

On pourroit conjecturer que la plus ancienne maniere de peinture étoit à détrempe, que les Italiens appellent *à Guazzo*, laquelle se fait avec les terres de differentes couleurs détrempées avec l'eau, qu'on appliquoit sur des corps propres à les recevoir, comme sur des murs, sur des velins & autres, en y mêlant quelques liqueurs gommeuses ou coles pour les faire tenir & les empêcher de s'effacer en les touchant, & l'on peut aussi y emploïer quelques teintures.

On avoit aussi alors une autre espece de peinture qui y avoit un grand rapport, & qu'on appelle *à Fresque*, parce qu'elle se fait sur des enduits de mortier qui sont encore tout frais, pour y faire incorporer les couleurs avec le mortier, & qui ne font ensemble qu'un mortier coloré: mais les couleurs propres à cette peinture ne

doivent être que des matieres terrestres, car la chaux du mortier détruiroit les autres en peu de tems. On voit encore à present à Rome quelqu'uns de ces ouvrages faits sur des murs au tems des anciens Romains, & qui se sont bien conservés, quoiqu'ils fussent ensevelis dans des ruines de bâtimens & sous terre.

Ensuite on fit une autre espece de peinture avec de petites pierres & cailloux de differentes couleurs qu'on appliquoit les uns contre les autres sur un enduit de mortier frais & dans toutes leurs nuances pour imiter la nature, & au deffaut des pierres naturelles pour certaines couleurs on s'en servoit d'artificielles faites au feu. Cet ouvrage s'appelle *de Mosaïque*, & les Anciens l'appelloient *opus Musivum*; il est facile à juger qu'il doit être d'une aussi longue durée que les murs sur lesquels il est fait, aussi en voit-on encore à Rome de fort anciens, quoi qu'exposés à l'air, & toutes les voutes de l'Eglise de Saint Pierre de cette Ville là sont peintes de cette maniere.

Mais il y a environ 300. ans qu'on inventa une autre maniere de peindre, qu'on appelle à huile, parce que toutes les couleurs y sont détrempées avec l'huile de noix ou de lin, qui sont seccatives de leur nature. Cette sorte de peinture est fort en usage à present, & a plusieurs avantages sur les precedentes, par la force & la vivacité de quelques couleurs qui lui sont particulieres, mais sur tout par la délicatesse & l'union des teintes differentes. On peignoit d'abord à huile sur des planches de bois preparées pour cet effet, & avec toutes sortes de terres colorées, & même avec des mineraux & des métaux calcinés qui se peuvent détremper & incorporer avec l'huile : mais les teintures ni peuvent pas servir sans une préparation particuliere. Un des principaux avantages de cette peinture est de resister à l'humidité quand elle est seche, & par consequent elle peut durer fort long-tems, mais les couleurs

se ternissent peu à peu & deviennent fort obscures, & même les clairs, au contraire des précédentes, dont les clairs sont très-vifs & brillans, & qui ne changent point par le tems. L'éclat ou luisant de cette peinture est encore un désavantage considerable, en ce qu'elle ne paroît point quand elle n'est pas exposée à un jour de biais.

On peint presentement à l'huile presque toûjours sur des toiles ou sur des étofes imprimées avec des couleurs à huile, & quelques fois sur des murs enduits de plâtre, à cause que l'huile y penetre, ce qu'elle ne fait pas sur des enduits de mortier. On pourroit pourtant faire un enduit d'une composition ou mastic de resine & beaucoup de brique pilée, qui étant appliqué à chaud sur un gros enduit de mortier ordinaire, pourroit recevoir les couleurs à huile en s'incorporant dans les parties de la brique. Cette incrustation dureroit bien plus long-tems que le plâtre, qui ne peut pas subsister dans les lieux humides.

Enfin la peinture à huile ne convient pas sur la plûpart des murs, ni dans les voutes où le jour ne lui est pas avantageux, à cause qu'elle reluit & qu'elle pert la plus grande partie de son avantage par ce brillant.

La *Miniature* est une espece de peinture à détrempe sur du velin ou sur du papier blanc, où l'on reserve le blanc du fond pour les clairs des couleurs.

La peinture sur le verre, qu'on appelle d'*aprest*, se fait avec des couleurs particulieres qu'on applique sur le verre blanc & transparent, lesquelles étant recuittes au feu, se fondent & s'incorporent dans le verre. Cette peinture étoit fort en usage autrefois, & principalement pour les grands vitraux des Eglises, où l'on emploïoit pour des couleurs vives & fortes des verres colorés dans le fourneau, sur lesquels on y mettoit des ombres pour leur donner le relief.

La peinture sur des métaux & poteries de terre, qu'on appelle

appelle d'Email, se fait avec des émaux de differentes couleurs, & qu'on fait ensuite recuire au feu en les fondant, ce qui fait une espece de verre.

Toutes les peintures avec des laines & des soies, qu'on appelle ordinairement Broderie ou Tapisserie travaillées à l'aiguille ou au métier, sont de differentes especes; la Broderie se fait à l'aiguille sur un fond de quelque étofe, *la Haute-Lisse, la Basse-Lisse, & de Levant*, comme les Velours, se font sur une chaîne comme les étofes ordinaires. Mais la Haute-Lisse ne differe de la Basse-Lisse qu'en sa maniere de travailler.

On a fait encore une autre espece de Peintures ou Tapisserie sur des étofes de soïe blanche ou sur des toiles de coton blanc, en y emploïant seulement des teintures qui penetroient ces étofes.

On a essaïé enfin de faire des peintures sur du marbre blanc avec des teintures particulieres & propres à le penetrer.

Il y a en general de deux sortes de peintures, les unes sont de blanc & noir, & representent des bas reliefs de marbre ou de pierre blanche, & sans aucune couleurs, ce que les Italiens appellent *Chiaro oscuro*; les autres sont d'une ou de deux couleurs sur des fonds de couleur ou dorés, qu'on appelle *Camayeux*, & qui representent aussi des bas-reliefs sur des agates, ou enfin de ces sortes de bas-reliefs d'*Agates* ou de *Lapis lazuli* sur des fonds d'or. Les autres sortes de peintures sont les tableaux ordinaires qui nous representent les objets de la même maniere qu'ils nous paroissent, avec toutes leurs couleurs claires & obscures, & tout ce qui les accompagne.

Je ne mets pas au rang des peintures celle des estampes ou images colorées, qu'on appelle ordinairement *Enluminures*, parce que ces sortes de peintures n'ont rien de considerable que l'éclat de leurs couleurs, qui sont des

teintures pour la plûpart qu'on applique ſur le papier de l'eſtampe, qui a été encolé avec la cole claire & blanche & un peu d'eau d'alun; on avoit auſſi inventé une autre maniere d'enluminer les eſtampes, en les frottant auparavant avec un vernix de terebentine qui s'incorporoit dans le papier & le rendoit fort tranſparent, & lorſqu'il étoit ſec on peignoit toutes les parties de l'eſtampe avec des couleurs à huile convenable à chaque objet; ces couleurs avoient du corps, & les ombres & tailles de l'eſtampe achevoient de donner la perfection à l'ouvrage, car les couleurs & l'impreſſion de l'eſtampe étoient à l'envers, & n'étoient pas expoſés à la vûë: mais la mode de cette eſpece d'enluminure s'eſt bien-tôt paſſée, car le vernix ſentoit fort mauvais pendant un tems conſiderable, & rendoit le papier fort jaune, & même gâtoit les couleurs.

Quelques curieux qui étoient fort patiens s'étoient aviſés de faire des eſtampes colorées d'une maniere fort induſtrieuſe; ils prenoient une eſtampe d'un papier fort, laquelle repreſentoit une hiſtoire avec des figures de médiocre grandeur, & ils coloient ſur toutes l'eſtampe de petits morceaux de ſatin, ſuivant les couleurs des carnations & des draperies qu'ils imaginoient; & tout étant ſec ils humectoient legerement le tout avec un peu d'eau fort nette, & ils la faiſoient rimprimer ſur la planche, en obſervant de placer le papier exactement dans la même place où il étoit quand on l'avoit tirée d'abord. Alors toutes les tailles de la gravures marquoient au net les contours & le deſſein, & donnoient les ombres à leur place, & la planche rendoit le tout fort uni. J'ay vû quelqu'unes de ces eſtampes fort propres, mais pour les conſerver il faut les couvrir d'une glace.

Il y a eu des Peintres qui ſe ſont aviſés de peindre à huile ſur des glaces de miroir qui n'étoient pas étamées, mais de telle maniere que la peinture devoit ſeulement ſe voir au

travers de la glace, c'est-à-dire du côté où n'étoit pas la couleur; on n'a gueres fait que des fleurs de cette espece de travail. Il est facile à juger que le Peintre ne voit presque pas ce qu'il fait; car il n'y a que la partie de la couleur qui touche la glace qui doive paroître, & il faut peindre tout au premier coup & sans retoucher, car les couleurs qu'on auroit couchées sur d'autres déja seches ne pourroient pas s'appercevoir, à moins que celles de dessous n'eussent pas eu assés de corps pour couvrir d'abord, & que celles qu'on y auroit appliquées ensuite ne les eussent renduës plus épaisses & leur eussent donné leur véritable couleur. La derniere touche de cet ouvrage n'étant qu'une couleur égale & toute unie dont on couvroit tout le tableau, & qui sert seulement de fond aux endroits qui ne sont pas peints. La glace fait aussi le vernix de ces sortes de tableaux, dont les couleurs peuvent se conserver fort long-tems, n'étant jamais alterées par l'attouchement de l'air, & toutes les couleurs paroissoient fort fines & fort propres étant appliquées contre le poli de la glace.

On a encore fait quelque tableaux à huile d'une autre maniere. On peint sur une toile ou sur du bois quelque grand objet & au premier coup, en y mettant beaucoup de couleur fort épaisse & un peu grasse; & aussi-tôt que l'ouvrage est achevé, qui ne doit pas durer l'espace d'un jour, car il faut que toutes les couleurs soient encore fraiches quand on a achevé, on met dans un tamis de la soie blanche coupée fort courte, & on la sasse legerement sur tout le tableau ou sur une partie seulement, en couvrant de quelque morceau de papier mouillé la partie où l'on ne veut pas que la soie s'attache. On laisse ensuite bien secher le tableau, & quand il est sec on l'epouste legerement avec une brosse douce qui emporte toute la soie qui ne s'est pas attachée à la couleur. On cole enfin sur le tableau, au bord où se termine la soie, une petite dentelle d'or ou

d'argent ou de ſoie, qui ſert à ſurprendre mieux la vûë, car on a peine à ſe perſuader que ce ne ſoit un crêpe de ſoie qui couvre le tableau, lequel paroît encore fort diſtinctement au travers de la ſoie.

Enfin la derniere de toutes les peintures, & qui ne peut tenir rang tout au plus qu'au deſſous de l'enluminure, eſt le patronage : on en connoîtra le mérite par l'uſage ordinaire qu'on en fait, puiſque toutes les cartes à joüer ſont peintes de cette maniere. Les patrons ſont faits pour l'ordinaire de papier fin & uni qu'on imbibe de cire fonduë ſur le feu, & enſuite on découpe ou on ouvre toutes les places ou figures que la couleur doit avoir ; & le patron étant appliqué ſur le fond, ſoit papier ou mur, on frote legerement & ſechement tout le patron avec une groſſe broſſe de poil de cochon, & platte par le deſſous, dont les barbes ſont coupées afin que le poil ſoit plus ferme ; & l'on prend peu de couleur à la fois, de peur qu'elle ne paſſe ſur le fond par deſſous les bords des ouvertures du patron. Les couleurs peuvent être à détrempe ou à huile, ſuivant la nature de l'ouvrage.

C'eſt auſſi de cette maniere de travail qu'on a écrit de grands livres d'Egliſe avec des patrons de chaque lettre qu'on range ſur une régle les unes à côté des autres, & les unes après les autres pour l'ordinaire : mais les patrons de ces lettres ſont faits de lames de leton, tout-au-moins auſſi minces que du papier fin. L'encre dont on ſe ſert eſt une eſpece d'encre de la Chine qui ſeche fort promptement : mais il faut bien prendre garde qu'en relevant le patron, la couleur qui eſt un peu plus épaiſſe autour du bord des ouvertures, ne barboüille le papier ou le parchemin.

On fait encore par le moïen d'un patronage une eſpece de tapiſſerie qui repreſente du velours ou du damas à grandes fleurs & feuillages ſur un fond d'or ou de differente

couleur que les fleurs. On les fait sur des cuirs dorés ou argentés, & ensuite vernis en couleur d'or ou sur des toiles ou des étofes blanches ou teintes de quelque couleur claire. Ces cuirs sont minces & fermes & par feüilles de deux pieds environ en quarré, & les étofes sont par bandes à peu près de même largeur.

On tend d'abord le cuir ou l'étofe sur de grandes tables, & on encole la toile ou l'étofe avec une cole blanche & claire faite avec du cuir blanc ou de la raclure de parchemin, comme celle dont on se sert pour la peinture à détrempe: mais pour les cuirs il n'est pas besoin de les encoler, puisqu'ils sont dorés auparavant. Ensuite le cuir ou l'étofe étant couchés à plat, on y pose dessus le patron tout découpé suivant la figure des feuillages & des fleurs qu'on veut representer, & l'on frotte par dessus le patron une cole forte fonduë médiocrement épaisse, dans laquelle on a mêlé un tant soit peu de miel. On se sert pour cela de grosses brosses plattes par dessous & assés fermes pour coucher la cole forte. Et aïant aussi-tôt relevé le patron, on secouë un tamis sur le cuir ou sur l'étofe dans lequel il y a de la tonture de laine de la couleur dont on veut faire les fleurs, & quand il y en a une épaisseur suffisante, on y étend un papier sur lequel on bat avec un gros tampon de linge ou d'étofe & bien uni par dessous. Il faut que ce tampon soit un peut chaud, car si la cole étoit froide & figée ou embuë, la laine ne pourroit pas s'y attacher. Enfin quand la cole est bien seche on frotte tout l'ouvrage avec des brosses médiocrement rudes pour ôter toute la laine qui ne s'est pas attachée sur la cole. Si l'on vouloit y mettre une autre couleur, on auroit un autre patron, & l'on feroit de même que pour le premier, en l'appliquant par dessus ce qui est déja fait.

On ne se sert gueres que de deux sortes de couleurs dans cet ouvrage, qui sont le verd & le rouge, ou séparement, ou jointes ensemble.

Je ne parlerai point icy des ouvrages de Marqueterie tant en pierre qu'en bois, dans lesquels on represente ordinairement des fleurs & des oiseaux avec differentes pieces de ces matieres, colées ou mastiquées les unes à côté des autres sur un fond convenable, car quoiqu'ils representent la nature, ce n'est pas proprement une peinture, & de plus c'est un art particulier qui ne consiste que dans le dessein & dans le choix des pieces colorées qu'on y emploïe.

De la Pratique du Dessein.

TOUTE Peinture ou Tableau doit commencer par le dessein, qui est le contour & la position de tous les objets qu'on veut representer. Mais comme tous ces objets ont des corps dont il faut faire la figure ou l'image sur une surface plate qui est le tableau, l'œil du spectateur aïant une position fixe hors du tableau par rapport à tous les objets qui sont posés derriere, on doit considerer le tableau comme une glace de miroir transparente, au travers de laquelle on voit tous les objets, & que de tous les points & lignes des objets les raïons qui viennent à l'œil, laissent une impression sur cette glace, ensorte que le tableau doit être tel que si tous les objets qui sont derriere la glace étoient ôtés, leur image tracée & peinte sur la glace feroit le même effet à la vûë que les objets naturels. C'est-là la veritable idée qu'on doit avoir d'un tableau; & la perspective nous donne des regles certaines pour déterminer la position des objets qu'on veut representer.

Nous n'entreprenons pas ici d'enseigner la perspective, quoiqu'elle soit le fondement de la peinture; car sans les regles qu'elle donne, qui sont toutes geometriques, un tableau ne sçauroit jamais faire parfaitement son effet, car nous expliquons seulement la pratique du Dessein.

Le deſſein ſur le papier ſe fait d'abord avec des craïons de charbon leger, comme fuſin ou bois blanc, qu'on peut effacer facilement en frottant legerement avec un linge blanc & ſec. Les premieres idées du ſujet qu'on veut repreſenter, & qui ſont jettées d'abord ſur le papier s'appellent *Eſquiſſes* du mot Italien *Schizzo*, & on appelle auſſi cette maniere de deſiner *Eſquiſſer*, & eux *Schizzare*, qui veut dire éclabouſſer, parce qu'ils ſe ſervent de ce terme pour les tableaux dont les couleurs ne ſont que comme jettées au hazard ſur la toile en petit, pour voir à peu près l'effet du tableau quand il ſera executé en grand.

Cette eſquiſſe legere étant faite & arrêtée dans ſa place, on trace par deſſus le deſſein au net avec quelque craïon plus ferme, comme pierre noire ou ſanguine, ou même à l'encre ordinaire avec la plume, & on paſſe par deſſus une mie de pain écraſée, en frottant legerement pour emporter tout l'eſquiſſe. Le deſſein pour la détrempe, qui ſe fait ſur des toiles ou ſur des murs dont le fond tire ſur le blanc, ſe fait de même ; mais pour la peinture à huile ſur des toiles ou ſur des murs dont le fond eſt brun, on ſe ſert d'un craïon blanc fait de quelques pierres blanches & tendres, qu'on peut effacer facilement avec un linge ou une éponge un peu humectée d'eau.

Ces craïons blancs ſont ordinairement de la craie comme celle de Champagne ou du Tripoli en pierre, ou enfin quelque terre graſſe & blanchâtre, comme il s'en trouve en pluſieurs lieux, & principalement au deſſus des bancs de pierre de plâtre ; & cette eſpece de craie, qui tire un peu ſur un vert jaune, eſt excellente pour deſiner de petits ouvrages ſur la toile, en ce qu'elle eſt très fine & qu'elle a aſſés de fermeté, ce que n'a pas la craie de Champagne, qui eſt ordinairement trop tendre ou pierreuſe. On fait auſſi des craïons blancs avec une eſpece de pâte, dont le

corps principal eſt de bon plâtre noïé dans l'eau & bien broïé avec l'eau ſur le marbre, auquel on ajoûte un peu de blanc d'Eſpagne ou de Rouen, qui n'eſt qu'une terre blanche ou marne fort tendre, & cette pâte étant à demi ſechée ſur un carreau de terre cuite bien net, on la peut rouler par petits craïons déliés, & lorſqu'ils ſont bien ſecs on s'en peut ſervir au lieu de ceux dont nous avons parlé cy-devant.

Pour les ouvrages à freſque, comme on ne peut pas deſiner ſur le mortier frais & y faire des changemens au deſſein, on en fait au moins le trait de la même grandeur que l'ouvrage ſur du papier avec du charbon ou de la pierre noire tendre, & lorſqu'il eſt arrêté on applique le papier contre l'enduit & on l'y *calque*. Cette maniere de deſiner ou transporter un deſſein d'un endroit dans un autre, qu'on appelle *calquer*, eſt de contourner tout le deſſein fait ſur le papier avec quelque pointe ferme & un peu mouſſe pour ne pas l'écorcher; & par ce moïen le trait ou deſſein qui étoit ſur le papier s'imprime ſur l'enduit de mortier frais.

On *calque* auſſi de même un deſſein fait ſur du papier ſur un autre papier ou ſur une toile; mais il faut frotter le derriere du papier du deſſein de pierre noire, ſi le deſſein qu'on veut faire doit être ſur du papier blanc, mais ſi c'eſt ſur du papier brun ou ſur une toile brune, il faut le frotter avec de la craie & l'eſſuïer médiocrement, & quand on a calqué on met le trait du deſſein au net, après quoi on efface le calque, en frottant par deſſus le tout une mie de pain; mais principalement ſi l'on veut deſſiner à la ſanguine, & que le calque ſoit fait avec la pierre noire. On ne fait pas de calque à la ſanguine, quand même on voudroit deſſiner avec la ſanguine, parce que la ſanguine pourroit maculer le papier blanc, & comme elle eſt d'une nature graſſe on ne peut l'effacer qu'imparfaitement avec la mie de pain.

On

On se sert pourtant de calque avec la sanguine pour les planches de cuivre quand on veut graver, soit avec le vernix noirci, ce qui se doit entendre pour la gravure à l'eau forte, soit pour celle qu'on fait au burin ; mais pour celle-cy, comme il n'y a point de vernix sur la planche, & que la sanguine n'y marqueroit pas ou ne s'y attacheroit pas, on la frotte un peu avec de la cire blanche, après l'avoir fait chauffer médiocrement.

Il y a encore une autre maniere de transporter un dessein fait sur du papier, sur quelque corps que ce soit, on appelle cette maniere *Poncer*. On pique d'abord tout le contour du dessein avec la pointe d'une aiguille, qui est emmanchée dans un petit morceau de bois long & rond, & gros comme une grosse plume à écrire, qu'on appelle *une Fiche*. Ensuite on fait un nouët d'un morceau de toile assés claire, qu'on emplit de charbon bien pilé, si c'est pour poncer sur un corps blanc, ou bien de plâtre fin & sec, si c'est sur un corps brun, Ce nouët s'appelle *la Ponce*. Et aïant appliqué le dessein original, qui est piqué sur la place où l'on veut le transporter, on passe legerement la ponce par dessus le dessein, en battant un peu quelques fois pour faire passer la poussiere au travers du linge, laquelle passe aussi par tous les trous de l'aiguille, & marque le dessein à sa place. Mais il faut bien prendre garde de ne pas faire changer de place au dessein original en le ponçant, car il se feroit des traits doubles & confus. Ensuite aïant enlevé le dessein piqué, on met au net celui qui est poncé, & l'on souffle fortement pour chasser la poussiere de la ponce.

L'avantage de cette maniere de transporter un dessein sur quelque surface que ce soit, est qu'on le peut repeter en plusieurs endroits & autant de fois qu'on veut, & même le retourner, car on peut fort bien poncer des deux côtés, & même du côté où le papier est repoussé par la pointe

de l'aiguille, qu'on appelle le côté *de la gratoire*, la poussiere passe bien plus facilement, & marque plus fortement; c'est pourquoi l'on frotte la ponce plus legerement de ce côté-là. On se sert fort utilement de cette méthode dans plusieurs ouvrages de peinture & dans la broderie, & sur tout dans les ornemens.

Maintenant pour *contretirer* un dessein qui est fait sur un papier assés mince pour en pouvoir distinguer les contours au travers du papier quand il est exposé au jour, on applique l'autre papier sur lequel on veut dessiner sur le dessein original, & dans la place où on le veut tracer; on arrête les deux papiers ensemble par les bords avec quelques petites *pinces* de bois, qui ne sont que de petits morceaux de bois à demi fendus, qui serrant dans leur fente les bords des deux papiers, ensorte qu'ils ne sçauroient glisser l'un contre l'autre. Ensuite on les pose tous deux ensemble contre les vitres d'une chambre, ou contre une glace exposée au jour, ou bien appliquée sur une table qui a une ouverture un peu plus petite que la grandeur de la glace, & l'on met une bougie allumée au-dessous de la table. Et d'une maniere ou d'autre, en serrant un peu les deux papiers l'un contre l'autre, on voit au travers tout le dessein de celui de dessous, lequel on trace en contournant tous les traits sur le papier de dessus avec un craïon de fusin ou de charbon, ou bien de mine de plomb; & tout le contour étant fait on le met au net, & l'on efface ensuite le premier en frottant legerement avec un linge ou avec un peu de mie de pain.

Cette maniere a encore cette commodité, qu'on peut tracer le dessein à l'envers de l'original, car il n'y a qu'à poser le dessein original en sens contraire contre le papier blanc. C'est de cette maniere que les graveurs peuvent prendre un dessein pour le calquer ensuite sur leur planche, dont l'impression doit venir du même sens que l'ori-

ginal, mais ils ne prennent pas ordinairemant toute cette peine quand leur original n'est qu'un simple trait sur du papier, ils le frottent seulement d'un peu d'huile pour le rendre assés transparent pour voir les traits au travers du papier, & ensuite ils le calquent à l'envers sur leur planche.

On peut encore contretirer un dessein par le moïen d'une glace ou d'un verre, en l'appliquant sur l'original, & traçant sur le verre tous les contours du dessein avec un craïon de sanguine tendre; mais comme la sanguine ne marqueroit pas sur le verre, il faut le froter auparavant avec de l'eau de gomme arabique, dans laquelle on aura mis un peu de vinaigre, & quand elle est bien seche on peut dessiner dessus, sans le vinaigre la sanguine ne marqueroit pas sur la gomme; mais si l'on frotte le verre avec un blanc d'œuf au lieu de gomme, il n'est pas besoin de vinaigre. Quand ce dessein est tracé sur le verre on y applique assés fortement un papier moüillé & bien humecté, & l'aïant relevé aussi-tôt de peur qu'il ne se cole sur le verre, on y trouve tout le trait de la sanguine qui y est imprimé. On a par ce moïen le trait d'un dessein, ou même d'un tableau qu'on voudroit copier; mais pour les tableaux les bords de la glace & du verre pourroient les écorcher. Ce trait sur le papier est à contre sens de l'original; c'est pourquoi il faudra le recopier encore pour le mettre dans le même sens de l'original, ce qui est une double peine, & qui ne peut pas se faire sans corrompre les contours.

On ne sçauroit contretirer un tableau pour le copier: c'est pourquoi on a cherché d'autres manieres promptes & sures pour transporter le dessein d'un tableau sur une toile imprimée ou sur un mur: mais je ne rapporterai icy seulement que celle qui est le plus en usage & qui est très commode, & qui ne peut faire aucun tort à l'original. On l'appelle *prendre au voile*.

On choisit un crêpe ou voile de soie noire très fin & assés serré, ensorte pourtant qu'on puisse voir facilement au travers tous les objets, & comme l'usage le fera connoître. On y coût tout autour une bande de vieille toile ou de quelque étofe mince, & on le tend sur un chassis de bois, ensorte que le crêpe est tout dégagé.

Pour l'usage on applique ce crêpe bien tondu sur le tableau qu'on veut copier, & comme on voit assés facilement au travers du crêpe tout ce qui est representé sur le tableau, on en dessine tout le trait avec un craïon de craie blanche bien pointu & de médiocre dureté. Le craïon s'use fort promptement par les fils de la soie, mais il faut avoir soin de l'aiguiser souvent, sur tout si c'est un ouvrage délicat. Quand tout est dessiné on leve doucement le crêpe de dessus le tableau sans secoüer le crêpe, & l'on frotte legerement le tableau pour en ôter toute la possiere de craie qui a passé au travers du crêpe, mais la plus grande partie demeure engagée entre les fils de la soie. Lorsqu'on fait ce dessein il faut avoir soin que le crêpe soit bien appliqué contre l'original, & on l'y assujetti pour l'ordinaire avec les doigts de la main gauche ; car autrement lorsqu'on dessine les fils sautilleroient, & la plus grande partie de la craie qui seroit sur le crêpe tomberoit, & le dessein seroit inutile.

On couche ensuite par terre la toile sur laquelle on doit faire le dessein, & l'on applique doucement le crêpe dessus, il faut aussi mettre par dessous la toile quelques tampons de linge ou d'étofe sans la forcer par trop, pour faire seulement que le crêpe touche la toile par tout. Enfin on frotte tout le crêpe avec un morceau de papier doux, plat & plié en trois ou quatre doubles, & large environ de trois doigts, en appuïant legerement, & tenant les doigts de la main gauche sur le crêpe de peur qu'il ne remuë & change de place en frottant. Par ce moïen tout le

craïon qui étoit engagé dans les soies du crêpe passe au travers & s'attache sur la toile, & l'on y trouve le dessein tout fait; cependant on le peut mettre au net en le dessinant avec la craie sur les mêmes traits, Mais il faut prendre garde de secoüer d'abord la toile un peu fortement, ni de souffler dessus, car on feroit envoler toute la poussiere de craie qui n'y est que fort legerement appliquée, ce qu'on peut pourtant faire après avoir remarqué tout le dessein. Cependant si la toile est fraichement imprimée à huile, & qu'on la laisse en repos, le premier trait qui est venu du crêpe s'y attache & s'y cole assés fortement pour ne pouvoir pas s'effacer facilement. On secouë ensuite un peu le crêpe, & on le frotte legerement avec un linge pour emporter le reste de la poussiere de craie qui y demeure encore engagée, & pour s'en servir d'autres fois.

On pourroit aussi par cette maniere appliquer le dessein à l'envers sur la toile, car le blanc de la craie passera aussi facilement d'un côté que d'autre; enfin si le tableau étoit beaucoup plus grand que le crêpe on pourroit le prendre par parties.

Par cette maniere de copier un tableau avec le crêpe, on ne le peut faire que de la même grandeur de l'original: mais il arrive assés souvent qu'il le faut copier de grand en petit, ou de petit en grand, & alors le crêpe n'est plus d'aucun usage. Dans ce cas on s'est servi d'un autre moïen qu'on appelle *dessiner aux petits quarreaux*, ou *Craticuler*, du mot *craticolare*, que les Italiens ont donné à cette maniere de copier, & ce mot vient de *Craticola*, qui signifie une *grille* dans cette langue, & qui est representée par les petits quarreaux de fils dont on se sert.

On divise donc tous les bords du tableau original en autant de petites parties qu'on veut, & de quelle grandeur on veut, & sur tous les points de division on fiche des pointes ou des épingles, & en faisant passer un fil bandé

par dessus toutes ces pointes, on divise tout le tableau original en petites parties ou petits quarreaux. On divise de même l'un des bords de la toile ou du papier pour faire la copie en pareil nombre de parties égales que celles de l'original du même côté, & aïant marqué les mêmes parties sur les autres bords, on trace délicatement par les divisions correspondantes du haut & du bas, & des côtés, des lignes droites avec la régle & le craïon, ou en *tringlant*, ce qui divise aussi la place de la copie en autant de quarreaux qu'il y en a sur l'orriginal.

On appelle *tringler* lorsqu'au lieu de tirer une ligne droite avec la régle & le craïon, on la marque avec un fil ou une petite ficelle qu'on blanchit avec du blanc de craie tendre, ou qu'on noircit avec du charbon leger & tendre, comme de saule, en la frottant, & étant ensuite bien tenduë par deux points marqués sur une surface unie, on la tire un peu avec deux doigts hors de la surface, & la laissant aller tout d'un coup, elle va heurter le corps qu'elle rencontre, & elle y marque une ligne droite. Ce fil ou ficelle qui sert à cette usage s'appelle *la Tringle*. Plusieurs ouvriers s'en servent aussi-bien que les peintres, & sur tout lorsqu'ils ont à tirer des lignes fort longues.

Le tableau original & la place pour la copie, soit papier ou toile, étant divisés chacun en un pareil nombre de petits quarreaux, on transporte à la vûë tous les objets & parties des objets qui paroissent dans les quarreaux de l'original, sur les carreaux correspondans de l'autre, ce qui est aussi facile quand on a un peu de pratique de copier & de dessiner, autrement il seroit très-difficile de placer toutes les parties de la copie dans les mêmes proportions que celles de l'original, quand même on les mesureroit avec le compas en les reduisant.

Un Peintre assés habile se servoit d'une maniere qui avoit beaucoup de rapport à celle-cy pour travailler

d'après le naturel, comme pour faire sur la toile le premier dessein d'un portrait. Il avoit remarqué que l'on manque toûjours dans le dessein, parce que l'œil ne peut jamais juger finement de toutes les proportions des parties les unes par rapport aux autres, & encore moins de l'espace que doivent occuper les parties fuïantes qu'on estime toûjours plus grandes qu'elles ne doivent être en effet. C'est pourquoi lorsqu'il vouloit dessiner sur sa toile un portrait d'après le naturel, avant de commencer il suspendoit un chassis divisé en petits quarreaux par des fils blancs & déliés devant le visage & assés proche, & comme il avoit tracé sur sa toile des quarreaux qui devoient representer ceux du chassis, il demandoit à celui dont il faisoit le portrait de se tenir bien ferme un peu de tems, & lui-même aussi sans branler la tête, & ne remuant que les yeux, il transportoit à vûë dans les quarreaux de sa toile toutes les parties du visage, lesquelles il voïoit dans les quarreaux du chassis, en regardant d'un seul œil vis-à-vis les quarreaux du chassis. Cela se faisoit fort proptement & sans aucune attention à la ressemblance; mais par ce moïen il étoit asseuré de son trait, & le chassis étant ôté il terminoit son dessein avec plus d'exactitude sans perdre son premier contour. Par ce moïen il faisoit des portraits fort ressemblans; car d'ailleurs il avoit beaucoup de pratique à peindre. Il se servoit aussi de la même méthode sur le naturel dans d'autres occasions que des portraits, & toûjours avec succès.

On peut aussi par ce moïen copier des grands tableaux sur lesquels on ne peut pas appliquer des quarreaux avec du fil, en plaçant le chassis dont je viens de parler entre l'œil & le tableau, & en remarquant des repaires sur l'original, par où certains fils du chassis doivent passer pour mettre l'œil toûjours dans la même place; mais il faut que le chassis soit placé parallelement au tableau original. Par ce

moïen le tableau original paroîtra divisé en quarreaux, dont le nombre doit être égal à celui qu'on fera sur le papier ou sur la toile de la copie.

Ceux qui dessinent de l'architecture & des plans sur du papier blanc se servent d'abord de pierre de mine de plomb, laquelle doit être douce, ferme & sans gravier, comme celle qui vient ordinairement d'Angleterre, car pour celle qu'on apporte d'Allemagne elle est presque toûjours si sabloneuse qu'on n'en sçauroit rien faire. Ensuite il mettent au net à la plume & avec l'encre de la Chine tout leur dessein : car on ne sçauroit laver sur l'encre commune, à cause qu'elle s'étend sur le papier & barbouille tout le dessein quand elle est mouillée sur le papier.

On se sert ordinairement de plumes de Corbeau pour ces sortes de desseins, ou de bouts d'aîles des plumes d'Oyes, à cause qu'elles sont plus fermes & qu'elles marquent un trait plus net sur le papier ; mais il y en a qui aiment mieux les tirer avec un *tire-ligne*, qui est un instrument fait exprès pour cette operation. Il y en a deux sortes, les uns, qui sont le plus en usage, sont faits de deux petites lames d'acier fort minces, qui s'écartent un peu l'une de l'autre par leur ressort, & qui se serrent par un anneau. L'encre se soûtient entre ces lames, qui sont un peu en arc au dessus de leur pointe, & leur figure ressemble à peu près à une petite feuille de sauge. Les autres *tire-lignes* sont semblables aux pointes des compas qui portent encre, avec une rainure par dessus où l'on met l'encre ; on les emmanche dans un petit ballustre de cuivre comme les petits porte-craïons des étuis, pour les manier plus commodement.

Pour l'encre de la Chine dont on se sert pour ces sortes d'ouvrages & pour laver, nous n'en sçavons pas la composition. Nous avons des memoires de ce païs-là qui disent qu'elle est faite seulement avec du noir de fumée des lampes

lampes où l'on brule du suif ou de la graiſſe, en y mêlant une gomme de la nature de l'arabique : mais il eſt certain qu'une pâte faite de ces matieres ne ſçauroit ſe mouler auſſi nettement que ſont les petits pains de cette encre qu'on nous apporte de la Chine, & de plus la couleur du noir de fumée eſt aſſés differente de celle de l'encre de la Chine, car celle-cy eſt bleuâtre, & l'autre eſt rouſſâtre. Ce n'eſt pas que ſi l'on prend de bon noir de fumée d'Allemagne qu'on apporte icy dans de petits barils de ſapin, ou de beau noir de fumée de lampe, & qu'on le faſſe diſſoudre dans un peu d'eſprit de vin, on en peut faire un lavis avec un peu d'eau gommée, qui n'eſt pas moins beau que celui de l'encre de la Chine. On pourroit croire qu'à la Chine ils mêlent le noir de fumée avec celui qu'on fait avec des noïaux durs, comme ſont ceux de pêche brulés à feu couvert, & enſuite bien broïés ſur un marbre, car cette eſpece de noir tire ſur le bleu.

Comme nous parlons icy de la maniere de tirer des lignes, il ne ſera peut-être pas hors de propos de donner la conſtruction d'un inſtrument qui ſert à régler du papier de muſique ; on en régle une demie feuille d'un ſeul trait, & tout au moins une main ſans prendre d'encre.

Cet inſtrument, qu'on appelle *une Pate*, n'eſt qu'un cylindre de fer blanc ou de latton mince de 15. lignes environ de diametre, & auſſi long que le papier qu'on veut régler ; il eſt bouché par les deux bouts, & l'on diſpoſe ſur une ligne droite, ſuivant ſa longueur des petits bouts de tire-lignes, comme ſont ceux qui ſont faits de lames d'acier, leſquels s'ouvrent au dedans du cylindre auquel ils ſont ſoudés, ils ſortent hors du cylindre ou boëte d'environ 3. lignes, & leur largeur eſt parallele à celle des bouts de la boëte. Ils ſont diſpoſés de ſuite & dans l'ordre des régles d'un papier de muſique. On ſoude à ce cylindre un manche ou poignée diametralement oppoſé aux tire-

lignes, & perpendiculairement ſur le cylindre. Tout proche & à côté de ce manche on fait une petite ouverture à ce cylindre par où on l'emplit d'encre ordinaire à écrire & qui ſoit bien coulante. Cet encre ſe communique auſſitôt à tous les tire-lignes, & le trou ſert encore à donner vent à la boëte à meſure que l'encre en ſort. On applique le bout du cylindre contre une régle qu'on tient ferme au bord d'embas du papier, & en conduiſant ce tire-ligne composé au long de cette régle, tous les tire-lignes marquent les régles ſur la demie feuille ou ſur la feuille entiere étenduë ſur une table, mais à deux repriſes pour chaque demie feuille. Il n'y a pas plus de difficulté à tracer toutes ces régles à la fois avec cet inſtrument, qu'à tirer une ſeule ligne avec un ſeul tire-ligne.

Nous n'avons parlé juſqu'icy que du trait ou du contour du deſſein : mais comme on y met ordinairement des ombres & des clairs pour leur donner du relief quand on les finit ſur le papier, il faut en expliquer la maniere.

Il y a trois principales manieres de finir un deſſein. La premiere eſt en hachant avec le craïon comme ſont les eſtampes. La ſeconde en eſtompant ou frottant le craïon ſur le papier; & la troiſiéme en lavant avec le pinceau. On peut ſe ſervir de ces trois manieres differentes ſur du papier blanc ou ſur du papier teint de quelque couleur obſcure, comme gris ou bleu.

Si l'on haches toutes les ombres avec le craïon ſur le papier blanc, il faut être fort propre & bien menager le fond du papier qui doit ſervir pour les clairs; & bien plus en ſe ſervant de ſanguine que de pierre noire; car on ne peut pas effacer la ſanguine avec la mie de pain ſans faire des taches. Ce n'eſt pas tout-à-fait de même ſi le papier eſt brun; car la couleur du papier doit ſervir de demi-teinte, & l'on rehauſſe tous les jours avec le craïon blanc, de craie ou de paſtel blanc.

On ne finit pas ordinairement un dessein en le hachant avec la plume comme sont les estampes, si ce n'est quelques païsages, comme on en voit plusieurs dessinés de cette maniere par les plus grands maîtres.

Les desseins hachés à la sanguine sur le papier blanc ont une grande incommodité, car on n'oseroit les frotter tant soit peu sans qu'il y paroisse une tache jaunatre, & même ils se gâtent assés souvent dans un porte-feuille pour peu qu'on les manie & en touchant contre un autre papier, à moins qu'il ne soit bien lissé. On peut remedier en quelque façon à cet inconvenient, si aussi-tôt que le dessein est fini on mouille le derriere du papier avec de l'eau claire, & lorsque le papier est médiocrement humecté, on en met un autre aussi bien humecté sur le dessein, & qu'on les fasse passer ensemble sous la presse des imprimeurs en taille douce: car par ce moïen on cole la sanguine contre le papier, & l'on ôte toutes les petites parties de la pierre qui étoient sur les grains du papier, ensorte que le dessein n'est presque plus sujet à s'effacer. De plus on a une contre-épreuve du dessein sur l'autre papier, laquelle a encore assés de force & est fort tendre, car les hachures délicates des demi-teintes sont bien moins dures que dans le dessein. On ne peut pas faire la même chose d'un dessein haché à la pierre noire, car elle n'est pas grasse comme la sanguine, qui est une espece de bole.

Pour la seconde maniere qui se fait en *estompant*, ce qui n'est que frotter & adoucir ce qu'on a dessiné d'abord en hachant; si le papier est blanc, toutes les demi-teintes se font seulement avec l'estompe en frottant legerement, car elle est toûjours assés remplie de craïon pour faire ces teintes les plus délicates, & on doit menager le blanc du papier pour les clairs. On estompe avec la sanguine comme avec la pierre noire sur le papier blanc & gris: mais la sanguine estompée n'est pas si agréable à la vûë que la pierre

noire. Si le papier eſt gris on rehauſſe avec le blanc de craie, mais il ne peut pas s'eſtomper. On donne enfin de la force dans les plus grandes ombres, mais ſans eſtomper ou fort peu.

Les *Eſtompes* dont on ſe ſert ſont faites de pluſieurs manieres; mais les plus ordinaires ſe font avec un morceau de papier demi brouillard & aſſés épais qu'on déchire en ligne droite, & on le roule fort ſerré entre les doigts de la groſſeur qu'on veut pour en faire un eſpece de craïon. On le déchire afin que le bout du petit rouleau dont on ſe ſert ſoit mouſſe & ait comme du poil. On peut faire auſſi des eſtompes en fourrant dans un tuïau de plume un petit tampon de coton ou de linge doux que l'on fait ſortir un peu par le bout le plus menu de la plume. Mais pour les grands deſſeins on ſe ſert d'un petit paquet de linge doux & ſerré médiocrement. Dans les grands deſſeins eſtompés on ſe ſert ordinairement de pierre noire, & rarement de ſanguine.

On pourroit conjecturer que le mot d'*Eſtompe* vient de celui d'*Etoupe*, car le bout des eſtompes eſt à peu près fait comme un petit paquet d'étoupes, qui pourroit ſervir au lieu d'eſtompe.

Il y en a qui donnent de la force à leurs deſſeins faits à la ſanguine avec un peu de pierre noire, ſur tout s'ils n'ont pas de ſanguine brune. Il y en a auſſi qui font les chairs à la ſanguine, & les draperies avec la pierre noire, pour leur donner plus d'agrément par la diverſité des deux couleurs.

Pour ce qui eſt du *Lavis*, c'eſt une eſpece de peinture qui ſe fait avec l'eau & quelque teinture, & qui ſe couche avec le pinceau. Lorſque le tout eſt arrêté ſur le papier blanc ou ſur un papier legerement teint & qui ne boit point, ſoit avec le fuſin ou à la mine de plomb, on le repaſſe à la plume avec un peu d'encre de la Chine de

médiocre force ; & quand ce trait eſt ſec on couche les teintes foibles de lavis avec un pinceau, en adouciſſant toutes les parties qui le demandent avec un autre pinceau net & un peu mouillé. Et quand la premiere couche eſt ſeche, on en redonne une autre plus forte en faiſant de même, & enfin une troiſiéme & quatriéme s'il eſt néceſſaire.

Si on lave ſur le papier teint on pourra rehauſſer de blanc les parties les plus éclairées, en ſe ſervant d'un pinceau ; mais pour l'ordinaire on couche le blanc en hachant avec la pointe d'un pinceau délié, ce blanc peut être de la craie ou du blanc d'Eſpagne détrempé avec un peu d'eau de gomme arabique, & l'on y mêle un peu de blanc de ceruſe ou de plomb pour lui donner du corps : mais il ne faut pas ſe ſervir de blanc de plomb tout pur, car il noircit fort vite, quand même il ſeroit enfermé dans un portefeuille.

La plûpart des Peintres ne ſe ſervent pas d'encre de la Chine pour laver, car comme elle eſt d'un noir qui tire ſur le bleu, ils eſtiment cette couleur trop dure à la vûë, ils y mêlent au moins la moité de *Biſtre*, qui eſt une teinture qu'on tire de la ſuie de cheminée, en la laiſſant tremper quelque tems dans de l'eau & la paſſant au travers d'un linge, & les teintes les plus brunes ils les font avec le biſtre tout pur quand ils s'eſt un peu épaiſſi en ſechant, ce qui donne un œil beaucoup plus tendre à l'ouvrage.

Il y a encore des peintres qui aïant fini tout leur deſſein avec la pierre noire ſur le papier blanc ou teint, en hachant les ombres, paſſent par deſſus les hachures de l'eau avec le pinceau, en adouciſſant les endroits qui le demandent avec un pinceau net & un peu mouillé, cela rend l'ouvrage plus doux & à même tems fait attacher la pierre noire ſur le papier, enſorte qu'elle ne pourroit pas s'effacer facilement. Si c'eſt ſur le papier teint ils rehauſſent

ensuite avec le pinceau & le blanc ; mais quelques fois ils rehaussent seulement avec le craïon blanc en hachant.

Pour le lavis des plans on sert ordinairement d'encre de la Chine toute pure, & de quelques teintures qui conviennent aux choses qu'ils representent. Mais cela ne se pratique guerre que dans les plans des fortifications. Pour ces sortes de teintures on en parlera dans l'explication des couleurs.

Il y a encore une espece de dessein qui represente les couleurs naturelles, mais seulement avec des craïons de couleur qu'on appelle *Pastels*. Ces craïons de Pastel se font avec toutes sortes de couleurs, & l'on en fait differentes nuances ou teintes en mêlant les couleurs avec le plâtre broïé très-fin & mêlé d'un peu de ceruse ou de blanc de craie jusqu'au pastel blanc ou à la craie, comme nous avons dit cy-devant en parlant du blanc à rehausser; pour le noir on y emploïe la pierre noire. Les autres couleurs se peuvent emploïer pures en les reduisant en craïons, & celles qui n'ont pas assés de solidité, on leur en donne en mêlant un peu d'eau de gomme dans la pâte pour les former. On y mêle aussi quelques fois un peu d'eau de savon pour les rendre plus dous s'ils sont d'une nature seche. La sanguine y est fort bonne & peut servir en bien des rencontres, car on en trouve de differens rouges. On connoîtra facilement la composition & la nature de toutes ces couleurs dans la description de celles qui servent pour toutes sortes de peintures.

On mélange toutes ces couleurs sur le papier en les frottant d'abord legerement avec des estompes de cotton, car ces pastels doivent être de la consistance à peu près que la craie de Champagne médiocrement tendre; & l'on s'en sert ensuite sans les estomper ni frotter pour leur donner plus de force & de vivacité.

Comme toutes ces couleurs tiennent fort peu sur le pa-

pier, on est obligé de couvrir les dessein ou tableaux faits au pastel, d'une glace bien transparente & sans couleur, ce qui leur donne une espece de vernix, & rend les couleurs plus douces à la vûë. On ne fait ordinairement que des portraits de cette maniere, dont les couleurs ne peuvent jamais changer. Ce travail est commode en ce qu'on le quitte & on le reprend quand on veut sans aucun appareil, & on le retouche aussi & on le finit tant qu'on veut, car on peut effacer facilement les endroits dont on n'est pas entierement satisfait avec un peu de mie de pain.

Venons maintenant à la pratique de la peinture.

Des couleurs dont on se sert dans les differentes manieres de peindre.

COMME la plûpart des couleurs servent dans toutes les differentes manieres de peintures, on a trouvé à propos de donner une connoissance generale de toutes celles qu'on y emploie, en marquant l'usage qu'on en fait dans chaque peinture en particulier ausquelles sont propres; & l'on explique aussi d'où elles sont tirées & leur preparation. Les unes sont naturelles, comme les terres, les autres sont artificielles, qu'on tire des mineraux & des vegetaux; comme le blanc de plomb, le verd de gris ou verdet, le vermillon ou cinabre, & toutes les teintures des fruits & des plantes.

En Blanc.

Le blanc le plus commun est celui qu'on appelle Blanc d'Espagne ou de Rouen, qu'on trouve chés les Epiciers droguistes par gros pains. Ce n'est qu'une terre ou marne blanche qui se fond très-facilement dans l'eau, & pour la

purifier & lui ôter tout le gravier qui y est mêlé, on la fait fondre ou dissoudre dans de l'eau claire dans quelque vaisseau bien net, ce qui se fait très facilement sans aucune manipulation; & quand elle est dissoute avec beaucoup d'eau on la remuë bien, & on la laisse reposer un peu de tems pour faire que tout le gravier tombe au fond du vaisseau, & aussi-tôt on verse toute l'eau blanche dans des vaisseaux bien nets où on la laisse reposer jusqu'à ce que l'eau soit devenuë claire, & que tout le blanc soit tombé au fond du vaisseau. On ôte ensuite toute l'eau du vaisseau sans brouiller le fond, & enfin quand elle est presque seche on la forme en pains de quelle figure on veut, & on les laisse secher à clair. Ce blanc est d'un grand usage pour la détrempe : mais il ne peut pas servir à huile à cause qu'il n'a point de corps quand il y est mêlé. Le blanc qu'on appelle craie est à peu près de la même nature, à la reserve qu'elle est plus dure & qu'on s'en sert en quelques lieux pour batir, mais on peut la reduire comme la marne. Ce blanc s'appelle ordinairement *Blanc de Craie.*

Quand on veut se servir de blanc pour travailler, on le fait d'abord infuser dans un peu d'eau pour le reduire en pâte un peu liquide, & on y mêle ensuite la cole chaude pour travailler & pour la faire aussi liquide qu'il est necessaire. On est obligé de le faire infuser dans l'eau, car sans cela il ne se mêleroit que difficilement avec la cole.

Il y a encore un autre blanc fort commun qui n'est que du marbre blanc bien pulverisé, lequel ne sert que dans la peinture à fresque.

Le blanc de plomb est un fort beau blanc, & c'est le même que le blanc de ceruse. Dans les ouvrages à détrempe où il y a plusieurs teintes ou nuances à faire, on mêle le blanc de plomb avec le blanc de Rouen, car il a plus de corps & se travaille plus facilement. Mais pour la peinture à huile on n'emploïe que du blanc de plomb.

Le

Le blanc de plomb n'eſt autre choſe qu'une chaux de plomb, ou du plomb reduit en pierre blanche & dure par la vapeur du vinaigre. Pour le faire on prend des lames de plomb d'une ligne environ d'épaiſſeur, & on les place dans un pot de terre verniſſé, enſorte qu'elles ne ſe touchent pas l'une l'autre, ni le fond du pot, où l'on met un peu de vinaigre. Enſuite on bouche bien le pot avec ſon couvercle & toutes les jointures, & on l'enterre dans du fumier chaud. Au bout d'un mois environ on retire le pot & l'on trouve toutes les lames converties en pierre blanche dure & friable, ce qu'on appelle blanc de plomb en écaille. Il reſte quelques fois au milieu de ces écailles de petites feuilles de plomb qui ne ſont pas encore calcinées, & qu'il faut ſéparer du reſte comme inutiles dans le blanc.

Enſuite on broïe ces écailles ſur une pierre dure, comme porphyre, avec la molette & de l'eau claire, & le plus proprement qu'il eſt poſſible pour avoir de beau blanc; quelques fois ces écailles ſont couvertes d'une matiere griſe ou jaune qu'il faut ratiſſer avant que de les broïer, ce qui peut venir des lames de plomb qui n'étoient pas bien nettes par deſſus quand on les a enfermées dans le pot. Le blanc de plomb étant bien broïé à l'eau on le laiſſe bien ſecher, & on le peut garder tant qu'on veut. La Ceruſe ne doit être autre choſe que le blanc de plomb broïé, ſi elle eſt bien pure; mais elle peut être mêlangée avec une partie de blanc de Rouen ou de craie ſans qu'on puiſſe s'en appercevoir facilement, ſi ce n'eſt dans la ſuite du tems, après qu'elle a été emploïée à huile, car elle noircit. On peut pourtant reconnoître encore ſi elle eſt mêlangée quand elle eſt broiée à l'huile & que l'huile n'eſt pas vieille, car le blanc eſt gras, ce qui ne doit pas être, & ce qui vient de la craie. C'eſt pourquoi ceux qui veulent avoir de beau blanc de plomb pour la peinture à huile, doivent toûjours le faire broïer à l'eau quand il eſt en écaille.

Pour se servir du blanc de plomb broïé pour la détrempe, il le faut faire encore broïer un peu à l'eau, car il ne s'y infuse pas de lui même : mais pour l'huile il le faut faire bien broïer à huile.

Cette couleur est dangereuse à broïer, car on a remarqué que ceux qui y sont occupés ordinairement sont attaqués de coliques très violentes, & même fort souvent de paralysie de quelque partie du corps.

Du Jaune.

Il y a bien des especes de couleurs jaunes, la plus commune est celle qu'on appelle *Ocre jaune*. C'est une terre tendre assés vive en couleur, & qui s'infuse facilement dans l'eau. Il y en a de grasse, & d'autre sabloneuse, mais pour être bonne elle doit tenir le milieu. Pour les ouvrages grossiers à détrempe on l'emploïe sans être broïée ; mais pour les ouvrages délicats il la faut broïer. On la broïe toûjours à huile pour la peinture à huile ; mais il faut toûjours la broïer fort proprement, car sans cela elle perd de son éclat. Elle tient un milieu entre les jaunes clairs & les bruns.

On a un jaune clair qu'on appelle *Massicot*, il y en a de fort pâle & qui tire sur la couleur de citron, qu'on appelle *Massicot blanc*, & d'autre plus haut en couleur, qu'on appelle *Massicot doré*. Le Massicot blanc est d'un grand usage dans la peinture à détrempe & à huile, car il est très fin. Pour le Massicot jaune ou doré il est gros & fort difficile à emploïer ; il n'est pas trop bon pour l'huile, à cause qu'il devient gris en sechant. Ces Massicots ne sont autre chose qu'une cerruse poussée au feu, & ils sont d'autant plus hauts en couleur, qu'ils ont eu un feu plus violent.

Il y a un autre espece de jaune clair, qu'on appelle *Jaune de Naples*. Ce n'est qu'une terre sulphureuse recuite

par les feux souterrains ; elle est assés dure & tirant un peu sur le rouge ; mais quand elle est broïée à l'eau elle est de la même couleur que les Massicots ; mais elle est plus douce à emploïer, plus grasse, & a beaucoup plus de corps ; on la peut garder ainsi broïée tant qu'on veut, & on la détrempe facilement quand on veut s'en servir, soit avec la cole ou avec l'huile. On ne s'en sert guere à détrempe, à moins que ce ne soit dans de petits ouvrages, à cause qu'elle est rare, sur tout en France ; & à l'huile c'est une excellente couleur. Elle se trouve ordinairement aux environs de Naples, ce qui lui a donné le nom qu'elle porte.

L'*Orpein* ou *Orpiment* calciné ou sublimé fait une très belle couleur d'un jaune orangé. On ne s'en sert gueres dans la peinture, à cause que c'est une matiere arsenicale & dangereuse. On n'a point à huile de jaune orangé qui approche de celui-là : mais on ne sçauroit le faire secher qu'avec un très fort secatif.

Entre les Jaunes bruns il y en a un qu'on appelle *Ocre de Ru*. C'est une terre particuliere qui est tendre & qui s'infuse facilement dans l'eau, elle est excellente pour la détrempe, mais il faut la broïer à l'eau pour la rendre plus fine dans les petits ouvrages. Sa couleur est fort douce à la vûë. Si on la fait rougir au feu elle devient d'un jaune plus rouge & plus brun : mais on ne s'en sert gueres à huile, cependant elle peut y servir en plusieurs occasions.

Les *Stils de grain* sont aussi des Jaunes d'un grand usage, tant dans la peinture à détrempe qu'à huile, & sur tout dans les païsages, car c'est un jaune qui tire un peu sur le verd. Ce n'est qu'un blanc de Rouen ou craie teinte avec la teinture de graine d'Avignon, on y mêle aussi un peu de ceruse pour lui donner du corps. Plus la teinture est forte, ou plus le blanc est teint de fois & à plusieurs reprises, en le laissant secher entre deux, plus le stil de grain

est brun. Il est assés tendre quand il est clair, & il peut s'infuser dans l'eau pour la détrempe, mais il est beaucoup plus dur étant brun, & alors il le faut broïer: mais pour la peinture à huile il faut broïer le clair & le brun. Nous parlerons ensuite de la graine d'Avignon.

La terre d'Ombre est une espece de jaune brun, mais qui tire beaucoup sur le gris. On lui donne un œil un peu plus rougeâtre, & on la rend plus brune si on la fait rougir au feu. Il faut la broïer tant pour la détrempe que pour l'huile, car elle ne s'infuse pas dans l'eau, quand même elle ne seroit pas brulée. Le feu la rend bien plus dure qu'elle n'est dans son état naturel.

Pour les teintures jaunes qui servent dans la détrempe & dans la miniature, on a *la graine d'Avignon*, qui est la graine d'un arbrisseau qui vient en abondance aux environs d'Avignon; c'est une petite graine grise que l'on fait bouillir dans l'eau avec un peu d'alun, & l'on en tire une belle teinture d'un jaune citron.

Le Safran infusé dans l'eau donne aussi une très belle teinture jaune, & qui tire sur l'oranger quand il y a peu d'eau.

La Gomme Gutte, qui est la gomme, à ce qu'on dit, d'un grand arbre qui croît dans l'Inde, donne aussi une teinture d'un beau jaune en se fondant entierement dans l'eau, & le jaune en est plus brun & orangé quand il y a peu d'eau.

Enfin *la Pierre de Fiel* donne une teinture d'un jaune brun en se fondant dans l'eau. C'est une pierre qu'on trouve communement dans le fiel des bœufs.

Du Rouge.

Le Rouge le plus commun est appellé *brun Rouge*. C'est une terre qui est de la même qualité que l'ocre jaune. On

en fait d'artificiel en faisant bruler ou rougir au feu l'ocre jaune ; mais il n'a jamais un œil aussi vif que le beau brun rouge naturel ; & l'ocre jaune qui étoit tendre devient fort dure au feu, & principalement si elle étoit d'une nature grasse, & l'on ne peut pas s'en servir sans le broïer : & le plus tendre qui peut s'infuser dans l'eau pour la détrempe grossiere, doit être broïé pour les ouvrages délicats à détrempe, & toûjours broïé à l'huile pour la peinture à huile. C'est une fort bonne couleur & qui tient un milieu entre l'oranger & le rouge pourpre.

Le rouge clair qui tire sur l'oranger s'appelle *Mine de Plomb* ou *Minium*. C'est un fort beau rouge & fort vif, & il est excellent pour la détrempe, mais on ne s'en sert point à huille : il faut toûjours le broïer pour s'en servir. Cette couleur n'est qu'une calcination à grand feu de la mine de plomb. Quoique l'on ne se serve pas de la mine pour les tableaux à huile, elle est pourtant très utiles dans les impressions d'ocre jaune ou de brun rouge à huile pour les faire secher en y en mêlant un peu.

Le Vermillon ou *Cinabre* est un rouge de couleur de feu très vif. Il y en a de deux sortes, de naturel & d'artificiel ; le naturel est rare ; mais l'artificiel est au moins aussi beau & fort commun. Il n'est pas propre pour la détrempe, car il devient violet un peu sale, mais à l'huile il est fort beau & a beaucoup de corps. Le naturel se trouve dans les mines de mercure ; & l'artificiel se fait en mêlant du mercure avec du souffre, & faisant sublimer le mêlange on trouve au haut du vaisseau une masse dure par longues aiguilles tirant un peu sur le violet brun. Il faut la broïer avec du vinaigre ou de l'urine, & on la reduit en poudre fort vive en couleur, laquelle se garde tant qu'on veut, & qui se détrempe facilement à l'huile sans changer de couleur, ou avec la cole si l'on veut s'en servir à détrempe, ou avec la gomme Arabique fonduë pour la miniature.

Pour le rouge brun on a une terre d'un rouge foncé qui tire sur le pourpre & qui n'est pas vif en couleur. On l'appelle communement *Brun rouge d'Angleterre*. Il est bon pour la détrempe : mais il ne change pas de couleur étant mêlé à l'huile, & il n'est pas propre dans cette sorte de peinture. C'est aussi une espece de potée qui sert à polir les métaux durs & le verre étant preparé en poudre très fine.

La Lacque est le rouge brun qui est le plus en usage, tant dans la peinture à détrempe que dans celle à l'huile; elle tire sur le pourpre & c'est une couleur artificielle. Il y en a de commune & de fine. La commune n'est qu'un blanc de Rouen ou de craie imbibé à plusieurs reprises de la teinture du bois de Bresil, dont nous parlerons ensuite.

La Laque fine se fait de plusieurs manieres, mais voicy une des meilleures & des plus simples. On fait fondre de belle bourre ou tonture de drap d'écarlate fine dans une lexive de fonte bien filtrée, ce qui donne une belle teinture rouge, laquelle étant passée dans un linge ou tamis fin, on en imbibe de beau blanc de Rouen ou de craie bien fine à plusieurs reprises, en le laissant secher à chaque fois pour lui donner une couleur plus foncée. Il faut remarquer que pour toute cette operation il ne faut se servir que de vaisseaux d'étain. On peu encore ajoûter à cette bourre le marc & la liqueur qui reste après avoir tiré le carmin de la cochenille par la méthode que nous allons donner.

La Laque est fort bonne à détrempe, & elle a beaucoup d'éclat à la lumiere de la chandelle ; mais comme on ne se sert gueres que de la commune, qui est assés pâle, on lui donne de la force avec une teinture de bois de Bresil, dont nous parlerons. La Laque devient fort brune avec l'huile, & sur tout celle qui est fine. Mais il la faut toûjours bien broïer pour toutes sortes de peintures.

Le Carmin est une espece de laque très fine & fort belle, mais il est rare & fort cher : c'est pourquoi on ne s'en sert gueres que dans la miniature ou dans quelques enluminures, car on le peut glacer sur le blanc, à cause qu'il n'a pas beaucoup de corps, non-plus que toutes les laques.

Pour faire le Carmin. Prenés 5. gros de Cochenille, 36. grains de graines de Chouan, 18. grains d'écorce de Raucour, & 18. grains d'Alun de Roche ; pulverisés chacun à part dans un mortier bien net. Puis faites bouillir 2½ pintes d'eau de riviere ou de pluie bien claire & nette dans un vaisseau d'étain bien net, & pendant qu'elle bout vous y verserés le Choüan & le laisserés bouillir trois bouillons en remuant toûjours avec une spatule de bois, & passerés promptement par un linge blanc. Remettés cette eau passée dans le vaisseau bien lavé & la faites bouillir, & quand elle commencera à bouillir vous y mettrés la Cochenille & laisserés bouillir trois bouillons, puis vous y mettrés le Raucour & le laisserés bouillir un bouillon, & enfin vous y verserés l'Alun, & vous ôterés à même tems le vaisseau de dessus le feu, & vous passerés promptement toute la liqueur dans un plat de faïance ou de porcelaine bien net & sans presser le linge. Laissés ensuite reposer la liqueur rouge pendant 7. ou 8. jours, puis vous verserés doucement le clair qui surnage, & laisserés secher le fond ou féces au soleil ou dans une étuve, que vous ôterés ensuite avec une brosse ou plume, & c'est le Carmin qui est une poudre très-fine & très-belle en couleur.

On remarquera que dans un tems froid on ne peut pas faire le Carmin, car il ne se precipite pas au fond de la liqueur, & elle devient en espece de gelée & se corrompt.

La Cochenille qui reste dans le linge après avoir passé la liqueur, peut être remise au feu dans de nouvelle eau bouillante pour en avoir un second Carmin; mais il ne

sera pas si beau ni en si grande quantité que le premier.

Enfin la Cochenille qui reste dans le linge, & la liqueur rouge qui surnage au Carmin, peut se mêler avec la teinture de bourre d'écarlate pour en faire la laque fine, comme on a dit cy-devant.

On tire de la graine d'écarlate, qui est une gale de la grosseur d'un petit pois qui vient à des arbrisseaux en Languedoc & en Provence, appellée *Ilex cocci glandifera*, une belle teinture rouge qui peut servir à faire de la laque. Mais pour la détrempe on ne se sert que de la teinture de Bresil pour glacer & pour donner de la force.

Pour avoir cette teinture forte du bois de Bresil, on le fait bouillir dans un pot neuf & vernissé avec un peu d'alun & de chaux avec de la cole de cuir blanc, ce qui soûtient la teinture; car sans cela elle se ramasse en bouillant long-tems par petits pelottons en forme de bourre, & l'on ne sçauroit s'en servir. Et si l'on mêle dans la teinture un peu de cendre de bois on la change en teinture violette.

Le Raucou donne une belle teinture rouge, mais elle se passe promptement à l'air, & l'on s'en sert peu dans la peinture à détrempe.

Du Bleu.

L'Azur à poudrer & l'Email est le bleu le plus commun; c'est une poudre d'une couleur très-vive, & ils ne sont differens qu'en ce que l'azur a le grain bien plus gros que l'émail, car c'est la même matiere. Plus le grain de l'émail est gros, & plus la couleur est vive & tire un peu sur le violet comme l'azur, mais l'émail est d'un plus beau bleu celeste. Le grain de l'azur à poudrer est si gros qu'on ne peut l'emploïer que très-difficilement, & seulement à détrempe

détrempe ou à fresque, ou pour mettre dans l'empois ou amidon avec lequel il se lie fort bien. On l'appelle *Azur à poudrer*, parce que pour faire un beau fond d'un bleu Turquin, on le poudre sur un blanc à l'huile couché médiocrement épais & le plus gras qu'on peut; on l'y étend aussi-tôt avec une plume, mais il faut l'avoir bien fait secher auparavant sur un papier au dessus du feu; on y en met assés épais, & on l'y laisse jusqu'à ce que le fond soit bien sec, & ainsi le blanc en prend autant qu'il peut. Ensuite on le secouë & on en ôte tout ce qui ne tient pas au blanc en le frottant legerement avec une plume ou une brosse douce. C'est une couleur très-vive & qui dure fort long-tems, quoiqu'elle soit exposée à l'air & à la pluie.

L'émail qui est la même matiere & qui est seulement plus fine, est d'autant plus pâle qu'il est plus fin, c'est une poudre qui sert dans la détrempe & à fresque: mais on ne s'en sert gueres à huile parce qu'il noircit, à moins qu'il ne soit mêlé avec beaucoup de blanc. Cette couleur n'est qu'un verre coloré avec le Zafre étant fondus ensemble & ensuite reduit en poudre.

Les cendres Bleuës sont d'un très-grand usage dans la peinture à détrempe, & il y en a qui sont très-vives en couleur, mais à l'huile elles noircissent & deviennent verdâtres, car elles tiennent de la nature du vert de gris: & de plus quand on les met à l'huile elles ne paroissent pas plus brunes ou foncées en couleur. On les trouve en pierre tendre dans les lieux où il y a des mines de Cuivre ou de Rosette, & l'on ne fait que les broïer à l'eau pour les reduire en poudre fine.

Cette espece de bleu est très-avantageux pour la peinture à détrempe, qu'on ne voit qu'à la lumiere de la chandelle, comme sont les décorations des Théatres: car quoi qu'on y mêle beaucoup de blanc, il ne laisse pas de paroître fort beau; il tire pourtant un peu sur le vert: tout au

contraire de l'émail, qui eſt fort vif au jour, & qui paroît gris à la chandelle.

Enfin le plus beau & le plus précieux de tous les bleus eſt celui qu'on appelle *Outremer*. On ne s'en ſert ordinairement que dans la peinture à huile & dans la miniature. Il eſt fait avec le *Lapis Laſuli*, qui eſt une eſpece de pierre rare & précieuſe, & qui nous vient de Perſe & d'Armenie. Cette pierre eſt fort dure & eſt ordinairement fort remplie de veines de marbre blanc & d'une marcaſſite cuivreuſe. Voici la maniere de le purifier & de le reduire en poudre très-fine, ce qu'on appelle *Outremer*.

On fait d'abord rougir au feu le Lapis Lazuli, & on l'éteint dans du vinaigre, & l'on repete cette operation pluſieurs fois pour rendre la pierre plus tendre à être broïée. Le feu ne lui fait rien perdre de la vivacité de ſa couleur. On le broïe enſuite à l'eau ſur le porphyre ou ſur quelque pierre fort dure, & on le laiſſe bien ſecher. Après cela on fait une compoſition qu'on appelle *Ciment* avec de l'huile de noix ou de lin, de la poix graſſe & de la cire qu'on fait bien fondre enſemble, & l'on y incorpore la poudre du Lapis en mêlant bien le tout ſur le feu. Enſuite le ciment étant refroidi on le met en maſſe dans une legere leſſive de ſoute bien filtrée dans quelque grand baſſin de faïence, & il faut qu'il y ait beaucoup de leſſive par rapport au ciment. Enfin on petrit à froid la maſſe du ciment dans la leſſive juſqu'à ce qu'elle devienne médiocrement colorée de bleu, alors on la verſe dans un autre vaiſſeau de faïence que l'on couvre bien de peur de la pouſſiere, & on la laiſſe repoſer juſqu'à ce que tout l'outremer ſoit tombé au fond du vaiſſeau, & que la leſſive ſoit claire, laquelle on ôte enſuite entierement ſans brouiller l'outremer qui eſt au fond qu'on laiſſe bien ſecher, après quoi on l'ôte avec une plume ou une broſſe pour le garder en poudre.

Auſſi-tôt que le ciment eſt retiré de la premiere leſſive

on le remet dans de nouvelle, & l'on fait comme la premiere fois pour en tirer l'outremer, ce qu'on continuë de faire autant de fois qu'on juge à propos ou à proportion que la lessive s'éteint : car il faut remarquer que l'outremer qui vient de la premiere operation est le plus beau & le plus haut en couleur qu'on puisse tirer du Lapis qu'on a emploïé ; celui de la seconde est plus gris, & enfin celui des dernieres devient si gris qu'il n'est pas d'usage ou très peu, & de plus il n'a pas de corps, car ce n'est quasi que le marbre qui étoit dans le Lapis. On conserve ces differens outremers chacun à part, & l'on remarquera encore que le plus beau est toûjours plus gros que le moindre. On en connoît la finesse en en mettant un peu entre les dents.

Le grand prix de cette couleur fait qu'on le falsifie quelques fois, mais il est facile de le reconnoître si l'on met l'outremer sur le feu dans un petit creuset ; car s'il est pur il ne doit pas changer de couleur, ce qu'on connoîtra par la comparaison de celui qui n'a pas été au feu, & s'il est falsifié il devient noirâtre ou plus pâle, suivant ce qu'on y aura mêlé. Pour le bas outremer on pourroit y mêler de bel émail sans qu'on pût le reconnoître par l'épreuve du feu, car l'émail ne change pas au feu : mais si on le détrempe à huile on trouvera qu'il aura peu de corps par rapport à sa vivacité, car l'émail n'en a que fort peu à l'huile.

On trouve quelques fois des cendres bleuës qui paroissent aussi belles que de l'outremer ; mais on connoît facilement que ce ne sont que des cendres si on les mêle avec un peu d'huile, car elles ne deviennent gueres plus brunes qu'elles étoient auparavant, au contraire de l'outremer qui devient fort brun, & au feu elles deviennent noires.

On a encore un bleu brun qu'on appelle *Inde & Indigo*. L'inde est plus claire & bien plus vive que l'indigo, ce qui vient seulement du choix de la matiere dont on les

fait, car au fond c'est la même. C'est une fécule d'une plante appellée *Anil*. On en fait tremper les feuilles dans l'eau pendant deux jours environ, ensuite on sépare l'eau qui a une legere teinture de bleu verdâtre. On bat cette eau avec des palettes de bois durant deux heures, & quand elle mousse on cesse de battre, & l'on y jette un peu d'huile d'olive en aspergeant; on voit aussi-tôt la matiere de l'inde qui se sépare de l'eau par petits grumeaux comme quand le lait se tourne, & l'eau étant bien reposée elle devient claire, & l'inde se trouve au fond comme de la lie, qu'on ramasse après avoir ôté l'eau & qu'on fait secher au soleil. L'inde se fait avec les jeunes feuilles & les plus belles, & l'indigo avec le reste de la plante. Cette plante croît dans les Indes Orientales & Occidentales, L'inde est ordinairement par petites tablettes de 2. à 3. lignes d'épaisseur & d'un bleu assés beau; mais l'indigo est par morceaux irreguliers d'un bleu brun tirant sur le violet. Cette couleur est excellente pour la peinture à détrempe, tant pour le brun des bleus que des verts, en y mêlant pour le vert de la teinture de graine d'Avignon ou du vert de vescie. On pourroit se servir de l'inde à huile, & elle a beaucoup de corps avec le blanc: mais elle se décharge en sechant & perd la plus grande partie de sa force; c'est pourquoi on n'en use pas à moins que ce ne soit pour faire quelques draperies qu'on glace d'outremer par dessus. Nous expliquerons dans la suite ce que c'est que glacer les couleurs, & comment cela se fait.

On a une teinture bleuë qui peut être de quelque usage dans la peinture à détrempe & dans l'enluminure, qu'on appelle *Tournesol*. Le Tournesol est une pâte qu'on forme ordinairement en pains quarrés avec le fruit d'une plante qu'on appelle aussi *Tournesol* ou *Heliotropium Tricoccon*. Cette plante croît en France. Et lorsqu'on veut se servir du Tournesol on met tremper cette pâte dans

l'eau, qui doit donner une assés belle teinture bleuë : mais il arrive assés souvent que la teinture du Tournesol est rouge, ce qui lui arrive par quelque mêlange d'acide, & on lui redonne sa couleur bleuë en y mêlant de l'eau de chaux.

Du Vert.

Pour le vert on a des Terres qu'on appelle *Terres vertes* & qui sont d'une assés belle couleur; on ne s'en sert point dans la peinture à détrempe, mais seulement dans la peinture à fresque & à l'huile. Il y en a de deux sortes; la terre verte commune est une espece de terre grasse qui ne se dissout pas facilement à l'eau, & qu'il faut broïer pour l'emploïer; elle est d'un vert assés pâle. L'autre terre verte est un marbre tendre qu'on trouve aux environs de Veronne, ce qui lui a fait donner le nom de *Terre verte de Veronne*; elle est fort dure, & pour la broïer facilement à l'huile on la broïe auparavant à l'eau. Cette terre verte est fort estimée & assés rare, elle est d'un beau vert brun, & elle a beaucoup de corps, ce que n'a pas la commune. C'est une couleur excellente pour les Païsages à l'huile.

Le vert de Montagne ou vert de terre est un très-beau vert clair, qui tire sur le bleu. C'est une couleur qui est fort en usage dans la détrempe & à fresque, mais on ne s'en sert pas dans les tableaux à l'huile à cause qu'il noircit; on s'en sert seulement avec l'huile pour l'impression des treillages & autres ouvrages de cette nature. C'est une terre qui tient de la nature du vert de gris, & par consequent du cuivre. Il est ordinairement en poudre : cependant il faut le broïer pour l'emploïer.

Les cendres vertes sont un vert de la même nature que le vert de montagne, & peut-être ce n'est que ce vert bien broïé à l'eau & reduit en poudre fine.

On compose fort souvent le vert dans toutes les peintures avec quelque bleu & quelque jaune.

Le vert de gris n'est qu'un Cuivre rouge ou Rosette consumé à la vapeur du vinaigre comme on fait le blanc de plomb, ou par les acides du marc des raisins dont on envelope le cuivre : mais cette couleur n'est pas fort en usage dans la peinture à détrempe, & encore moins dans la peinture à huile : car quoiqu'elle paroisse d'abord fort belle étant glacée sur des fonds blancs, elle ne dure pas & elle devient noire peu de tems après. Le vert de gris est un grand secatif pour les couleurs à l'huile qui ne sechent pas ; mais on n'en mêle que dans les noirs tout purs qui ne peuvent pas secher, & pour peu qu'il y en ait ils sechent fort promptement. On s'en sert ordinairement dans les impressions faites avec le noir de fumée.

On tire du vert de gris une teinture d'un fort beau vert qui tire sur le bleu, & qui noircit un peu dans la suite ; mais il prend un œil plus jaune auparavant. On se sert de cette teinture dans quelques enluminures, & principalement dans le lavis coloré des plans, pour représenter de la couleur d'eau.

Pour tirer cette teinture on pulverise de beau vert de gris, qu'on fait infuser dans de l'eau chaude avec un peu de tartre, en le remuant souvent pour le faire dissoudre. Ensuite on laisse reposer le tout pendant quelque tems, & la teinture nage au dessus d'une espece de lie que l'on sépare sans les mêler.

On a encore une autre teinture verte qu'on appelle *Vert de Vessie*, à cause qu'on le met dans des vessies. Ce n'est qu'un suc épaissi tiré du fruit du *Noirprun*, qu'on appelle en latin *Rhamnus Catarticus* ; on laisse bien secher ce suc dans les vessies en l'exposant à l'air de peur qu'il ne se corompe en moisissant, & qu'il perde sa couleur.

Pour se servir de ce vert, qui est d'un grand usage dans

là peinture à détrempe, & ſurtout dans les bruns, on le détrempe ſeulement avec de l'eau en l'y laiſſant infuſer. On l'emploïe aſſés épais quand on veut faire des ombres fortes ; il eſt auſſi fort bon pour glacer, & il porte ſa cole ou ſa gomme avec lui.

Enfin on a pour la détrempe fine & pour la miniature une autre très-belle teinture verte, mais qui eſt plus rare que la précédente, on l'appelle *Vert d'Iris*. C'eſt un vert brun & qui peut auſſi ſe glacer comme le vert de veſſie : mais il eſt bien plus beau.

Pour faire ce vert on prend les feuilles des fleurs d'Iris violet qu'on épluche fort proprement, en ne conſervant que la partie violette. On les met à la cave dans quelque vaiſſeau de faïence ou de terre vernifſée & bien couvert juſqu'à ce qu'elles ſoient comme pouries ; alors la teinture qu'elles donnent eſt violette ; mais en y mêlant un peu d'eau de chaux elle devient d'un fort beau vert ; on la paſſe enſuite dans un linge, & on la verſe dans des coquilles de mer pour la faire ſecher au ſoleil ; c'eſt pourquoi on trouve ordinairement ce vert dans des coquilles, où il n'y en paroît que fort peu : mais il a beaucoup de corps. On s'en ſert dans les petits ouvrages, comme du vert de veſſie dans les grands ouvrages à détrempe : car il ſe fond avec l'eau & porte ſa gomme.

Du Noir.

Pour les noirs il y en a une grande quantité, mais ils ne ſont pas tous propres pour toutes ſortes de peintures. Toutes les terres & pierres noires peuvent ſervir pour la détrempe & la freſque, mais on ne s'en ſert point à huile : encore pour la détrempe on ne ſe ſert gueres que du noir de fumée, qui y eſt fort commode, parce qu'il a beaucoup de corps : mais on ne doit pas s'en ſervir dans les Tableaux

à l'huile, car pour peu qu'on en mêle dans les autres couleurs il les fait noircir, & même si l'on peint par dessus quelque couleur où il y en ait, quoiqu'elle soit bien seche, ce noir ne laisse pas de penetrer celle de dessus & la gâte; aussi on ne s'en sert que dans les impressions noires à huile.

Tous les charbons de bois peuvent s'emploïer dans la peinture à l'huile, mais on choisit ordinairement ceux qui sont faits de bois très durs, comme ceux des noïaux de pêche ou d'abricot; je crois qu'on pourroit aussi y emploïer celui du cocos s'il étoit commun, car ce charbon a plus de corps. Ces noirs tirent un peu sur le bleu, ce qu'on connoît en y mêlant du blanc. Il faut le broïer d'abord sur la pierre avec de l'eau, & lorsqu'il est sec on le garde tant qu'on veut, & il se détrempe très facilement avec l'huile toutes les fois qu'on en a affaire.

Il y a un autre noir qu'on appelle *Noir d'os ou d'yvoire.* Ce noir est d'un très-grand usage, seulement dans la peinture à huile. Il se fait avec de l'yvoire ou avec des os très solides qu'on fait bruler à feu couvers, ou dans un creuset, pour les reduire seulement en charbon & non-pas les calciner: car après qu'ils sont brulés s'il s'y trouve quelque partie blanche ou grise, il la faut ratisser & rejetter. Comme ces os sont encore très durs, quoiqu'ils soient bien brulés, on les broïe d'abord à l'eau, parce que tous les corps durs se broïent bien plus facilement à l'eau qu'à huile, & quand l'eau est bien sechée & évaporée on les broïe facilement à huile. On les peut aussi garder tant qu'on veut étant broïés à l'eau, & les broïer à huile quand on en a affaire. Ce noir est d'une couleur roussâtre & fort doux à la vûë étant mêlé avec le blanc & avec des couleurs claires & même glacé.

Quelques Peintres se servent d'un noir particulier pour retoucher leurs tableaux à huile, & pour donner beaucoup de

de force dans les bruns. Cette couleur n'est que le bitume de Judée, qu'on appelle *Asphaltum*, & eux l'appellent *Spalte*. Il se fond facilement dans l'huile sur le feu étant un peu écrasé. Il est d'un noir roussâtre tirant sur le minime, & comme il se glace facilement, il est fort doux à la vûë, & fort commode pour l'usage auquel ils l'emploïent: mais il ne seche jamais sans un fort secatif; c'est pourquoi quand on en a preparé il se conserve pendant plusieurs années pour s'en servir quand on veut, en y mettant un secatif.

On se sert à détrempe d'une teinture brune qui fait le même effet que le Spalte à huile. On l'appelle *Fulverin*. On la glace aussi sur toutes sortes de couleurs brunes pour leur donner plus de force. Ce Fulverin se trouve chés les Teinturiers en écarlate, & ce n'est que l'urine dans laquelle ils lavent d'abord les draps qui sont teints en écarlate.

Entre toutes les couleurs il y en a plusieurs qu'on est obligé de broïer quand on s'en veut servir, soit à détrempe ou à huile; celles pour la détrempe, qui sont broïées avec l'eau, il les faut conserver avec un peu d'eau par dessus pour empêcher qu'elles ne se sechent, car elles redeviendroient aussi dures qu'elles étoient auparavant: mais pour celles qui servent pour la miniature, qu'on emploïe avec la gomme Arabique, on y mêle un peu d'eau gommée quand elles sont broïées, & si elles se sechent, il suffit d'y mettre un peu d'eau, laquelle faisant fondre la gomme dissout aussi la couleur qui y est mêlée, & on la mêle seulement un peu avec le bout du doigt. Mais pour conserver celles qui sont broïées à huile, & qui se sechent facilement, ou qui deviennent si grasses qu'on ne peut s'en servir quelque tems après qu'elles sont broïées, on les enferme dans des morceaux de vessie de porc ou dans des boïaux de quelques animaux, où elles se conservent fort long-tems

ſans ſe gâter ; & lorſqu'on s'en veut ſervir on pique la veſſie, & en la preſſant un peu on en fait ſortir autant qu'on a affaire.

Pour toutes les couleurs qui étant broïées à l'eau ne ſe durciſſent pas en ſe ſechant, on les conſerve en cet état, & on les détrempe à la cole ou à l'huile quand on s'en veut ſervir, comme je l'ay marqué cy-devant.

De la maniere de glacer les Couleurs.

EN parlant de la nature des couleurs & de leurs uſages, j'ay remarqué qu'il y en avoit pluſieurs qu'on pouvoit glacer. Voici comment cela ſe fait.

Premierement il faut ſçavoir qu'il n'y a que les couleurs qui ſont des teintures ou qui ont peu de corps, qui peuvent ſe glacer ; car une couleur glacée n'eſt autre choſe qu'une couleur qui laiſſe voir au travers le fond ſur lequel elle eſt couchée. On glace ſur les bruns pour leur donner plus de force, & ſur les couleurs claires & blanches pour faire une couleur très vive & éclatante, & qui l'eſt toûjours beaucoup plus que ſi la même couleur étoit peinte à l'ordinaire avec toutes ſes teintes differentes.

On glace à détrempe ſeulement avec les teintures qu'il faut coucher le plus également & uniment qu'il eſt poſſible avec une broſſe ou pinceau qui ne ſoit pas rude, & il faut le faire fort promptement de peur de détremper le fond ſur lequel on glace ; il faut auſſi que ce fond ne puiſſe pas boire la couleur avec laquelle on glace, car ſans cela il s'y fait des taches, comme il arrive au papier qui n'eſt pas aſſés colé ni lavé avec l'eau d'alun quand on lave deſſus. C'eſt pourquoi quand on veut glacer quelque choſe à détrempe il faut l'*encoler* auparavant. On encole un ouvrage peint à détrempe en paſſant legerement par deſſus une couche de cole claire & nette, & médiocrement

forte, & quand la cole eſt ſeche on glace par deſſus.

Pour les ouvrages à huile qu'on veut glacer pour leur donner beaucoup d'éclat, ce qui ſe fait ordinairement aux draperies avec le bel outremer ou la belle laque, on peint le deſſous fort clair, & l'on va même jusqu'au blanc tout pur pour les plus grands rehauts, & pour les bruns on les peint à l'ordinaire. Mais on doit remarquer qu'il faut que les couleurs du fond ſoient fort fines ou bien broïées; & de plus, auſſi-tôt qu'on a peint ce fond, & quand il eſt encore tout frais, il faut y paſſer legerement en tous ſens la broſſe de Blereau à adoucir, afin que le fond qui doit être glacé ſoit bien uni; car ſans cela la couleur qu'on glace par deſſus ne pourroit pas ſe coucher bien uniment, & ſeroit plus épaiſſe dans tous les petits ſillons qui ſe font avec le pinceau, ce qui ne ſeroit pas propre & feroit un mauvais effet à la vûë. On ne glace point à huile ſur un fond qui n'eſt pas bien ſec. Il y en a qui verniſſent le fond ſur lequel ils veulent glacer avec le vernix ordinaire des tableaux pour le rendre plus uni, & quand le vernix eſt ſec ils glacent par deſſus; mais le vernix gâte toûjours un peu la couleur: cependant il faut vernir ſi le fond eſt bien embu. Il faut que la couleur avec laquelle on glace ſoit fine pour ſe bien étendre & ſe coucher également & uniment avec un pinceau de poil doux & fin, & qu'elle ſoit aſſés claire d'huile.

Des Outils neceſſaires à un Peintre.

NOUS avons dit en parlant des couleurs qu'il les falloit broïer ſur le porphyre ou ſur la pierre. Le porphyre eſt la pierre la plus dure que nous aïons, & qui par conſequent eſt la plus propre pour broïer les couleurs; car les pierres qui ſont tendres s'uſent en broïant & ſe mêlent avec les couleurs, ce qui en ternit l'éclat ſi ce ſont des

couleurs vives. Mais il n'eſt pas aiſé de recouvrer une tranche de porphyre bien droite & unie & de grandeur raiſonnable pour broïer commodement; c'eſt pourquoi à ſon défaut on peut ſe ſervir de granit d'Orient, qui eſt auſſi fort dur, & même d'une écaille de mer, qui eſt fort dure quand elle eſt de la bonne qualité. Les griſes ſont ordinairement plus dures que les rouges. L'écaille de mer a un avantage par deſſus le porphyre, à cauſe qu'elle a le grain plus rude; c'eſt pourquoi on y broïe les couleurs plus fines & plus promptement. Les *Molettes* qui ſervent à broïer doivent être auſſi fort dures & de la même pierre ou d'un autre; on en a auſſi quelques fois de grès fort dur, lequel étant imbibé d'huile eſt de bon uſage.

Il faut encore une *Amaſſette* de corne mince, laquelle ſert à enlever la couleur qui eſt broïée ſur la pierre. Il faut de plus avoir un couteau mince & ploïant pour ôter la couleur qui s'amaſſe autour de la molette en broïant & pour la remettre ſous la molette, il ſert auſſi pour ôter celle qui eſt ſur l'amaſſette, & pour d'autres uſages dont on parlera enſuite. Il ne faut pas ramaſſer avec le couteau les couleurs qui ſont broïées ſur la pierre, car ces ſortes de pierres uſent l'acier du couteau, qui ſe mêlant avec les couleurs les gâtent, ſur tout ſi les couleurs ſont un peu ſabloneuſes; c'eſt pourquoi on ne manie ces ſortes de couleurs avec le couteau que le moins qu'il eſt poſſible.

Si l'on broïe des couleurs à l'eau, il faut enſuite bien laver la pierre avec l'eau; mais quelques fois on ne peut pas emporter toute la couleur qui s'eſt engagée dans les inégalités de la pierre, & il faut encore y paſſer un peu de ſablon avec l'eau en le broïant avec la molette, ce qu'on appelle écurer la pierre; mais principalement ſi l'on a broïé une couleur qui ait beaucoup de corps, & qu'on veuille enſuite en broïer une autre qui ſoit fort differente, comme du jaune après du bleu ou du noir. Pour broïer à

l'eau on met assés d'eau avec la couleur pour broïer plus facilement, & cette eau se seche ensuite quand la couleur est broïée.

On broïe les couleurs à l'huile de la même maniere qu'à l'eau : mais on n'y met qu'autant d'huile qu'il est nécessaire pour donner une bonne consistance à la couleur qui ne doit être ni trop épaisse ni trop liquide. Ensuite pour nettoïer la pierre on broïe par dessus une mie de pain médiocrement tendre pour emporter la couleur qui reste sur la pierre. On y passe plusieurs fois de nouvelle mie de pain en appuïant assés fort avec la molette, jusqu'à ce que la mie de pain, qui devient par petits rouleaux, ne soit plus teinte de couleur. Si la mie de pain étoit un peu trop seche, on y met un peu de salive pour la faire prendre & entrer dans tous les petits trous de la pierre & la salive est meilleure que l'eau, à cause qu'elle est plus détersive. S'il arrivoit par hazard ou par négligence que la couleur se sechât sur la pierre avant qu'on l'eût nettoïée, il faudroit l'écurer avec le grais ou le sablon, ou de la cendre & de l'eau, & le faire à plusieurs reprises tant que la pierre soit bien nette, ce qu'on connoîtra après l'avoir bien lavée avec l'eau. Il faut aussi faire la même chose pour les bords de la molette, où il reste toûjours de la couleur, soit avec de la mie de pain, soit avec un petit morceau de grais.

Ceux qui broïent ordinairement du blanc de plomb, ont une pierre particuliere qui ne sert qu'à cet usage, à cause que cette couleur se ternit aisement pour peu qu'il s'y en mêle d'autre.

Les Peintres se servent d'une *baguette* ou *appui-main*, longue environ de deux pieds, & plus menuë que le petit doigt, & il faut qu'elle soit ferme & legere. A l'un des bouts de cette baguette on y fait une pomme ou bouton de la grosseur d'une petite noix, avec un peu de linge qu'on tortille au bout & qu'on recouvre d'un morceau de

cuir mince qu'on lie bien ferme à la baguette par dessous la pomme. Cette baguette sert à appuïer la main quand on travaille à des tableaux sur toile, car on appuïe la pomme de la baguette sur le tableau aux endroits qui sont bien secs : mais s'il n'y avoit pas d'endroit commode pour appuïer la baguette, on met au devant du tableau une tringle de bois qui ne touche pas au tableau & sur laquelle on appuïe la baguette. Mais si l'on peint sur un corps ferme comme sur du bois ou sur un mur, on enfonce dans le bout de la baguette qu'on fait un peu pointu, une grosse aiguille qui sort hors de la baguette de 3. ou 4. lignes seulement.

On se sert encore d'un *chevalet* pour soûtenir les tableaux à differentes hauteurs pour travailler plus commodement. Ce chevalet est composé de deux tringles de bois assés fermes qui en font les montans, & qui sont assemblées par deux traverses l'une vers le bas & l'autre vers le haut, & les deux montans sont fort écartés par le bas, & médiocrement par le haut, & les traverses doivent être à fleur des montans. On arrête à ces deux montans, vers le haut de la partie qu'on regarde comme le derriere du chevalet, deux tasseaux qui sont percés horizontalement d'un trou rond chacun pour y recevoir les chevilles qui sont à la tête de la queuë du chevalet, laquelle tourne sur ces chevilles. Cette queuë est une autre tringle un peu plus longue que celles des montans. Par ce moïen le chevalet est posé sur trois pieds, ce qui lui donne beaucoup de solidité, & l'on peut incliner la face des montans autant qu'on veut en arriere en reculant la queuë. Les montans ont aussi plusieurs trous environ de la grosseur du doigt, & à égales distances du bas de chaque côté, pour y pouvoir mettre des chevilles qui soient saillantes & qui puissent porter le tableau à quelle hauteur on veut.

Les Peintres à huile ont aussi besoin d'un pincelier. Ce

n'est pour l'ordinaire qu'une écuelle de terre vernissée assés large par dessous pour avoir plus de fermeté ; & l'on arrête sur le bord un fil de fer de médiocre grosseur qui traverse l'écuelle environ aux deux tiers. Ce fil de fer sert à nettoïer les pinceaux avec l'huile; car pour la peinture à détrempe ou à fresque, on lave seulement les pinceaux & les brosses dans de l'eau.

On ne sçauroit peindre à huile sans une *palette*, qui est une planche de bois fort mince de figure ovale & un peu plus épaisse à l'une des extrémités qu'à l'autre. A l'endroit le plus épais, qui n'a tout au plus que deux lignes, on y fait vers le bord un trou de figure ovale & assés grand pour y pouvoir fourrer tout le pouce de la main gauche & un peu plus. Ce trou est taillé fort de biais dans l'épaisseur du bois, & comme en champ-frain, ensorte que la partie du dessous de la palette, & qui est vers le dedans de la main, est un peu tranchante, à l'opposite c'est celle de dessus, car la palette s'appuïe en partie sur le bras.

Le bois de la palette est ordinairement de poirier ou de pommier, & rarement de noïer, à cause qu'il se tourmente trop. On imbibe d'abord le dessus de la palette quand elle est neuve, avec de l'huile de noix secative à plusieurs reprises à mesure que l'huile se seche, & jusqu'à ce qu'elle ne s'imbibe plus dans le bois ; & enfin l'huile étant bien seche, le dessus de la palette doit être poli après avoir été un peu ratissé avec le tranchant d'un couteau & frotté d'un linge avec un peu d'huile de noix ordinaire.

La palette sert pour mettre les couleurs broïées à l'huile qu'on arrange au bord d'enhaut, qui est celui qui est le plus éloigné du corps quand on tient la palette à la main ; & l'on place ces couleurs les unes à côté des autres par petits tas sans se toucher, & les plus claires ou blanches vers les doigts de la main. Le milieu & le bas de la palette sert à faire les teintes & le mêlange des couleurs avec le couteau.

Pour nettoïer la palette quand on en a ôté avec le bout du couteau toutes les couleurs qui peuvent encore servir, on la frotte avec un morceau de linge,& l'on y met ensuite un peu d'huile nette pour la frotter encore & la nettoïer parfaitement avec le linge net. S'il arrivoit qu'on laissat secher les couleurs sur la palette, il faudroit la ratisser proprement avec le tranchant du couteau & la frotter ensuite avec un peu d'huile.

On a ordinairement de l'huile de noix nette dans un godet de faïence ou autre, où on la prend avec le couteau ou avec les pinceaux pour tous les usages où l'on en a besoin.

Ceux qui travaillent à détrempe à des ouvrages délicats ont aussi une palette mais elle est de fer blanc; elle est de figure quarrée comme la feuille de fer blanc, on l'arondit seulement un peu vers l'endroit où est le trou pour mettre le pouce: mais il faut border ce trou d'un cuir mince ou d'un morceau d'étofe pour empêcher que le fer blanc ne blesse la main. La partie du haut de cette palette & l'extremité la plus éloignée du pouce doit être un peu relevée par le bord, pour soûtenir les couleurs qu'on y met si on la panchoit trop sans y penser. On fait aussi vers le haut de cette palette quelques enfoncemens ou creux pour y placer chaque couleur dans son ordre comme sur la palette à huile. Ces couleurs sont seulement détrempées avec l'eau & assés épaisses, & à mesure qu'on s'en sert on prend avec le pinceau ou avec la brosse de la cole pour y mêler, laquelle on tient toûjours liquide pour cet effet dans quelque vaisseau sur la cendre chaude. Lorsque la cole se fige sur la palette en travaillant, on met la palette un peu sur le feu & la cole se fond aussi-tôt, & si la cole devenoit trop forte en fondant, il faudroit y mêler un peu d'eau, & enfin il faut prendre garde que les couleurs entieres qui sont au haut de la palette ne se sechent par trop par la

chaleur

chaleur du feu. On ne se sert point de couteau pour faire les teintes sur cette palette, mais on les fait seulement avec les brosses ou avec les pinceaux en travaillant.

On nettoïe cette palette en la lavant avec de l'eau, & on la fait aussi-tôt secher sur le feu de crainte qu'elle ne se rouille.

On se sert de régles pour travailler en architecture. Ces régles sont differentes, il y en a de fort minces qu'on applique contre l'ouvrage quand il est sec, & l'on tire les traits en faisant couler le poil du tranchet, qui est une espece de brosse dont nous parlerons, au long de la régle, qui a en cet endroit un champ-frain ou feuillure pour empêcher que la couleur ne bare & pour tirer le trait plus net; mais ceci n'est que pour les grands ouvrages: car pour les petits ouvrages délicats sur toile & à huile, on a des régles épaisses, aux extrémites desquelles on attache deux petits tampons de cuir de figure quarrée, & qui ne debordent pas la régle, on appuïe ces tampons contre la toile, ce qui éleve un peu la régle, & de plus elle a encore une feuillure par dessous pour empêcher que la couleur ne barbouille, & en conduisant également le tuïau du pinceau au long de la régle, on peut tirer des traits fort nets & fort délicats.

Les outils dont on se sert pour peindre s'appellent *Pinceaux* d'un nom commun; mais on les distingue en *Brosses* & *Pinceaux*. Les brosses sont d'un poil ferme, qui est pour l'ordinaire celui de cochon, qu'on choisit le plus droit & dont les barbes sont en dehors. les pinceaux sont d'un poil délié & qui ne laisse pas d'être ferme, & dont tous les poils se joignent ensemble, & font une pointe lorsqu'on trempe le pinceau dans l'huile ou dans l'eau. Le poil dont on fait les pinceaux est celui de la queuë des petits gris.

On fait des brosses de toutes sortes de grosseurs & des

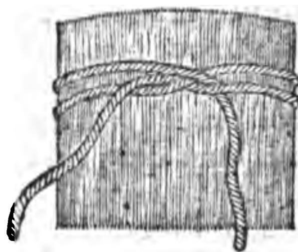
pinceaux aussi ; mais avec cette difference, que les pinceaux sont toûjours engagés dans des tuïaux de plume, comme aussi les petites brosses, car pour les grosses qui ne peuvent pas entrer dans une grosse plume, comme celles des Cignes, on les lie au bout d'un manche de bois d'une grosseur & d'une longueur convenable à la grosseur de la brosse. Pour tous les pinceaux & les brosses qui sont dans des tuïaux de plume, on les foure au bout d'un *manche* ou *hampe* de bois qui est un peu plus gros par le milieu que par les extrémités, pour les pouvoir manier commodement & pour empêcher que l'extrémité ne se touche quand on en tient plusieurs ensemble dans la main.

Toutes les grosses brosses sont faites de poil de cochon & plates par l'extrémité pour pouvoir coucher de grands fonds. Il y en a quelqu'unes qu'on fait en pointe, & qui servent ordinairement pour la peinture à détrempe & à fresque, parce que les pinceaux ne sçauroient servir dans la peinture à fresque, & fort peu dans la détrempe, à cause que la couleur s'engage dans le fond des poils, ce qui les écarte les uns des autres, & rend alors le pinceau inutile qui ne peut plus faire de pointe, & même on ne peut jamais le bien nettoïer. On fait aussi des brosses d'autres poils que de celui de cochon, comme de poil de blereau, qu'on appelle brosses à adoucir, lesquelles ont un usage dans la peinture à huile, car ce poil est ferme & délié, & n'est pas bien droit, ce qui fait que quand la brosse est faite les poils sont assés écartés les uns des autres par le bout, qui est fort doux, & comme on laisse le poil long, on peut passer legerement cette brosse en tout sens sur l'ouvrage peint à huile, pour abattre les inégalités de la couleur sans la trainer ni l'ôter de sa place. Cette brosse est platte par le dessous, & ne prend presque point de couleur par l'extrémité de ses poils ; c'est pourquoi on la nettoïe seulement en la frottant bien sur un linge blanc sans

la tremper dans l'huile. On fait auſſi de petites broſſes avec un poil blanc qu'on appelle poil de poiſſon, qui eſt à peu près de la nature du poil de blereau, mais bien plus doux; ces broſſes ſont d'un grand uſage pour bien noïer & adoucir toutes les teintes des couleurs à huile. On en fait auſſi d'autres poils, comme de poil de chien & d'autres animaux, & mêmes quelques pinceaux qui peuvent avoir leurs uſages.

Pour faire les broſſes on choiſit d'abord le poil le plus droit, & ſi c'eſt du poil de cochon on en coupe quelques petites barbes qui ſont trop longues, & on l'arange dans une eſpece de moule fait en cylindre ou en cone, ſuivant qu'on veut faire les broſſes plattes ou pointuës, en mettant en bas la partie du poil ébarbée ou éfilée, & prenant bien garde que toutes les extrémités du poil touchent le fond du moule. Enſuite on lie tout le paquet du poil à peu près de la longueur qu'on veut faire la broſſe; & l'aïant retiré du moule on regarde s'il eſt bien arrangé. On le lie encore une fois un peu plus proche des barbes, & l'on deffait la premiere ligature. Le poil étant ainſi arrêté en paquet on foure dans le milieu un manche ou bâton d'un bois aſſés tendre, comme de ſapin ou de bois blanc, & plus menu que la groſſeur du paquet; ce manche doit être pointu par le bout qu'on enfonce dans le poil, & doit être taillé à quatre faces avec quelques petites hoches. Il faut prendre garde de n'enfoncer le manche dans le poil qu'un peu plus avant que le commencement de la ligature, car s'il étoit trop avant la broſſe ne ſeroit pas aſſés garnie, & s'il n'étoit pas aſſés enfoncé le poil ne tiendroit pas ſur le manche. Pour lier le poil ſur le manche on commence à faire un nœud particulier au fil ou à la ficelle dont on ſe ſert. (*Voïez la fig. ſuiv.*) On tourne deux tours de ficelle autour du poil, & l'on engage les deux bouts entre ces tours en les croiſant, ce qui ſe com-

prendra facilement par la figure. On ferre ce nœud bien



ferme & fans qu'il y ait de double nœud il ne fçauroit fe lacher. On couche enfuite au long du poil le brin de la ficelle qui eft engagé fous le fecond tour qui eft vers le manche, & l'on tourne l'autre autour du poil autant qu'on veut en ferrant toûjours autant qu'il eft poffible à chaque tour, & rangeant les tours de la ficelle le plus proche les uns des autres qu'il fera poffible. Mais avant que d'achever les trois derniers tours, on replie vers le bout de la broffe le brin qui étoit couché au long du poil, & on lui fait faire une boucle; on continuë à tortiller la ficelle par deffus ce brin relevé jufqu'au bout où l'on veut finir, & l'on engage ce brin qu'on coupe dans l'anneau ou boucle de l'autre brin, le tenant toûjours bien ferré; enfin on tire le brin qui eft engagé & qui fait l'anneau, & en le faifant gliffer entre le poil & les tours de la ficelle qui font par deffus, on engage fous les tours le brin qui eft coupé, enforte qu'*il* ne peut pas fe lacher ni fe défaire, & l'on coupe le brin de la ficelle qui a fait la boucle au ras de la ficelle tortillée. Par ce moïen la broffe eft bien liée fans que les bouts de la ficelle paroiffent.

Les hoches qu'on a faites au manche fervent à y retenir le poil plus ferré, & principalement le bois étant un peu tendre. Mais fi l'on fe fervoit de ces broffes dans cet état pour travailler à huile, le poil s'en arracheroit fort vite, car l'huile le feroit gliffer l'un contre l'autre & contre le bois du manche: c'eft pourquoi quand la broffe eft bien liée on coupe le poil fur le manche un peu au deffous du dernier tour de la ficelle, & l'on imbibe ce poil coupé & toute la ficelle avec de bonne cole forte bien chaude &

médiocrément épaisse. Par ce moïen le poil est attaché au bois du manche & à la ficelle, sans que l'huille l'en puisse détacher, car l'huile ne penetre pas dans la cole forte. Cette précaution est fort bonne pour les brosses qui servent à peindre à huile; mais elle ne sert à rien aux brosses pour la peinture à détrempe ou à fresque; car comme elles sont souvent dans l'eau la cole de la brosse se détrempe & s'en va, & si on laisse secher la brosse, la ficelle se lache, le bois se retire, & le poil ne tient plus. C'est pourquoi pour les brosses qui servent à ces sortes de peintures, il faut au lieu de cole forte imbiber le poil sur le manche & la ficelle des tours avec quelque couleur à huile fort secative, qui fera le même effet que la cole forte, quand elle sera bien seche, & cette couleur ne se détrempera point à l'eau, ni même à l'huile, si l'on se sert de ces brosses dans la peinture à huile. Mais il faut prendre garde de ne pas mettre trop de couleur à huile sur les premiers tours de la ficelle, de peur que l'huile ne penetre trop avant dans le poil qui doit servir à travailler, car elle coleroit les poils ensemble & gâteroit la brosse.

On fait encore une espece de brosse platte qu'on appelle *Tranchet* pour travailler en architecture, ou pour tirer des filets dans de grands ouvrages. Ces tranchets se font de poil de cochon, dont on coupe presque toutes les barbes. Pour les faire on prepare deux morceaux de bois applatis par l'un des bouts & assés tranchans, & coupés de biais, afin que le poil étant appliqué & arrangé également sur l'un des morceaux de bois, selon la longueur du bois, il soit un peu couché par rapport à l'extrémité avec laquelle on travaille. Quand le poil est ainsi arrangé & d'égale épaisseur sur l'un des morceaux de bois, on le couvre de l'autre morceau qui doit être de la même figure, & on les lie fortement ensemble assés proche du poil, & on les lie aussi en deux ou trois autres endroits au

long des morceaux de bois qui sont plus étroits que vers le bout où est le poil, & à moitié arrondis, pour ne faire ensemble qu'une espece de manche. On cole ensuite la ficelle ou on la peint comme nous avons dit de celle des brosses. Mais comme le poil ne sçauroit jamais être bien serré entre ces deux morceaux de bois plats, il faut avant que d'y mettre le poil les frotter un peu de poix noire pour y faire apper le poil en l'arrangeant.

Pour les pinceaux on les fait à peu près de même que les brosses pointuës, & plus les pinceaux sont petits, plus le poil en doit être fin, & sur tout il faut qu'ils fassent bien la pointe, mais ce doit être une pointe mousse, car il faut qu'ils soient bien garnis de poil vers cette pointe. Il y en a de longs & d'autres courts, suivant les differens usages ausquels on les emploïe tant à huile qu'à détrempe. Quand le poil est bien arrangé on lie le paquet avec un nœud double & semblable à celui qu'on fait d'abord pour les brosses, & avec du fil bien fort, & on le lie de même, seulement en deux ou trois autres endrois un peu éloignés les uns des autres, & le plus serré qu'il est possible. Ensuite on foure le pinceau dans un tuïau de plume coupé par les deux bouts; mais le bout de la plume qui est le plus petit doit aussi avoir son ouverture plus petite que celle de l'autre bout qui est vers le gros de la plume, afin que le pinceau étant entré la pointe la premiere un peu à force par le gros bout du tuïau, ne puisse sortir par l'autre bout qu'autant qu'il est necessaire pour sa longueur. Il faut couper quarrément le poil du pinceau un peu au dessous du dernier nœud pour le pouvoir pousser dans le tuïau avec un petit bâton aussi coupé quarrément par le bout, & un peu moins gros que le tuïau. Mais il faut laisser tremper les tuïaux de plume dans de l'eau chaude pendant quelque tems avant que d'y fourer les pinceaux, car les tuïaux étant devenus mous ne sont pas si sujets à se fendre en y fourant

le pinceau un peu à force, & même lorsqu'il vient à se secher, ensuite il retient plus fortement le pinceau. On fait des pinceaux de differens poils & de differentes grosseurs, depuis ceux qu'on met dans de gros tuïaux de plume de Cigne, jusqu'à ceux qui sont dans des tuïaux de plume d'Alouette.

De la Peinture à Détrempe.

LA cole dont on se sert pour mêler dans toutes les couleurs à détrempe, qui sert à empêcher qu'elles ne s'effacent quand on les frotte, se fait avec des rogneures de cuir blanc ou des raclures de parchemin. On les met d'abord tremper dans de l'eau chaude pendant un jour, & ensuite on les fait bouillir avec l'eau pendant 5. ou 6. heures, puis on passe le tout pour séparer les morceaux de cuir qui ne sont pas fondus. On laisse reposer cette cole, laquelle se fige en gelée quand elle est un peu forte & qu'il ne fait pas bien chaud. Le dessus est clair & transparent, qui sert à mêler dans les couleurs, & le fond qui est bourbeux ne sert que pour encoler & pour les impressions. Elle se peut garder en hiver 7. à 8. jours, mais en été 4. ou 5. jours. Quand elle commence à se corrompre elle devient liquide & elle se pourit, & n'est plus bonne pour le travail, car elle n'a plus de force.

On peint à détrempe sur des murs de plâtre, sur des toiles, & assés souvent sur de gros papier fort, ce qui sert pour les patrons de tapisserie.

Si les murs sont bien unis on y donne d'abord une couche de cole chaude pour les encoler; mais s'ils sont un peu raboteux on méle dans la cole du blanc d'Espagne ou de craie pour les rendre plus unis par cette impression, & quand elle est bien seche on la racle le plus promptement qu'il est possible.

Quand on peint à détrempe sur des toiles qui sont toûjours des toiles neuves tenduës sur des chassis de bois, il faut d'abord les imbiber de cole chaude avec une grosse brosse, & quand la cole est seche, on frotte la toile avec une grosse pierre de ponce pour en ôter tous les nœuds & les plus grandes inégalités. Ensuite on l'imprime d'une couche legere de blanc de craie avec de la cole, en couchant cette impression avec la grosse brosse, & quand cette impression est seche on ponce encore un peu la toile, & alors elle est préparée pour travailler.

Pour ce qui est de la détrempe qu'on fait sur le papier blanc il n'est pas necessaire d'y faire aucune préparation, sur tout si le papier est fort & encolé; & comme cette peinture ne sert gueres que pour les patrons de tapisserie de basse-lice, on les fait sur des bandes de papier de 15. à 18. pouces de large, & qui vont de haut en bas du patron ou dessein, ce qui doit être ainsi pour cette sorte d'ouvrage, comme je l'expliquerai en parlant de la tapisserie.

Il n'y a point de peinture qui puisse emploïer plus de differentes sortes de couleurs que la détrempe, comme je l'ay remarqué en traitant des couleurs.

Lorsque le fond sur lequel on doit peindre est preparé, on dessine le tableau avec du fusin ou charbon fort tendre, pour y pouvoir faire les changemens qu'on juge à propos en secouant legerement les premiers traits avec un linge blanc. Quand le dessein est arrêté au charbon, il faut le mettre au net, ce qu'on fait avec une petite brosse longue & bien pointuë, & avec quelque teinture ou couleur fort claire d'eau, afin qu'elle n'ait pas de corps & qu'elle ne se mêle pas avec la couleur qu'on mettra par dessus. On peut faire ce dessein au net avec un peu de terre d'ombre bien broïée à l'eau & avec beaucoup d'eau & tant soit peu de cole. Quand ce trait au net est bien sec on efface tout le trait de charbon qui reste en frottant

avec

avec un linge blanc & même un peu de mie de pain.

Quand on a des masses assés grandes d'une même teinte ou couleur qu'on doit coucher, il la faut détremper & délaïer dans des godets ou écuelles de terre vernissée avec la cole qui y est necessaire, & en faire l'épreuve en la faisant secher sur un quarreau ou sur un morceau de bois preparé comme le fond, ou même sur un morceau de gros papier blanc, afin d'en reconnoître la véritable teinte; car c'est une des grandes incommodités de cet ouvrage, qu'on en voit point l'effet que quand il est sec. Aussi a-t'il d'un autre côté un très-grand avantage par ses blancs ou clairs qui sont fort brillants. Quand on emploïe ces couleurs ou teintes, il faut toûjours les tenir tiedes de peur que la cole qui y est ne les fige, & les remuer très souvent afin qu'une partie ne tombe pas au fond pour conserver toûjours la même teinte. Si ce sont des teintes qui doivent changer souvent & qu'il faut faire avec differentes couleurs, on a la palette de fer blanc qui sert à cet usage, comme on l'a expliqué cy-devant.

Quand l'ouvrage est achevé & sec on peut retoucher tant qu'on veut pour donner des forces avec des couleurs propres ou des teintures, soit en hachant avec la pointe du pinceau ou de la brosse, soit en adoucissant avec une brosse nette & un peu d'eau.

Cette sorte de peinture a un très-grand avantage en ce qu'étant exposée à quel jour ou lumiere qu'on voudra, elle fait toûjours son effet, & plus le jour est grand plus elle paroît vive & belle, & les couleurs étant seches elles ne changent jamais, & elles demeurent toûjours au même état tant que le fond subsiste. On ne s'en sert pourtant pas dans les voutes & domes des grandes Eglises, à cause qu'on n'y fait pas des enduits de plâtre sur les pierres, car le salpêtre de la pierre feroit tomber l'enduit; on s'y sert ordinairement de la peinture à fresque, qui se fait sur un

enduit de mortier, mais cette ſorte de peinture eſt bien inferieure à la détrempe dans la vivacité de la plûpart de ſes couleurs.

Quand l'oûvrage qu'on fait de cette ſorte de peinture doit être touché & non pas adouci comme ſont des Païſages, on couche des fonds aſſés bruns qui ſervent comme d'ébauche, leſquels étant ſecs on forme toutes les touches plus claires par deſſus, & ſur celles-là encore d'autres plus claires, & ainſi tant qu'on veut, en laiſſant toûjours ſecher le deſſous avant que de toucher par deſſus.

Il arrive aſſés ſouvent qu'en peignant à détrempe ſur un fond qui eſt déja peint, la couleur refûſe d'y prendre, comme ſi c'étoit de l'eau qu'on mit ſur de l'huile; ce qui arrive à cauſe que le fond, qui ſera d'une nature de cendre ſeche, & quelques fois à cauſe qu'il y a eu trop de cole dans la couche de deſſous; car la cole eſt un peu graſſe de ſa nature: alors on met un peu de fiel de bœuf dans la couleur qu'on veut coucher, & auſſi-tôt elle prend facilement; car le fiel eſt fort penetrant.

L'Architecture & les Païſages font un très bel effet dans cette peinture, mais on ne doit pas l'expoſer à l'humidité.

Quand on veut rehauſſer d'or ſur la détrempe, il faut voir d'abord ſi le fond eſt aſſés encolé; car s'il ne l'étoit pas aſſés il faudroit y paſſer une legere couche de cole bien claire & bien nette, & ne repaſſer pas à pluſieurs fois avec la broſſe, qui doit être douce pour ne pas ternir par trop le fond; car quoiqu'on faſſe il ſe gâte toûjours un peu en l'encolant. Enſuite on prepare la matiere qui doit happer l'or, laquelle s'appelle *Bature*, & ce n'eſt que de la cole aſſés épaiſe où l'on mêle un tant ſoit peu de miel. On fait donc tous les rehauts qu'on veut dorer avec cette bature chaude, en hachant pour l'ordinaire avec la pointe d'un pinceau ou d'une broſſe, & en n'y épargnant pas la bature;

& peu de tems après, lorsque la bature est figée & assés ferme, on y applique l'or en feuille avec du coton ou avec les *Bilboquets* garnis de drap, & on laisse bien secher pendant quelques jours. Enfin on époufte tout l'or avec une brosse de poil de cochon bien douce & bien nette.

Il faut bien prendre garde que la bature ne s'emboive pas dans le fond aussi-tôt qu'elle est couchée, ce qu'on connoît quand elle devient terne & qu'elle perd son luisant, car alors l'or ne peut pas s'y attacher, & il faut recommencer à coucher la bature dans ces endroits embus.

De la Peinture à Fresque.

IL faut commencer la description de la peinture à fresque par celle de l'enduit sur lequel on doit peindre. Cet enduit qui se fait avec de la chaux & du sable ne peut être bien bon ni de longue durée que sur la pierre ou sur la brique. Mais on fait deux enduits l'un sur l'autre, le premier qui touche la pierre, qui n'est pas celui sur lequel on doit peindre, doit être fort raboteux, mais égal avec de gros sable, & sur celui-là on couche le second avec du sable fin sur lequel on peint.

Si la pierre n'est pas poreuse & trouée, comme sont nos pierres meulieres, il faudra y faire plusieurs trous en tout sens & de biais pour y faire entrer le premier enduit de mortier, ensorte qu'il ne puisse pas sans détacher. Mais si c'est de la brique dont les joints soient de mortier qui ait debordé en batissant, le fond sera assés inégal pour retenir le premier enduit.

On pourroit faire ce premier enduit avec de bonne chaux & du ciment fait de tuile pilée; mais ordinairement on le fait de gros sable de riviere ou d'autre qui soit aussi bon. Il faut que cet enduit soit bien dressé, mais fort rude, afin de pouvoir happer & bien retenir le second, qui

doit être fait avec du sable fin pour y coucher les couleurs. On choisit pour le second enduit, de la chaux fort vieille éteinte, à cause qu'on croit que l'enduit qui en est fait avec le sable ne se gerse pas.

Quand le premier enduit est bien sec & qu'il a bien pris corps avec le fond, on y applique le second pour peindre, en mouillant un peu le premier pour faire mieux happer le second. Mais comme on ne couche ce second enduit, qui doit être fort mince, qu'à mesure qu'on veut travailler dessus, & qu'il doit être encore frais quand on travaille, il faut auparavant avoir fait tous ses desseins sur de gros papier & de la grandeur de l'ouvrage.

On considere donc d'abord quelle est à peu près la grandeur de la surface qu'on pourra peindre pendant que l'enduit sera frais, & c'est cette portion d'enduit qu'on fait coucher & qu'on unit bien avec la truelle. Aussi-tôt qu'il a pris un peu de consistance pour ne s'enfoncer pas facilement en y touchant, on y applique le dessein qu'on veut prendre, & on l'y calque avec une pointe, ensorte que lorsque le dessein est ôté on puisse en voir toutes les traces gravées sur l'enduit, & alors on commence à peindre.

Lorsqu'on peint à fresque de petits ouvrages & sur des fonds de Stuc frais, lequel se fait de chaux & de poudre de marbre blanc, on a sur du papier un trait du dessein piqué avec l'aiguille, & on le ponce sur l'enduit avec du charbon pilé.

Nous avons déja parlé de toutes les couleurs qui doivent servir dans cette espece de peinture, lesquelles ne peuvent être que des terres, & même des terres d'une nature seche, s'il est possible, ou des marbres & des pierres bien pilées; car toutes ces couleurs qui s'emploïent avec l'eau toute seule se doivent un peu mêler avec l'enduit où il y a de la chaux, & elles doivent faire un mortier coloré. C'est sur cela qu'on peut juger de la nature de toutes les couleurs

qui peuvent servir dans cette peinture, laquelle exclut toutes les teintures & les autres couleurs tirées des mineraux qui ne peuvent pas s'accorder avec la chaux.

On se sert de brosses & de pinceaux de poil ferme & asses longs & pointus, mais il faut prendre garde de ne pas trop labourer dans le fond du mortier frais. On peut aussi se servir de brosses quarrées ou plattes par le bout pour coucher de grands fonds, mais il faut toûjours que le poil en soit long.

Avant que de commencer à peindre on doit preparer toutes les teintes des couleurs dans des écuelles ou terrines de terre, & en faire les épreuves en les faisant secher sur des quarreaux ou tuiles comme on a fait pour la détrempe; car cette peinture a beaucoup de rapport à celle-là, à l'exception du fond où il y a de la chaux & qui est frais, & qu'on ne s'y sert point de cole n'y d'aucune matiere gommeuse.

Aussi-tôt qu'on s'apperçoit que l'enduit sur lequel on peint est un peu trop sec pour faire que les couleurs qu'on y couche s'y puissent incorporer, il faut l'abatre en le hachant, & en faire un nouveau tout proche de ce qui est déja peint, & prendre bien garde de barbouiller l'ouvrage qui y touche & qui est fini.

On ne peut noüer les teintes les unes avec les autres qu'en les hachant comme si l'on dessinoit, ou en les pointillant; mais comme la plûpart de cet ouvrage n'est que touché, si les teintes ne sont pas bien differentes, il paroît asses adouci quand elles sont placées les unes auprès des autres, & sur tout dans une distance considerable, comme sont la plûpart de ces ouvrages qu'on fait dans de grandes voutes & des domes des Eglises.

On ne retouche jamais cet ouvrage pour lui donner des clairs; mais comme la force dans les ombres lui manque asses souvent, on est obligé quelques fois de les retoucher,

ce qu'on ne fait que quand le tout eſt bien ſec, car ce n'eſt qu'alors qu'on peut bien voir l'effet de cette peinture. On ſe ſert pour retoucher de quelques couleurs brunes de leur nature, leſquelles ne puiſſent pas être détruites par la chaux qui eſt deſſous, & l'on détrempe ces couleurs avec de l'eau & quelques matieres gommeuſes. En Italie ils y mêlent du lait de bois de figuier: mais il faut que l'ouvrage ſoit à couvert de la pluie. On pourroit auſſi retoucher à ſec des couleurs rouges avec de la ſanguine brune, en frottant & eſtompant comme ſi l'on deſſinoit, car on trouve quelques morceaux de cette pierre qui eſt un peu graſſe de ſa nature, leſquels ſont d'un rouge brun aſſés vif & tirant ſur la laque, par ce moïen ce qu'on retoucheroit ne pourroit pas s'effacer, pourveu qu'il ne fut pas lavé par l'eau. On pourroit auſſi faire la même choſe pour les noirs avec de la pierre noire qui n'eût point de ſalpêtre, comme il s'en trouve quelques morceaux, ce qu'on peut connoître en les expoſant à l'humidité pendant quelque tems.

On voit à Rome des ouvrages à freſque qui ont été faits du tems des Anciens Romains, & qui ſe ſont très-bien conſervés, quoiqu'ils aïent été enfermés dans des caves & des grottes ſous terre pendant pluſieurs ſiecles.

Si l'on vouloit dorer ſur la peinture à freſque on le pourroit faire de la même maniere qu'on dore ſur la peinture à huile avec l'or couleur, ce que nous expliquerons dans ſon lieu.

De la Moſaïque.

Il y a peu de choſe à dire ſur la pratique de cette peinture, qui eſt fort ancienne; car il eſt facile à juger que ſon exécution eſt plûtôt un ouvrage de patience que d'art. Il faut premierement avoir tous les deſſeins au net de la

grandeur de l'ouvrage, ce qu'on appelle *Cartons*, avec un tableau peint, soit en petit, soit en grand, de tout l'ouvrage qu'on veut faire, car cette exécution n'est proprement qu'une copie.

Pour les couleurs il faut que toutes les petites pierres de chaque teinte ou nüance d'une même couleur, soient rangées par ordre dans des paniers ou boëtes; & toutes ces petites pierres doivent avoir au moins une face plate & unie, ou à peu près, laquelle doit être exposée à la vûë, & que les autres côtés soient un peu plus petits que la face, car c'est la partie qui doit entrer dans le mortier pour les retenir contre l'enduit. Il faut encore que ces petites pierres ne soient pas luisantes ni polies, car on n'en verroit pas la couleur à un jour qui reflechiroit la lumiere. Les plus petites pierres seront plus propres à faire un ouvrage plus délicat & plus fini, mais l'exécution en sera plus longue: mais il n'est pas nécessaire que ces pierres soient d'égale figure, pourveu qu'on les puisse placer fort proche l'une de l'autre, & qu'il n'y ait pas de grands vuides entre-deux: c'est pourquoi il faut en avoir dont les faces soient de toutes sortes de figures pour suivre plus exactement les contours du dessein. Il faut enfin que la surface exterieure de toutes ces pierres ensemble, quand elles sont à leur place, soit la plus unie & égale qu'il sera possible, ce qui rendra l'ouvrage plus propre & plus parfait, & qui lui fera faire un meilleur effet.

Lorsque le premier enduit est fait sur le mur comme le premier qu'on a fait pour la peinture à fresque, & qu'il est bien sec, & qui doit être fort rude, on mouille un peu la place sur laquelle on veut travailler, & l'on y ponce avec de la pierre noire pilée, le dessein ou carton de papier qui doit être piqué pour cela. Ensuite on met du mortier fin d'une épaisseur médiocre & égale sur chaque petite place où ne passe pas le trait du dessein, car il faut

le conserver & placer dans les contours de petites pierres en les trempant dans le mortier un peu clair ou liquide qu'on doit avoir tout près dans une auge ou jatte de bois. Quand on a couvert de pierres un petit espace, il faut un peu les batre avec une régle épaisse & forte pour les dresser par leur face plate qui paroît au dehors, à peu près comme les quarreleurs font le quarreau : mais il faut bien prendre garde quand on les dresse ainsi avec la régle que le mortier soit encore tout frais, car sans cela on romproit la liaison qu'elles ont avec le mortier.

Quand on fait quelques parties délicates, comme une tête, une main ou autre chose semblable, on pourroit avoir le trait de ces parties fait à l'encre sur du papier blanc & fin & huilé, afin qu'en l'appliquant sur l'ouvrage tout frais fait, on connût si le dessein n'en seroit pas alteré, car on verroit l'ouvrage fait au travers du papier huilé, & s'il y avoit quelques deffauts on pourroit les corriger avant que le tout fut bien sec.

Si le mortier déborde un peu en quelques endroits entre les joints des pierres qu'il faut faire tous les plus petits qu'il sera possible, on doit le ratisser avec la truelle qui sert dans tout ce travail. Mais comme les pierres se barbouillent toûjours un peu de mortier, & principalement en les dressant avec la régle, lorsque tout sera bien sec on les ratissera le plus promptement qu'il sera possible avec un couteau ou ratissoire, & enfin on les frottera avec un morceau de bois & du sablon fin avec de l'eau pour les nettoïer entierement en les lavant ensuite avec l'eau, comme on fait aux quarreaux des chambres, ce qu'on appelle *décroter*, & comme les pierres ne doivent point avoir de luisant, le sablon doux ne gatera rien à l'ouvrage.

Si l'on veut faire quelque changement quand tout est fait, il sera bien aisé puisqu'il n'y aura qu'à abatre jusqu'au premier enduit qui doit toûjours rester.

Cette

Cette eſpece de peinture doit durer autant que le mur ſur lequel elle eſt, ſans aucune alteration des couleurs, & l'on en voit quelques pieces fort anciennes auſſi belles & auſſi fraiches que quand elles ont été faites: mais on ne s'en ſert ordinairement que dans de grands ouvrages qui doivent être placés loin de la vûë. Cependant on en voit quelques petits morceaux qui ſont fort finis, & qui ont été faits avec autant de ſoin & de délicateſſe que de patience.

Pour dorer dans cette eſpece de peinture on a de petites pieces de verre blanc ou clair, épais & doré au feu d'un côté, & c'eſt le côté doré qu'on applique ſur le mortier, la ſurface exterieure du verre ſervant de vernix à l'or; ces petits morceaux de verre doivent être de la même grandeur que les autres pierres colorées: mais pour décroter ou ôter le mortier qui déborderoit entre les petites pieces de verre, il faut ſeulement les ratiſſer proprement avec un couteau, & les laver enſuite avec de l'eau, car le ſablon étant frotté ſur le verre le terniroit, & le brillant de l'or ne paroîtroit plus au travers, auſſi-bien le mortier n'eſt pas bien adherant au verre.

J'ay déja dit en parlant d'abord de cette eſpece de peinture, que toutes les pierres qu'on y emploïe doivent être des cailloux ou marbres colorés ou blancs, leſquels il faut choiſir & rechercher ſoigneuſement, en les ſéparant & triant entre tous les marbres de differentes couleurs & veines qu'on trouve dans les rochers, en mettant chaque teinte à part dans chaque couleur: mais comme il ſera difficile d'en recouvrer de toutes les couleurs néceſſaires pour la peinture, il en faudra faire d'artificielles par le moïen du feu, leſquelles ne ſeront que de gros émaux imparfaits compoſés de ſable & de quelques mineraux fondus enſemble, & qui ſeront au moins auſſi dures que les marbres, comme on en trouve d'un bleu verdatre

clair qui se séparent du fer quand on le coule après avoir été fondu.

De la Peinture à Huile.

CETTE espece de peinture est moderne en comparaison des precedentes. Elle a de grands avantages sur elles pour la délicatesse de l'exécution, pour l'union & le mêlange des teintes, pour la vivacité de plusieurs de ses couleurs, & enfin pour la force de la peinture. Elle peut faire tout son effet quand on la regarde d'assés près, ce qui n'est pas dans les precedentes dont nous avons parlé. On a le tems pour adoucir & finir tant qu'on veut, & la commodité de retoucher & changer tout ce qui ne plaît pas, sans effacer entierement ce qui est déja fait; & l'on peut s'en servir en petit comme en grand. Elle pourroit passer pour la plus parfaite des manieres de peindre si ses couleurs ne se ternissoient pas dans la suite du tems; car elles deviennent toûjours plus brunes, & elles tirent sur un jaune brun, ce qui vient de l'huile avec laquelle toutes les couleurs sont détrempées & incorporées. La plus grande commodité de ce travail est de voir ce qu'on fait, comme il doit paroître dans la suite; car les couleurs ne changent pas en sechant; & c'est par ce moïen qu'on a pû imiter si parfaitement la nature, qu'il ne semble pas possible qu'on puisse parvenir à quelque chose de plus parfait. Le luisant de ses couleurs empêche qu'elle ne fasse son effet, à moins qu'elle ne soit exposée à un jour de biais; c'est pourquoi on ne s'en peut pas servir dans toutes les expositions où le jour ne lui est pas avantageux.

En parlant en general des couleurs, j'ay remarqué celles qui pouvoient servir dans cette espece de peinture, lesquelles sont toutes détrempées & broïées avec l'huile de noix, qui est secative de sa nature. On pourroit aussi

se servir d'huile de lin : mais comme elle est plus jaune & plus grasse que l'huile de noix, on ne l'emploïe que dans les impressions à cause qu'elle est un peu à meilleur marché. Il y a eu quelques peintres qui ont emploïé de l'huile tirée de la graine de pavot blanc, à cause qu'elle est beaucoup plus blanche ou plus claire que l'huile de noix, & que d'ailleurs elle est aussi secative; mais ce n'a été que pour de petits ouvrages, où ils ont recherché tout ce qui pouvoit contribuer à la beauté & à la vivacité des couleurs.

Quoique l'huile de noix soit secative, il y a pourtant des couleurs qui étant mêlées & broïées avec cette huile ne sechent jamais, & d'autres ne sechent que très difficilement. C'est ce qui a obligé les Peintres de chercher des moïens pour faire secher ces sortes de couleurs. Ils ont trouvé que la couperose blanche fonduë & sechée sur une platine de fer étoit un bon secatif quand on en mêloit un peu dans les couleurs ; mais il la faut broïer à l'huile pour l'y mêler ; & comme elle n'a point de couleur elle ne gâte point celles où on en met, comme dans l'outremer & dans la laque, qui ne sechent pas toutes seules. Il est vrai que quand on mêle assés de blanc de plomb dans ces couleurs elles sechent assés facilement, pouveu néanmoins que le blanc de plomb ne soit pas nouvellement boïé, ni avec de l'huile nouvelle, car sans cela il ne seche pas fort promptement, & sur tout en hiver. Car on doit remarquer en general que toutes les couleurs à huile sechent bien plus vîte en été qu'en hiver. Mais comme la couperose est un sel, il y en a qui craignent qu'elle ne se sépare des couleurs quoique seches, quand les tableaux sont exposés à l'humidité, & qu'en se fondant avec l'eau, elle ne laisse sur le tableau une espece de farine blanche quand l'eau se seche. C'est pourquoi on a cherché d'autres secatifs que la couperose.

Le plus commun de tous, & qui est le plus en usage, est une huile qu'on appelle *Secative*. Ce n'est que de l'huile de noix cuite dans un pot de terre à feu lent, avec de la litarge bien broïée avec la même huile, on ne met environ qu'une huitiéme ou dixiéme partie de litarge; on la fait cuire doucement de peur qu'elle ne se noircisse, & quand elle commence à s'épaissir on l'ôte de dessus le feu, & on la bat bien avec une spatule de bois en y versant un peu d'eau, & quand elle est reposée elle est prête à s'en servir; il faut que le pot ne soit qu'à moitié plein d'huile, de peur qu'en cuisant elle ne se repande par dessus les bords. Il y en a qui font cuire avec l'huile un oignon coupé en plusieurs morceaux pour la dégraisser & pour la rendre plus coulante & moins gluante, à ce qu'ils prétendent. On met un peu de cette huile dans les couleurs qui ne sechent pas toutes seules, comme l'outremer, la laque, les stils de grain, les noirs de charbon, & sur tout dans le noir d'os où il en faut mettre un peu plus, à cause qu'il peut rester des années entieres sans secher quand il n'y a point de secatif.

On peignit d'abord à huile sur des planches de bois, ensuite sur des lames de cuivre, comme sont celles où l'on grave, mais ce ne pouvoit être que pour de petits tableaux, & enfin sur des toiles & de gros tafetas; l'usage de cette peinture sur des toiles l'a presentement emporté sur les autres. On peut aussi peindre sur des murs enduits de plâtre.

Pour preparer les planches de bois pour peindre à huile, on les encole d'abord des deux côtés avec de la cole chaude de cuir, comme celle dont on se sert pour la détrempe; on en met des deux côtés pour empêcher que les planches ne se tourmentent. Ensuite quand la cole est seche on racle bien le côté sur lequel on doit travailler, & on les imprime aussi des deux côtés avec du blanc de craie

& de la cole, en se servant d'une brosse douce, & on le fait plusieurs fois de suite, en laissant toûjours bien secher la couche precedente, & unissant bien le côté où l'on doit travailler à chaque couche avant que d'en mettre un autre; & il faut donner ces couches fort promptement, & frotter legerement de peur de détremper la cole de la couche precedente. Toutes ces couches servent à remplir tous les pores du bois pour rendre le fond bien uni. Enfin on l'imprime d'une couleur à huile qui soit fine & médiocrement épaisse, en la couchant uniment avec la brosse douce. Cette couleur est ordinairement du blanc de plomb ou de ceruse mêlé d'un peu de brun rouge & de noir de charbon, ce qui fait un gris tirant sur le rouge.

Il y en a qui donnent deux de ces couches l'une après l'autre, & quand la precedente est seche, en frottant auparavant la couche qui est seche avec une pierre de ponce, ou en la raclant legerement avec le tranchant d'un couteau pour en ôter toutes les inégalités, & alors le bois est preparé pour travailler, & il est bien plus uni que les toiles; c'est pourquoi on s'en peut servir fort avantageusement pour de petits ouvrages qui demandent beaucoup de propreté.

Pour les planches de cuivre, quand elles sont dressées & poncées comme elles sortent des mains des Chaudronniers, on les imprime d'abord de la couleur à huile qui doit servir de fond pour travailler, & qui doivent être comme les dernieres qu'on a données sur le bois. On donne deux ou trois de ces couches l'une après l'autre, en laissant toûjours secher la precedente: mais comme ces couches sont ordinairement trop polies, & qu'on y peut pas peindre facilement à cause que la couleur y glisse par trop, on bat un peu l'impression toute fraiche avec la paume de la main, pour y faire un petit grain qui happe mieux la couleur qu'on y met en peignant.

Maintenant pour les toiles, elles doivent être neuves, assés claires, & avec le moins de nœuds qu'il est possible. On les tend sur des chassis de bois avec des broquettes, en rebordant la toile sur l'épaisseur du chassis où on l'attache, en mettant les broquettes à trois ou quatre doigts de distance les unes des autres. Quand la toile est bien tenduë sur le chassis, qui doit être ferme avec sa traverses & ses écharpes pour la maintenir en état, on l'encole d'abord avec la cole de cuir qui doit être figée. On couche cette cole avec le tranchant d'un grand couteau qui est assés mince & en le panchant un peu; ce couteau a son manche recourbé vers le dos, afin que la main qui le tient ne touche pas à la toile lorsqu'on s'en sert. On pousse un peu la toile par derriere aux endroits où l'on passe le couteau, pour étendre la cole plus également & plus uniment, & on n'y en laisse que le moins qu'on peut. On racle aussi-tôt toute la cole qui a passé par derriere avec le même couteau, afin que la toile soit plus également encolée. La toile devient alors fort tenduë, & on la laisse bien secher. Cette cole sert à boucher tous les trous de la toile; mais pour la rendre bien unie quand elle est seche, on y frotte en tous sens une pierre de ponce bien dressée qui emporte tous les nœuds & toutes les inégalités. On imprime ensuite la toile avec du brun rouge broïé à huile, & médiocrement épais, dans lequel on met quelque secatif, qui est pour l'ordinaire un peu de mine rouge bien broïée & bien mêlée avec le brun rouge. On étend cette impression sur la toile avec le couteau comme on a fait la cole, en poussant la toile par derriere de distance en distance à mesure qu'on étend la couleur pour n'y en laisser que fort peu, & seulement autant qu'il faut pour commencer à unir la toile. S'il étoit passé un peu de cette couleur par derriere par quelques petits trous de la toile que la cole n'auroit pas bien bouché, on la ratisse encore toute fraiche avec le

tranchant du couteau, & on laisse bien secher cette premiere impression. Ensuite on ponce encore la toile pour la rendre plus unie & pour donner une autre couche. Il y a des Peintres qui se servent de ces toiles qui n'ont qu'une seule couche, & ils les preferent à celles qui en ont plusieurs, parce qu'elles font moins mourir les couleurs de la peinture, & qu'elles se peuvent rouler plus facilement pour être transportées. Mais comme le grain de la toile paroît toûjours beaucoup quand elle n'a qu'une couche, on ne s'en sert ordinairement que dans les grands ouvrages.

On donne presque toûjours deux autres couches d'impression l'une après l'autre sur la premiere, & de la même couleur que les dernieres qu'on a mises sur les planches de bois, en ponçant toûjours la precedente quand elle est seche avant que de mettre la suivante. Ces dernieres couches sont d'un gris rougeâtre qui convient en general à toutes les couleurs de la peinture, & quand la toile est bien seche elle est alors preparée pour peindre.

Si l'on veut peindre sur un mur de plâtre, on y donne d'abord une couche d'impression à huile avec du brun rouge ou de l'ocre jaune, laquelle s'emboit dans le plâtre sec, & cette seule impression pourroit suffire pour peindre dessus, mais on en peut donner une seconde par dessus la premiere.

Il y a eu des Peintres fameux qui ont crû que toutes les impressions à huile gâtoient toûjours les couleurs qu'on y mettoit dessus : c'est pourquoi ils se sont seulement servis de toiles imprimées de blanc à détrempe, & ils ont peint à huile par dessus. Les couleurs des tableaux qu'ils ont peints sur ces sortes de toiles sont demeurées très belles & très vives. Il est certain que les couleurs des fonds paroissent toûjours, & tuent, comme on dit, celles

qu'on y met ensuite si elles sont fort differentes, & sur tout s'il n'y en a pas fort épais. Car l'huile venant à s'évaporer en sechant, il ne reste presque plus que la couleur qui est toûjours assés mince pour laisser entrevoir le fond; c'est pourquoi pour bien garnir de couleur on est obligé de peindre à plusieurs fois une même chose & avec la même couleur.

Le fond étant preparé on commence à y dessiner le tableau, ce qui se fait comme on l'a expliqué cy-devant en parlant du dessein, lequel étant bien arrêté, on commence à y mettre les couleurs.

On prend la palette où les couleurs sont rangées par ordre, comme on a dit, & on la fourre dans le pouce de la main gauche, & l'on tient de la même main les pinceaux dont on veut se servir; on tient encore avec le petit doigt la baguette ou appui-main, & dans la même le torche-pinceau, qui est un petit morceau de linge qui sert à essuïer les pinceaux, le couteau dont on mêle les couleurs sur la palette, & la palette.

On fait d'abord une ébauche du tableau, laquelle ne sert que pour couvrir la toile avec les couleurs pour en faire voir l'effet: mais il faut que cette ébauche soit faite proprement, & que toutes les couleurs soient autant à leur place qu'il est possible, & pour cela il faut que le dessein soit bien arrêté. Car si en finissant on met du brun sur du clair, ou au contraire, & du rouge sur du bleu, & de même des couleurs fort differentes de celles de dessous les unes sur les autres, les dernieres couchées perdront toûjours de leur éclat en se sechant; & quand on veut faire ces sortes de changemens, il faut repeindre à plusieurs fois pour donner plus de corps à la derniere couleur qui doit rester.

Plus un tableau est nourri de couleur, comme on parle, & que la couleur est pure & sans être patrouillées avec d'autres

d'autres par dessous, plus les couleurs conservent leur éclat dans la suite du tems. C'est pourquoi on n'approuve point l'usage de quelques Peintres, qui ont fini leurs tableaux sur les ébauches, en y mettant peu de couleur & beaucoup d'huile, comme s'ils glaçoient, & même quelquefois avec de l'huile de terebentine pour les faire couler plus facilement, ce qui à la vérité expedie fort l'ouvrage; car ces tableaux ne sont plus dans la suite que comme un brouillard coloré & sans aucune vivacité, à cause que le trop d'huile, & principalement d'huile de terebentine, fait mourir les couleurs.

Quand on veut retoucher un tableau qui est fini, il ne le faut faire qu'avec beaucoup de précaution, & ce ne doit jamais être que pour les bruns, afin de leur donner plus de force & en glaçant: car si l'on vouloit retoucher les clairs on ne reüssiroit jamais, & il vaut mieux recommencer à peindre toute la partie dont on n'est pas satisfait.

Quand on peint une couleur sur une autre qui n'est pas seche il y a long-tems, la derniere s'emboit & elle paroît toute terne, les bruns n'ont plus de brillant ni de force, à cause que l'huile de celle de dessus penétre & entre dans celle de dessous, & c'est ce qu'on appelle *emboire*, ce qui arrive aussi quand on peint sur des toiles qui sont nouvellement imprimées: c'est pourquoi quand on veut retoucher les parties embuës, il faudroit les vernir auparavant pour en voir la véritable couleur & sa force avant que de retoucher: mais comme on ne doit jamais peindre sur le vernix, à cause que la couleur s'y gâte, & de plus en vernissant une couleur fraiche peinte elle se détrempe, parce que le principal corps du vernix est de l'huile de terebentine, qui est fort penetrante, il vaut mieux froter sechement ces parties avec un peu d'huile de noix & d'huile secative mêlées ensemble avec un petit morceau d'éponge, ce qui

fait l'effet du vernix à très-peu près, car cette huile seche promptement. On retouche sur cette huile quelquefois quand elle est seche, & quelquefois quand elle est encore fraiche, suivant qu'on le trouve plus à propos.

On se sert fort souvent de cette maniere pour les Païsages qui ne sont pour la plûpart que touchés, en attendant toûjours que l huile qu'on a frottée soit seche : mais pour l'architecture il ne faut pas attendre que l'huile soit seche pour tirer toutes les moulures qu'on forme sur les masses qui ont été peintes à plat ; car comme il les faut adoucir pour la plûpart, il est fort commode que le pinceau ou la brosse qui adoucit puisse couler facilement.

Un des grands avantages de cette peinture est qu'elle donne du tems pour mêler autant qu'on veut les teintes les unes avec les autres en les adoucissant, & pour les faire paroître plus semblables au naturel ; & de même pour les contours des corps ronds & fuïans, qui ne doivent jamais être tranchés, mais toûjours un peu noïés & adoucis avec le fond sur lequel ils sont. C'est pourquoi on commence toûjours à finir sur l'ébauche ces sortes d'objets arondis lesquels sont les plus avancés, afin que l'on puisse coucher un peu du fond proche des contours fuïans pour en noïer les couleurs ensemble ; car sans cela ces contours seroient tranchés, ce qui les feroit paroître secs & durs. Ensuite quand on finit les autres corps qui sont derriere, & dont on a déja couché un peu de couleur, on joint la couleur qui est nouvelle avec celle qui a été couchée le plus proprement qu'il est possible sans y faire de bourelets, comme si elles n'avoient pas été couchées à differentes reprises. Mais ce n'est pas la même chose pour les corps qui ne paroissent pas ronds & qui doivent être tranchés, car pour ceux-là on finit le fond le premier, comme un ciel contre lequel il y a des arbres qu'il faut toucher sur le ciel, & autres semblables qui sont tranchés naturellement.

Avant que de commencer à peindre il faut faire sur la palette avec l'extrémité du couteau toutes les principales teintes dont on a affaire, en les composant des couleurs principales, & en les mêlant bien & les arranger par ordre les unes auprès des autres, & les plus claires vers le pouce qui tient la palette: car c'est une mauvaise maniere de faire ces teintes avec le pinceau.

Il faut être soigneux de tenir toûjours la palette & les pinceaux fort propres; c'est pourquoi quand on quitte l'ouvrage à la fin de la journée, il les faut nettoïer. On ôte de dessus la palette toutes les couleurs qui peuvent encore servir & qui sont propres, & on les met sur une autre palette ou sur un morceau de verre net qu'on frotte legerement d'huile avec le bout du doigt. Mais comme il y a des couleurs qui sechent fort vite & qui ne pourroient pas se conserver jusqu'au lendemain, comme le blanc & toutes les couleurs où il y en a beaucoup de mêlé, la terre d'ombre, le brun rouge où l'on a mis dequoi secher, & les noirs où il y a aussi des secatifs, on les met à part sur un morceau de verre ou de faïence, & on les plonge dans de l'eau nette où ces couleurs se peuvent conserver quelques jours sans se gâter. Mais il faut remarquer qu'il y a quelques couleurs, comme l'ocre jaune, les stils de grain, la terre verte, l'outremer, qui étant mises dans l'eau quittent leur huile & se mêlent avec l'eau; c'est pourquoi il seroit inutile de mettre ces couleurs dans l'eau pour les conserver. Quand on veut mettre sur la palette les couleurs qui ont été conservées dans l'eau, on souffle dessus pour en chasser les goutelettes d'eau qui y restent, & on les laisse encore un peu secher pour emporter le peu d'humidité qui y reste.

Pour les pinceaux il les faut toûjours bien nettoïer avec de l'huile de noix fraiche & nette sur le fer du pincelier, en détrempant un peu la couleur qui y est, & ensuite en

presser le poil entre le doigt & le fer, & recommencer plusieurs fois jusqu'à ce que l'huile en sorte toute nette; ce qu'on fait quand on quitte l'ouvrage, & toutes les fois qu'on change de couleur, & on les essuïe bien ensuite avec le linge. Quand on ne se sert pas des pinceaux aussi-tôt qu'ils sont nets, on y met un peu d'huile nette au bout, & on les met sur un corps penchant le poil en dehors, afin que l'huile ne remonte pas au long du tuïau & du manche. si l'on juge que les pinceaux, quoique nettoïés & huilés, se puissent secher si l'on demeure plusieurs jours sans s'en servir, & sur tout quand il fait chaud, il faut y mettre un peu d'huile d'olive après qu'ils ont été bien nettoïés & essuïés, & par ce moïen on les peut conserver des années entieres sans se gâter: mais quand on voudra s'en servir pour peindre, il faudra les essuïer pour en ôter toute l'huile d'olive, & les nettoïer encore deux ou trois fois avec de l'huile de noix nette, comme s'il y avoit de la couleur.

Si les pinceaux se sechoient avec la couleur, ou même avec l'huile de noix après être nettoïés, quand on demeure plusieurs jours sans s'en servir, & si la couleur ou l'huile ne sont pas bien seches, on les pourra nettoïer en les trempant & frottant dans un peu d'huile de terebentine & à plusieurs fois, mais on le fera bien mieux avec un peu d'esprit de vin.

On peut connoître si la couleur d'un tableau est bien seche sans y toucher avec le doigt; car il ne faut que pousser fortement & de près son haleine contre la couleur, & si elle est seche, la couleur paroît toute terne, au contraire elle reste luisante comme elle étoit auparavant si elle est encore fraiche. Mais si la couleur étoit embuë & à moitié seche, on n'y appercevroit pas un grand changement.

Quand un tableau est fini & bien sec, il est presque toûjours tout embu ou en partie; mais principalement quand

il eſt peint ſur un fond qui n'étoit pas ſec depuis pluſieurs années ; c'eſt pourquoi on eſt obligé de le vernir pour rendre aux couleurs leur vivacité, ce qui donne auſſi un luiſant à tout le tableau. On fait de pluſieurs ſortes de vernix pour les tableaux à huile, dont le principal corps eſt de la terebentine de Veniſe, qui doit être fort claire, & de l'huile de Terebentine : mais il faut y ajouter une autre matiere ſecative, car ſans cela la terebentine ne ſecheroit pas, & le vernix happeroit toûjours. Le meilleur de tous ces ſecatifs eſt de la gomme laque bien blanche & claire, qu'on fait fondre à un feu lent dans de l'huile de terebentine ou dans de l'huile d'aſpic, on la paſſe enſuite, & c'eſt ce qu'on appele vernix ſecatif. La quantité ou doſe de ces trois matieres n'eſt pas autrement déterminée, cependant on peut prendre une once de terebentine, deux onces d'huile de terebentine, une demi-once de vernix ſecatif, on mêle ces trois choſes enſemble dans une phiole de verre plus grande que la quantité des matieres, & dans de l'eau qu'on fait bouillir un quart d'heure environ, en mettant d'abord la phiole dans l'eau avant que de faire chauffer l'eau, pour échauffer peu à peu la phiole à meſure que l'eau s'échauffe, car une trop grande chaleur ſubite la pourroit faire caſſer, & le feu prenant à toutes ces drogues, qui ſont fort inflammables, pourroit bruler ceux qui en ſeroient proche. On bouche legerement la phiole pendant que le vernix cuit. Si l'on vouloit du vernix un peu plus épais ou moins épais, il faudroit y mettre plus ou moins de terebentine. Quand le vernix n'a pas aſſés de corps il faut vernir pluſieurs fois, car l'huile de terebentine s'évapore facilement, & la terebentine entre dans la couleur.

On couche le vernix avec une broſſe douce de poil de cochon, & l'on frotte legerement de peur que l'huile de terebentine ne détrempe la couleur ſi le tableau eſt nou-

vellement peint. Il arrive quelques fois que le vernix refuse de prendre sur la couleur du tableau, comme si c'étoit de l'eau sur un corps gras, mais il n'y a qu'à pousser son haleine contre le tableau, & le vernix prend aussi-tôt en cet endroit. La brosse qui sert à vernir doit être neuve, & on la laisse secher quand on a verni, mais quand on veut s'en servir une autre fois, il la faut tremper dans un peu d'huile de terebentine ou dans de l'esprit de vin qui la rend mole aussi-tôt en dissolvant le vernix qui y étoit resté & qui étoit sec.

Il y en a qui font un vernix secatif avec le Sandarac, qui est une gomme fort claire qu'ils font fondre dans de l'esprit de vin ou dans de l'huile de terebentine à feu lent. Ce vernix est très clair, mais il n'est pas propre pour les tableaux qui sont exposés à l'humidité, car l'eau le fait fariner, & il paroît sur le tableau des taches blanches où a été l'eau pendant quelque tems, lesquelles on ne peut enlever qu'en ôtant tout le vernix. On se sert pour cela de petits morceaux de linge trempés dans de l'esprit de vin, dont on frotte le tableau aux endroits tachés, & l'on change de linge à chaque fois qu'on frotte, car il s'imbibe aussi-tôt du vernix qu'il détrempe. Il faut frotter legerement avec l'esprit de vin, car si le tableau n'est pas vieux fait, l'esprit de vin dissout la couleur avec le vernix; quand on a emporté toutes les taches on met un autre vernix sur le tableau.

Comme tous les vernix sont sujets à détremper la couleur quand il n'y a pas fort long-tems qu'elle est seche, à cause de l'huile de terebentine qui en fait le principal corps, il y a des Peintres qui ne veulent pas vernir d'abord leurs tableaux: cependant pour en voir l'effet & pour faire revenir les couleurs embuës, ils frottent tout le tableau avec un morceau d'éponge trempée dans du blanc ou glaire d'œuf battu: mais s'ils veulent ensuite retoucher en

quelqu'endroit, ils le lavent avec de l'eau claire pour emporter le blanc d'œuf. Le blanc d'œuf eſt commode pour rendre la couleur fort ſeche, & pour faire que la pouſſiere ne puiſſe pas s'attacher deſſus, & même pour les transporter en roulant la toile : mais quand le tableau ſera bien ſec, il faudra le bien laver & le laiſſer ſecher, & enſuite le vernir d'un bon vernix.

Pour dorer ſur la peinture à huile on ſe ſert de vieilles couleurs fort graſſes & médiocrement épaiſſes, comme celles qui ſe trouvent au fond de l'huile des pinceliers ; mais il les faut paſſer dans un linge pour en ôter toutes les ordures & les peaux qui y ſont, car c'eſt dans le pincelier où l'on jette tous les reſtes des couleurs qu'on ôte de deſſus la palette & qui ne peuvent plus ſervir. Mais au deffaut de ces couleurs graſſes, qui doivent être d'un jaune tirant ſur le rouge, ce qu'on fait en y mêlant un peu d'ocre jaune & de brun rouge ; on prend trois parties d'ocre jaune & une de brun rouge bien broïées à l'huile & aſſés claires ou liquides, & on les fait cuire ſur le feu lent dans une écuelle de terre juſqu'à ce que le tout devienne épais & gluant, mais pourtant de telle conſiſtance qu'on le puiſſe coucher avec le pinceau : & c'eſt ce qu'on appelle *Or couleur*. Si cet or couleur n'étoit pas aſſés ſecatif pour ſecher médiocrement en un ou deux jours d'été, il faudroit y mêler un tant ſoit peu de ſecatif.

C'eſt cet or couleur qui doit ſervir de fond ou de couche pour happer & retenir l'or en feuille qu'on y applique avec le coton, ou des pinceaux longs ou des bilboquets. Mais il y a beaucoup d'adreſſe à coucher proprement l'or couleur ſur la peinture en hachant, ou d'une autre maniere où l'on veut appliquer l'or ; car l'or couleur doit être appliqué aſſés épais & aſſés ferme pour ne pas couler, & plus il eſt épais, plus l'or a de relief, c'eſt pourquoi on ſe ſert de pinceaux longs, pointus & aſſés

fermes. On n'applique l'or sur l'or couleur que quand l'or couleur est presque tout à fait sec; pourveu seulement qu'il puisse un peu happer l'or c'est assés, car plus il est sec plus l'or est vif. Mais quelque précaution qu'on prît à peindre proprement l'or couleur, on ne réüssiroit pas à dorer sans avoir entierement dégraissé le fond; car l'or prend facilement sur la couleur, quoiqu'elle paroisse bien seche. C'est pourquoi on détrempe dans assés d'eau de la chaux fusée à l'air, & on la couche sur tous les endroits de la peinture où l'on veut dorer. Quand la chaux est bien seche on l'emporte en la frottant avec une brosse à peindre un peu rude, ensorte qu'il n'en reste que fort peu, qui n'empêche pas de voir ce qui est peint, & alors on couche l'or couleur aux endroits où l'on veut qu'il y ait de l'or, & l'or ne s'attachera point à la peinture, mais seulement à l'or couleur quand on y mettra l'or. Comme on applique l'or, non-seulement où est l'or couleur, mais tout à plat aux environs, après l'avoir un peu battu avec le coton pour le bien attacher, on laisse bien secher l'or couleur pendant quelque jours, & ensuite on l'épouste bien en frottant legerement & en tous sens avec une brosse douce toute neuve & bien nette, & toute la dorure se dépouille fort proprement. Mais comme il faut aussi emporter un peu de chaux qui est restée sur la peinture du fond, on y passe legerement une autre brosse frottée d'un tant soit peu d'huile nette, ce qui nettoïe tout & ne gâte pas l'or, quoique l'huile le ternisse un tant soit peu.

Il y a des Peintres qui appliquent en quelques endroits de leurs tableaux à huile de l'or en coquille, qui est de l'or moulu : mais comme cet or s'applique avec de l'eau gommée, elle refuseroit de prendre sur la couleur à huile si on ne la frottoit pas sechement avec un peu de jus d'oignon ou d'ail, qu'on laisse secher avant que de coucher l'or; quand cet or est sec on vernit par dessus avec le vernix ordinaire

des

des tableaux, pour empêcher que l'eau ne puiſſe emporter l'or.

Il y a des Peintres qui ne veulent pas peindre ſur des murs & dans des plafonds, à cauſe de la difficulté des échafauts & de l'incommodité de travailler au deſſus de ſa tête, & de plus à cauſe qu'ils n'ont pas le naturel à portée de leur ouvrage : c'eſt pourquoi ils font leurs tableaux ſur des toiles & à leur commodité, & ils les font coler enſuite ſur la place où ils doivent être poſés. Mais toutes les coles ordinaires ne ſont pas propres à cet uſage, & l'on a rien trouvé de meilleur ni qui y fut plus propre, & qui put mieux conſerver les tableaux & les toiles, que de l'or couleur fort épais & gluant par la plus grande cuiſſon ; on a appellé cette cole du *marouſle*. On frotte le derriere de la toille avec ce marouſle que l'on y met aſſés, épais, & de même l'endroit du mur où l'on doit coler le tableau. La toile étant appliqnée contre le mur ou contre le plafond, on l'y aſſujettit avec pluſieurs clous fichés dans des morceaux de papier pliés en cinq ou ſix doubles, & l'on en met auſſi tout autour, mais quand la cole eſt bien ſeche on les ôte. Si le mur étoit d'une nature ſeche & qui bût l'huile, il faudroit l'imprimer de quelques couches à huile, & les laiſſer bien ſecher avant que d'y mettre le marouſle, car ſans cela ſon huile penetreroit dans le mur, & il reſteroit trop ſec pour retenir la toile.

Pour ce qui eſt des vieux tableaux peints à huile ſur toile, & dont la couleur ſe caſſe & ſe fêle, on les cole ſur des toiles neuves pour les conſerver. On tend d'abord ſur le chaſſis une toile comme pour l'imprimer à huile ; & aïant laiſſé le tableau qu'on veut coler dans une cave humide pendant deux jours environ, on couche avec une broſſe ſur la toile du tableau de la cole faite d'amidon & d'eau, & de même une couche auſſi de la même cole ſur la toile tenduë ſur le chaſſis, & auſſi-tôt on applique le

tableau ſur la toile neuve, & les aïant bien étendus l'un ſur l'autre en frottant pour en chaſſer les vents ou l'air qui pourroit s'engager entre les deux coles, on les met bien en preſſe juſqu'à ce que la cole ſoit tout-à-fait ſeche ; alors le tableau ſe trouve bien tendu & uni ſur la toile neuve, & toutes les caſſures de la couleur ne paroiſſent preſque plus.

Pour nettoïer de vieux tableaux qui ſont enfumés on a pluſieurs manieres. Les uns ſe ſervent d'eau de ſavon, dont ils frottent en tout ſens la couleur du tableau avec le bout d'une broſſe rude, & enſuite ils lavent bien le tableau avec de l'eau nette. Les autres ſe ſervent d'urine dont ils frottent de même le tableau, & après ils le lavent bien ; & enfin il y en a qui ne ſe ſervent que d'eau, mais ils la laiſſent quelques tems ſur la couleur pour diſſoudre la craſſe & les chieures de mouches qui y ſont ordinairement, & qu'on ne peut quelques fois jamais emporter tout-à-fait, à cauſe que la couleur en eſt teinte. L'eau de ſavon nettoïe fort vîte, mais il ne faut pas trop frotter ni trop long-tems, car le ſavon diſſout la couleur, & principalement ce qui n'a été retouché que legerement & en glaçant, c'eſt pourquoi on ne doit ſe ſervir que d'eau de ſavon qui ſoit foible.

De la Miniature.

LA Peinture qu'on appelle *Miniature* eſt très ſemblable à la détrempe ; car on y peut emploïer toutes les mêmes couleurs, mais elles ne ſont détrempées qu'avec de la gomme Arabique fonduë dans l'eau claire, au lieu de la cole qu'on emploïe à détrempe, & de plus on reſerve le fond du velin ou du papier ſur lequel on peint pour les plus grands rehauts, & pour les blancs tout purs. Quand on ſe ſert de velin il faut qu'il ſoit bien blanc & bien net,

& pour le papier il faut qu'il ait le grain fin, qu'il ſoit bien blanc, & fort encolé.

On ne fait ordinairement que de fort petits ouvrages de cette ſorte de peinture. La maniere de la travailler eſt de pointiller les couleurs avec la pointe d'un pinceau proportionné à la groſſeur des points, & d'aranger bien proprement tous les petits points les uns à côté des autres, enſorte qu'ils paroiſſent fort adoucis & unis enſemble, & d'une égale force, ou en augmentant ou diminuant également pour les corps arondis.

On commence à pointiller les teintes les plus foibles, non-ſeulement aux endroit où elles doivent demeurer, mais encore où il doit y en avoir de plus fortes de la même couleur; car ce n'eſt qu'en retouchant pluſieurs fois & en chargeant de couleur qu'on vient à donner de la force à l'ouvrage, & comme on ne ſe ſert point de blanc pour mêler dans les couleurs, les premieres teintes ne doivent être quaſi que de l'eau un peu colorée de la couleur qu'on emploïe quand les rehauts ou les clairs en doivent être fort blancs. On doit mettre très-peu de couleur ſur chaque petit point, & ne retoucher jamais que le fond ne ſoit bien ſec, car on détremperoit la couleur de deſſous. Il faut ſur tout prendre bien garde de ne donner pas trop de force aux endroits où il ne doit pas y en avoir, car on ne pourroit plus la diminuer ni l'effacer.

Il y a des Peintres en miniature qui mettent un peu de ſucre candit dans l'eau de gomme dont ils ſe ſervent.

Les couleurs vives dont on ſe ſert dans cette eſpece de peinture, comme l'outremer, le carmin, le vert d'Iris & autres ſemblables paroiſſent fort éclatantes à cauſe du fond blanc où les couleurs ne ſont que comme glacées; mais il faut que l'outremer ſois du plus beau, c'eſt-à-dire du plus brun, pour donner beaucoup de force à l'ouvrage.

On se sert ordinairement d'une petite palette d'yvoire ou d'un drageoir de faïence blanche pour y faire le mêlange des couleurs qu'on veut emploïer. On voit quelqu'uns de ces ouvrages sur du papier assés en grand, lesquels sont fort bien peints & d'une grande maniere, quoique la patience qu'il faut avoir dans cette peinture semble ôter tout le feu que doit avoir un Peintre pour bien réüssir dans son art : aussi la plûpart de ces ouvrages ne sont que des copies d'après les tableaux des excellens Maîtres, ou des fleurs, ou enfin quelques petits portraits.

On peint aussi quelquesfois avec de l'eau de gomme de petits tableaux sur des fonds de couleur, & alors on mêle du blanc dans les teintes claires comme on fait à détrempe avec la cole, & c'est la seule difference qu'il y a : mais comme l'eau de gomme ne se fige pas comme la cole, on a beaucoup plus de facilité à travailler; mais d'un autre côté les couleurs sechées avec la cole sont bien plus dures & bien plus difficiles à être détrempées qu'avec la gomme.

On est obligé de couvrir toûjours cette peinture d'une glace fort transparente qui lui sert de vernix, & qui en adoucit toutes les couleurs; car si elle étoit exposée à découvert à l'air, elle se gâteroit en peu de tems, car les mouches la tacheroient & enleveroient toute la couleur si l'on s'y étoit servi de sucre candit.

Il y en a qui donnent un vernix sur la miniature. Ce vernix doit être fort blanc & clair, & son principal corps est de l'esprit de vin avec de la belle terebentine de Venise, & un peu de gomme laque de la plus blanche pour le faire secher; on fait cuire ces drogues sur un feu lent dans une phiole de verre plongée dans l'eau, & on le passe ensuite pour séparer la partie terrestre de la gomme laque, qui ne se peut pas dissoudre. On y emploïe l'esprit de vin, car il ne détrempe pas la gomme arabique : mais ce vernix gâte toûjours les couleurs, car quoique la terebentine soit

d'abord fort blanche, elle jaunit dans la ſuite, & il vaudroit bien mieux conſerver ces miniatures dans un porte-feuille, en appliquant contre la peinture un papier fin & bien liſſé, pour empêcher que le grain du papier, qui frotte toûjours un peu, ne puiſſe écorcher la couleur du tableau.

*De la Peinture ſur le Verre qu'on appelle d'*Apreſt.

CETTE Peinture n'eſt autre choſe qu'une couleur tranſparente qu'on applique ſur le verre blanc; car elle doit faire ſeulement ſon effet quand le verre eſt expoſé au jour. On en faiſoit autrefois un grand uſage dans les vitraux des Egliſes, & quelquesfois dans des Palais; mais maintenant on s'en ſert ſi peu, même dans les Egliſes, qu'à peine trouve-t'on quelques Peintres qui en aïent connoiſſance.

Les couleurs qu'on y emploïe ſont particulieres; car il faut que ce ſoit des matieres propres à ſe fondre ſur le verre qu'on met au feu quand il eſt peint, & il faut connoître l'effet qu'elles feront quand elles ſeront fonduës, car il y en a qui changent conſiderablement au feu.

Lorſque cette Peinture étoit en vogue on faiſoit des verres de differentes couleurs dans les fourneaux des Verreries, & l'on s'en ſervoit ordinairement pour les draperies, en les taillant ſuivant leurs contours pour les mettre en œuvre avec le plomb, & l'on y mettoit ſeulement des ombres avec du noir qu'on adouciſſoit, ou en hachant, ou en pointillant. On a auſſi une autre maniere de faire des ombres ſur ces verres colorés; on donne une couche de noir tout égale avec la gomme Arabique, comme on fait toutes les couleurs, & quand elle eſt bien ſeche on enleve le noir avec une groſſe plume un peu arondie par le bec, aux endroits où l'on veut que le fond paroiſſe, &

pour les demi-teintes on l'enleve en hachant plus ou moins pour faire des teintes moins fortes ou plus fortes, ce qui fait à peu près comme les tailles & hacheures des estampes. Ensuite on fait recuire le noir au fourneau pour l'attacher sur le verre.

On a fait aussi fort souvent sur le verre des ouvrages de grisaille, en y couchant également par tout une foible teinte de noir que l'on découvroit pour les rehauts, & pour les bruns on donnoit des teintes de noir plus fortes en les hachant ou pointillant pour adoucir; le verre net y servoit de blanc. Cette maniere de peindre de grisaille sur le verre avoit plusieurs avantages, car les vitres étant plus blanches, les lieux étoient beaucoup plus éclairés, & de plus les contours des objets étoient bien plus nets, car lorsqu'il y a sur le même morceau de verre differentes couleurs qui se touchent, il arrive assés souvent qu'en se fondant au feu elles se mêlent & se confondent, ce qui fait un fort mauvais effet.

La plûpart de ceux qui travaillent à cette espece de peinture ne sont que de bons copistes, car ils n'ont qu'à suivre exactement le dessein ou patron qu'on leur donne, ce qui est assés facile à faire, puisque ce dessein étant sur du papier blanc, si on le met sur une table, & pardessus le morceau de verre sur lequel on doit peindre, il n'y aura qu'à en faire le trait sur celui qu'on voit au travers du verre & qui le touche, & ensuite achever la peinture.

Les couleurs dont on se sert ne sont que des verres colorés & transparans. On n'y emploïe point de blanc, puisque le verre tout net en sert; mais pour le noir ce ne peut pas être un corps transparent, car il ne seroit pas noir. Ce noir n'est autre chose que du fer brulé, comme sont les petites écailles qui tombent au pied de l'enclume des forgerons, que l'on broïe très fin sur le porphyre, & on l'emploïe ensuite avec l'eau de gomme Arabique. Ce noir

eſt auſſi fort doux à la vûë pour laver ſur le papier, mais on ne s'en ſert pas à cauſe de la difficulté de le preparer. Le principal corps de toutes les autres couleurs n'eſt qu'un verre aſſés tendre, qu'on appelle *Rocaille*, qui ſe fait avec du ſablon blanc calciné pluſieurs fois & jetté dans l'eau, & dans lequel on mêle enſuite du ſalpêtre pour lui ſervir de fondant. On teint ce verre avec differens métaux calcinés & des terres métalliques, & on les broïe bien ſur le porphyre avant que de s'en ſervir; on les emploïe toûjours avec de l'eau de gomme Arabique aſſés épaiſſe. Mais comme toutes ces couleurs regardent l'art de la Verrerie, nous n'en parlerons pas icy.

Quand les couleurs ſont bien ſeches ſur le verre, on en fait recuire toutes les pieces dans une poële de terre de creuſet, & en les arrangeant dans la poële les unes ſur les autre, on met entre-deux de la cendre très nette & très fine, ou bien de la chaux ou du plâtre bien pulveriſés, afin que les pieces ne ſe touchent pas. On met enſuite la poële dans un fourneau fait exprès, enſorte que le feu de charbon qu'on y fait puiſſe l'environner de tous côtés, & que la flamme ſorte par quelques ouvertures qui ſoit au haut pour lui donner plus de force. On y donne le feu par dégrés pour échaufer le verre peu à peu, afin qu'il ne caſſe pas, & enſuite on donne le feu très fort; mais il faut pouvoir retirer les eſſais des couleurs qui ſont à l'entrée de la poële, pour connoître ſi elles ſont fonduës, ce qui ſe fait par une ouverture particuliere de la poële & du fourneau, qu'on rebouche auſſi-tôt & ſans diſcontinuer le feu.

On peut auſſi peindre à huile ſur le verre avec des couleurs tranſparentes, comme ſont la laque, l'émail, le vert de gris, & des huiles ou vernix colorés, qu'on doit coucher uniment pour ſervir de fond, & quand elles ſont ſeches on y met des ombres, & pour les rehauts on peut

les emporter par hacheures avec la plume taillée exprès, comme on a dit cy-devant. Ces couleurs à huile tiennent très fort sur le verre : mais il faut que le côté du verre où est appliqué la couleur, ne soit pas exposé au soleil ni à la pluie, qui dissolvent peu à peu l'huile, & toute la couleur s'en iroit en poussiere. Si l'on vouloit laver les verres peints de cette maniere, il faudroit se servir seulement d'eau nette toute pure du côté où est la couleur.

Quoique l'art de peindre sur le verre soit très beau, on peut dire néanmoins que c'est un grand dommage d'emploïer beaucoup de tems & l'industrie de très habiles ouvriers à travailler sur un corps aussi fragile, & qui doit être exposé à plusieurs accidens, sans parler de celui du plomb qui fait tout l'assemblage de l'ouvrage, car il se pourrit assés facilement dans la suite du tems, ensorte qu'on est obligé de remettre les vitres en plomb neuf, ce qui ne se peut faire sans rompre plusieurs pieces.

De la Peinture en Email.

LA peinture en émail est d'une invention toute moderne, & qu'on doit à la France, & principalement le haut dégré de perfection où elle a été portée il y a 50. ou 60. ans. Les couleurs de cette peinture ne sont que des verres colorés qui n'ont aucune transparence, ou très peu, & c'est ce qu'on appelle *Emaux*. Les beaux ouvrages qu'on fait de cette espece de peinture sont sur des platines d'or très fin assés minces & embouties ; c'est-à-dire un peu relevées vers le milieu, & plus fortes vers les bords ; car comme elles doivent être mises plusieurs fois au feu, elles se tourmententeroient si elles n'étoient pas de cette figure, & l'émail qu'on y applique sur la partie relevée se casseroit ou gerseroit ; il faut aussi qu'il y ait une couche d'émail de quelque couleur que ce soit sur la partie concave,

pour

pour soûtenir l'effort de l'émail qui est de l'autre côté.

Le fond sur lequel on travaille est un émail blanc pour l'ordinaire, & l'on travaille cette peinture sur ce fond blanc, comme la miniature sur le velin, en pointillant & avec de l'huile d'aspic. On y reserve en travaillant le blanc du fond pour les rehauts les plus clairs, & le reste est chargé de couleur à proportion de la force qu'on veut donner; cependant tout cet ouvrage doit être fort uni. Quand il est fini on le met recuire sous une mouffle ou petit fourneau de terre de creuset, qu'on environne d'un bon feu de charbon, pour faire *parfondre* les couleurs, comme parlent les ouvriers, & ces couleurs doivent prendre un luisant égal, comme un verre fondu & sans aucun bouillon. On a aussi des épreuves à part pour reconnoître si toutes les couleurs sont bien fonduës.

Quand l'ouvrage est sorti du feu on peut le retoucher pour lui donner sa perfection, & le remettre ensuite au feu, & même plusieurs fois s'il est nécessaire.

La maniere de faire tous les émaux colorés dépend de l'art de la Verrerie, dont nous n'entreprenons pas de parler icy; cependant la plûpart des Peintres en émail composent eux-mêmes leurs couleurs pour leur donner la perfection qu'ils souhaittent, & pour les faire d'un fondant égal, & ils en viennent à bout en y mettant un peu plus ou un peu moins de verre; mais ils preferent en general les plus durs aux autres. L'experience leur fait aussi connoître les changemens qui arrivent aux couleurs quand elles ont passé par le feu, & c'est à quoi ils doivent avoir beaucoup d'égard en travaillant. Toutes les couleurs doivent êtres broïées très fines sur une agate ou un caillou avec la molette de même matiere, & avec de l'huile d'aspic.

On faisoit autrefois des émaux sur des platines de cuivre rouge, mais la plûpart n'étoient que des ouvrages de blanc & noir sur un fond noir, avec un peu de rouge dans

les carnations, on les appelloit des émaux de Limoges, qui étoient d'un assés grand volume. On fait encore à present quelques ouvrages sur des platines de cuivre, comme sont toutes les platines des montres qu'on peint en émail; mais le cuivre altere toûjours les couleurs quand on les met au feu, aussi l'on ne s'en sert que pour des choses de peu de conséquence.

Enfin on a fait des ouvrages d'émail coloré sur des vaisseaux de terre cuite avant l'année 1550. & dans ce tems-là Bernard Pallissy de Xaintonge, & Peintre de profession, entreprit d'y travailler sans avoir aucune connoissance de l'art de la Verrerie n'y des émaux. Il y réüssit après des peines & des fatigues qui surpassoient beaucoup les forces d'un homme dont la fortune étoit bien moindre que médiocre, & ses ouvrages ont merité l'approbation des curieux. On peut voir toute son histoire dans un livre qui porte son nom, & qui a été donné au public en 1636. sous le titre, *Le Moïen de devenir riche.*

FIN.

A PARIS, de l'Imprimerie de JEAN-BAPTISTE COIGNARD fils, Imprimeur du Roy & de l'Academie, ruë S. Jacques, au Livre d'or. 1730.





